B1T4PORT2

Dados da geometria do modelo estrutural:

$L1 := 3\ \text{m}$ $L2 := 5\ \text{m}$

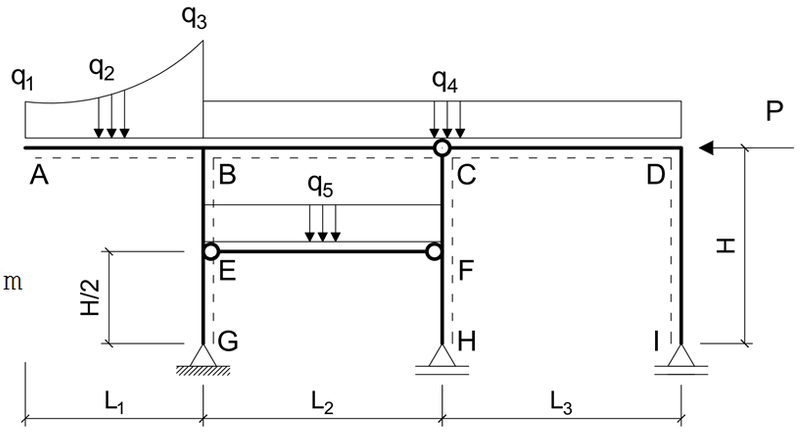
$L3 := 4\ \text{m}$ $H := 5\ \text{m}$

Dados do carregamento:

$q1 := 5\ \text{kN/m}$ $q2 := 7\ \text{kN/m}$ $q3 := 20\ \text{kN/m}$

$q4 := 8\ \text{kN/m}$ $q5 := 5\ \text{kN/m}$

$P := 70\ \text{kN}$



A carga no trecho AB é parabólica de 2º grau sendo:
q1 o valor do carregamento no ponto A,
q2 o valor do carregamento no meio da barra e
q3 o valor do carregamento infinitesimalmente à esquerda do ponto B.

Questões:
Q01) Qual o valor do momento fletor no ponto B da barra AB [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q02) Qual o valor do momento fletor no ponto B da barra BC [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q03) Qual o valor do momento fletor no ponto B da barra BE [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q04) Qual o valor do esforço cortante no ponto B da barra AB [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q05) Qual o valor do esforço cortante no ponto B da barra BC [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q06) Qual o valor do esforço cortante no ponto B da barra BE [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q07) Qual o valor do momento fletor no meio da barra AB [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q08) Qual o valor reação de apoio vertical no ponto G [em kN com positivo para cima]?
Q09) Qual o máximo esforço axial que ocorre na barra EF [em kN com positivo para tração]?

Equação do Carregamento no Trecho AB:

---

q(x) = A + B.x + C.x^2

Para x=0 q=q1 logo : q1 = A + B.0 + C*.^2
Para x=0,5*L1 q=q2 logo : q2 = A + B.0,5.L1 + C.(0,5*L1)^2
Para x=L1 q=q3 logo : q3 = A + B.L1 + C.L1^2

Matricialmente --> Matriz_A . Vetor_x = Vetor_B

$$Matriz_A := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0{,}5 \cdot L1 & (0{,}5 \cdot L1)^2 \\ 1 & L1 & L1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1{,}5 & 2{,}25 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

$$Vetor_B := \begin{bmatrix} q1 \\ q2 \\ q3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Solucionando o sistema de equações --> Vetor_x = Matriz_A^(-1).Vetor_B

$$Vetor_x := Matriz_A^{-1} \cdot Vetor_B = \begin{bmatrix} 5 \\ -2{,}3333 \\ 2{,}4444 \end{bmatrix}$$

$A := Vetor_x_{1\,1} = 5$ $B := Vetor_x_{2\,1} = -2{,}3333$ $C := Vetor_x_{3\,1} = 2{,}4444$

$$qab(x) := A + B \cdot x + C \cdot x^2$$

$$qab(x) = 5 + \left(-\frac{7}{3}\right) \cdot x + \frac{22}{9} \cdot x^2$$

Resultante de Carregamento no Trecho AB:

