B1T4PORT4

Dados da geometria do modelo estrutural:

$Lab := 5\ \text{m}$ $Lbc := 3\ \text{m}$

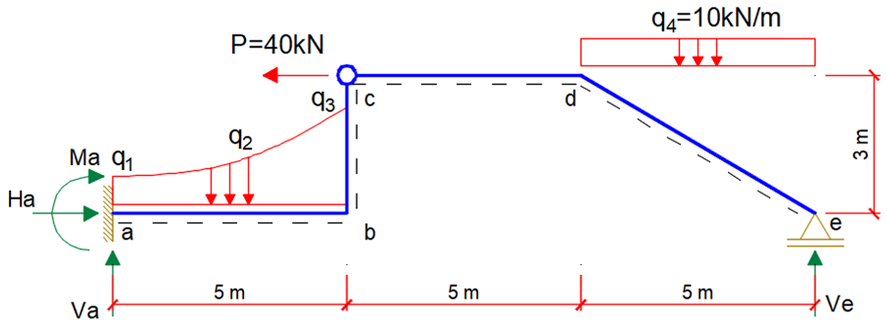
$Lcd := 5\ \text{m}$ $Ldeh := 5\ \text{m}$

Dados do carregamento:

$q1 := 10\ \text{kN/m}$ $q2 := 12\ \text{kN/m}$

$q3 := 36\ \text{kN/m}$ $q4 := 10\ \text{kN/m}$

$P := 40\ \text{kN}$



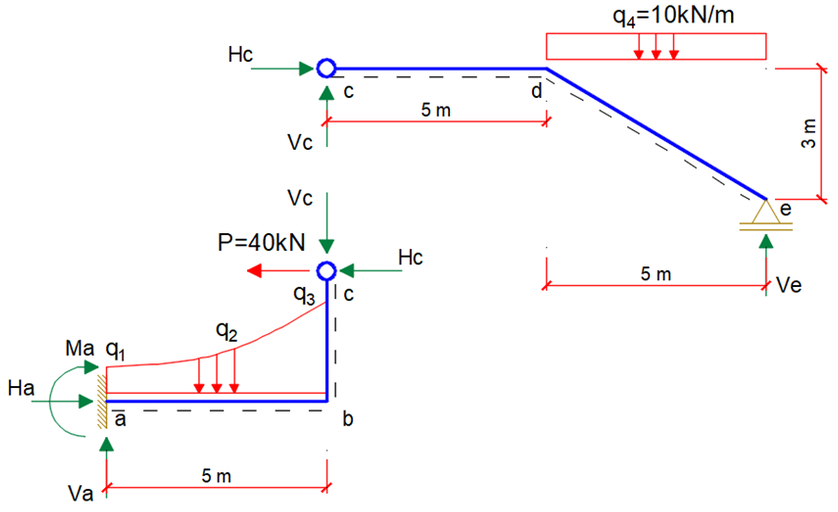
A carga no trecho AB é parabólica de 2º grau sendo q1 o valor do carregamento no ponto A, q2 o valor do carregamento no meio da barra e q3 o valor do carregamento infinitesimalmente à esquerda do ponto B.

Todas as barras possuem módulo de elasticidade E = 20 GPa e área de seção transversal com base b = 15 cm e altura h = 60 cm

Questões:

Q01) Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto E [em kN e positivo para cima]?
Q02) Qual o valor da resultante do carregamento parabólico da barra AB [em kN e em módulo]?
Q03) Qual a posição "x" (medida a partir do ponto A) da resultante da barra AB [em m e em módulo]?
Q04) Qual o valor da reação de apoio do momento fletor no apoio A [em kNm e em módulo]?
Q05) Qual o valor do momento fletor que ocorre no ponto B da barra AB [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q06) Qual o valor do esforço cortante no ponto B da barra AB [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q07) Qual o valor da deflexão do ponto no meio da barra AB, ou seja, com x = 2,5 m [em m e com positivo para cima]?
Q08) Qual o valor reação de apoio vertical no ponto A [em kN com positivo para cima]?
Q09) Qual o valor do momento fletor no ponto D da barra CD [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q10) Qual o valor do esforço cortante no ponto D da barra CD [em kN e sinal conforme a convenção]?

Decomposição do Pórtico:



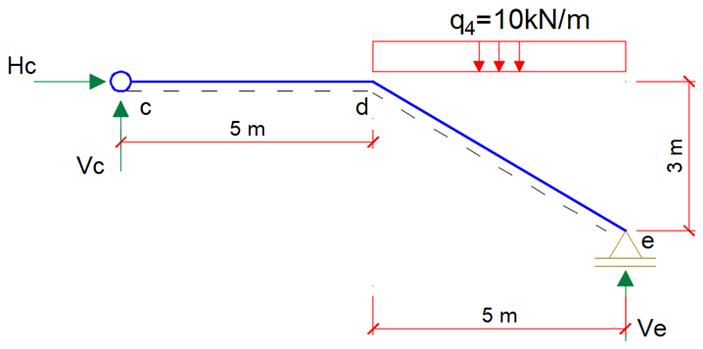
- Trecho "cde" apoia-se em "abc".
- Calculados os valores das reações de apoio Vc e Hc e transportadas as mesmas como cargas para o trecho "abc" os dois modelos poderão ser trabalhos de forma independente.