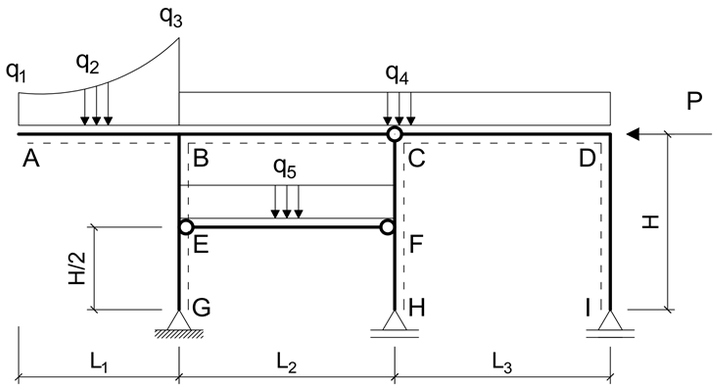
$$Rab := \int_0^{L1} qab(x)\,dx = 26,5 \qquad xRab := \frac{1}{Rab}\cdot\int_0^{L1} x\cdot qab(x)\,dx = 1,9245$$

Reações de Apoio:

ΣMC = 0 trecho CDI (+) antihorário

Vi.L3 - q4.L3^2/2= 0

$$Vi := \frac{1}{L3}\cdot\left(\frac{q4\cdot L3^2}{2}\right) \qquad Vi = 16$$



ΣMG = 0 toda estrutura (+) antihorário

Vi.(L3+L2) + P.H - q4.(L2+L3)^2/2
-q5.L2^2/2 + Rab.(L1-xRab) + Vh.L2 = 0

$$Vh := \frac{1}{L2}\cdot\left(-Vi\cdot(L3+L2) - P\cdot H + \frac{q4\cdot(L2+L3)^2}{2} + \frac{q5\cdot L2^2}{2} - Rab\cdot(L1-xRab)\right) \qquad Vh = -27,2$$

ΣFV = 0 (+) para cima

Vg + Vh + Vi - q4.(L2+L3) - q5.L2 - Rab = 0

$$Vg := -Vh - Vi + q4\cdot(L2+L3) + q5\cdot L2 + Rab \qquad Vg = 134,7$$

ΣFH = 0 (+) para direita

Hg - P = 0

$$Hg := P \qquad Hg = 70$$

Questões relativas à barra AB:

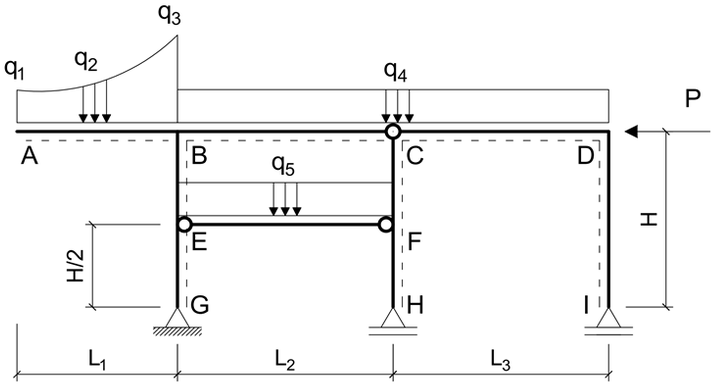
$$Vab(x) := \int_0^x -qab(x)\,dx + C1$$

$$Vab(x) := C1 - A\cdot x - B\cdot\frac{x^2}{2} - \frac{C\cdot x^3}{3}$$

Como V=0 em x=0 logo C2=0:

$$Vab(x) := -A\cdot x - B\cdot\frac{x^2}{2} - C\cdot\frac{x^3}{3}$$

$$Vab(x) = -5\cdot x - \left(-\frac{7}{3}\right)\cdot\frac{x^2}{2} - \frac{22}{9}\cdot\frac{x^3}{3}$$



Cortante no ponto B da barra AB: $Vb_ab := Vab(L1) = -26,5$

$$Mab(x) := \int_0^x Vab(x)\,dx + C2$$

$$Mab(x) := C2 + A\cdot\frac{x^2}{2} + B\cdot\frac{x^3}{6} + C\cdot\frac{x^4}{12}$$

Como M=0 em x=0, logo C2=0:

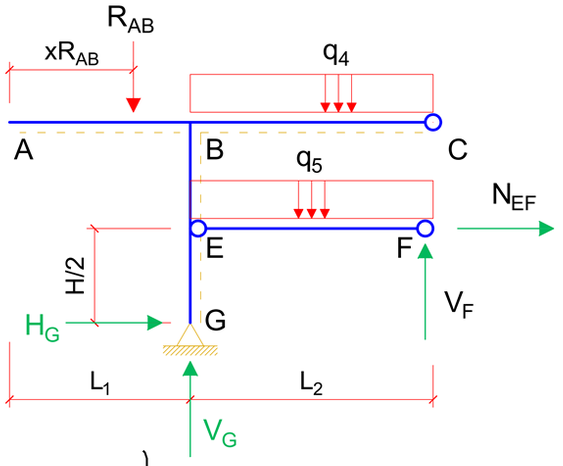
$Mab(x) := -\frac{A \cdot x^2}{2} - B \cdot \frac{x^3}{6} - C \cdot \frac{x^4}{12}$ $\quad Mab(x) = -\frac{5 \cdot x^2}{2} - \left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \frac{x^3}{6} - \frac{22}{9} \cdot \frac{x^4}{12}$

Momento fletor no ponto B da barra AB: $Mb_ab := Mab(L1) = -28,5$

Momento fletor no meio da barra AB: $Mab\left(\frac{L1}{2}\right) = -5,3438$

Esforço Axial na Barra EF:

Procedendo um corte vertical no rótula C infinitesimalmente à esquerda da barra CFH teremos que o momento na rótula F é nulo e esforço interno vertical Vf é colinear ao C restando cmo incógnita somente o esfoço; axial Nef. Assim sendo:



ΣMC = 0 trecho indicado (+) horário

Vg.L2 - Hg.H - q5.L2^2/2 -q4.L2^2/2
-Rab.(L2+L1-xRab)- Nef.H/2 = 0

$Nef := \frac{1}{0,5 \cdot H} \cdot \left(Vg \cdot L2 - Hg \cdot H - \frac{q5 \cdot L2^2}{2} - \frac{q4 \cdot L2^2}{2} - Rab \cdot (L2 + L1 - xRab) \right)$

$Nef = -1,3889 \cdot 10^{-12}$

Como Nef é nulo a barra EF comporta-se como uma viga birrotula, tal como no problema de modelagem de viga pré-moldada apresentado na primeira aula da disciplina.

Análise do Ponto C:

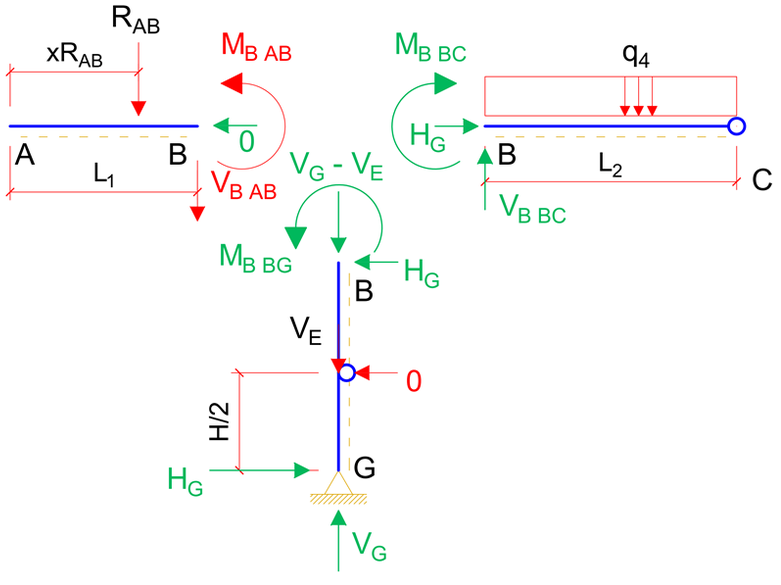
A barra EF gera um esforço vertica Ve aplicado no ponto E da barra BEG cujo valor é:

$Ve := \frac{q5 \cdot L2}{2}$ $\quad Ve = 12,5$

A barra AB não possui carregamento horizontal, logo o esfoço axial no ponto B é nulo.

Fazendo somatório de forças horizontais na barra BEG tem-se que no ponto B a força cortante é igual à reação de apoio Hg porém com sinal negativo por ser uma força que sobe numa ponta direita (convenção).

$Vb_beg := -Hg$ $\quad Vb_beg = -70$



ΣVc = 0 no ponto C (+) para cima

Vb_bc - (Vg - Ve) - Vb_ab = 0

$Vb_bc := (Vg - Ve) + Vb_ab$ $\quad Vb_bc = 95,7$

ΣMc = 0 na barra BEG (+) antihorário

Mb_beg + Hg.H = 0

$Mb_beg := -Hg \cdot H$ $\quad Mb_beg = -350$

*** Vb_beg = Vb_be

*** Mb_beg = Mb_be

ΣMc = 0 no ponto C (+) horário

Mb_bc - Mb_ab - Mb_bg = 0

$Mb_bc := Mb_ab + Mb_beg$

$Mb_bc = -378,5$