Reações de apoio do trecho "cde":

ΣMc = 0 (+) antihorário
Ve.(Lcd+Ldeh) - q4.Ldeh.(Lcd+Ldeh/2) = 0

$$Ve := \frac{1}{Lcd + Ldeh} \cdot \left(q4 \cdot Ldeh \cdot \left(Lcd + \frac{Ldeh}{2} \right) \right) = 37,5$$

$Ve = 37,5$



ΣFh = 0 (+) direita
Hc + 0 = 0
$Hc := 0$

ΣFv = 0 (+) para cima
Vc - q1.Ldeh + Ve = 0
$Vc := q1 \cdot Ldeh - Ve$
$Vc = 12,5$

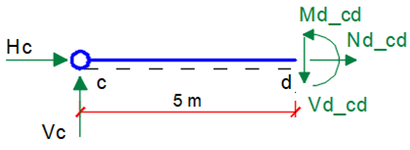
Equilíbrio Individual da barra "cd":

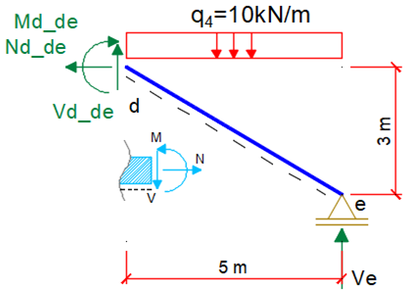
$$Md_de := -\frac{q4 \cdot Ldeh^{2}}{2} + Ve \cdot Ldeh$$

$Md_cd := Md_de = 62,5$

$Vd_de := q4 \cdot Ldeh - Ve$
$Vd_cd := Vd_de = 12,5$

$Nd_de := 0$
$Nd_cd := 0$





Verificando os resultados:
ΣFv=0 $Vc - Vd_cd = 0$
ΣMc=0 $Md_cd - Vd_cd \cdot Lcd = 0$
ΣFh=0 $Hc + Nd_cd = 0$

Equação do Carregamento da Barra "ab":

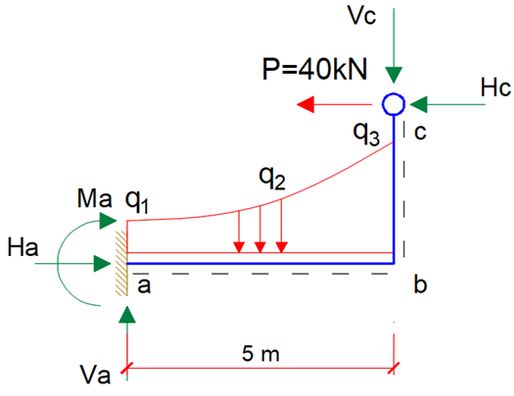
ΣMd = 0 (+) antihorário
q1 = A + B.0 + C.(0)^2
q2 = A + B.Lab/2 + C.(Lab/2)^2
q3 = A + B.Lab + C.(Lab)^2

Matricialmente:

$$MA := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{Lab}{2} & \left(\frac{Lab}{2}\right)^{2} \\ 1 & Lab & Lab^{2} \end{bmatrix} \quad VB := \begin{bmatrix} q1 \\ q2 \\ q3 \end{bmatrix} \quad coef := MA^{-1} \cdot VB = \begin{bmatrix} 10 \\ -3,6 \\ 1,76 \end{bmatrix}$$

$A := coef_{1\,1} = 10$ $B := coef_{2\,1} = -3,6$ $C := coef_{3\,1} = 1,76$

$qab(x) := A + B \cdot x + C \cdot x^{2}$ $qab(x) = 10 + \left(-\frac{18}{5}\right) \cdot x + \frac{44}{25} \cdot x^{2}$



$$Rab := \int_{0}^{Lab} qab(x)\,dx = 78,3333 \qquad x_Rab := \frac{1}{Rab} \cdot \int_{0}^{Lab} x \cdot qab(x)\,dx = 3,1915$$

Equilíbrio Individual da Barra "ab"

$Mb_ab := +P \cdot Lbc + Hc \cdot Lbc$

$Mb_ab = 120$

$Vb_ab := +Vc$

$Vb_ab = 12,5$

$Nb_ab := -Hc - P$

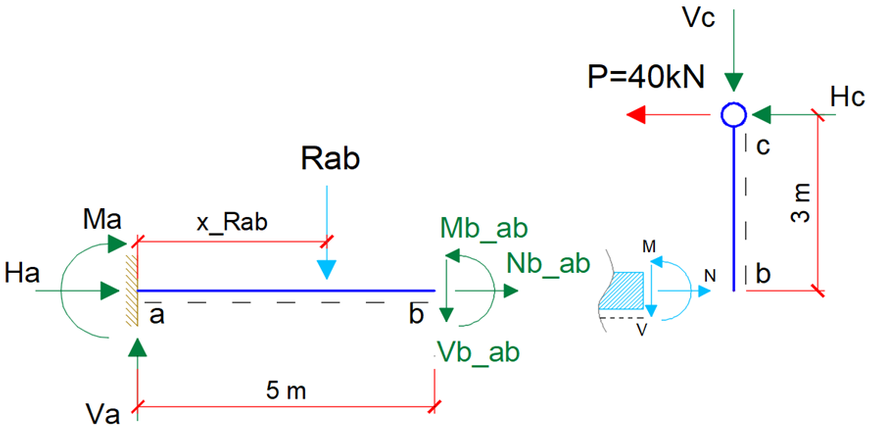
$Nb_ab = -40$

ΣFv=0 (+) para cima

Va - Rab - Vb_ab = 0

$Va := Rab + Vb_ab$

$Va = 90,8333$



ΣFh=0 (+) para direita

Ha + Nb_ab = 0

$Ha := -Nb_ab$

$Ha = 40$

ΣMa=0 (+) horário

Ma + Rab.x_Rab - Mb_ab + Vb_ab.Lab = 0

$Ma := -Rab \cdot x_Rab + Mb_ab - Vb_ab \cdot Lab$

$Ma = -192,5$

Linha Elastica da Barra "ab":

$E := 20 \cdot 10^{6}$ $\quad b := 0,15$ $\quad h := 0,60$

$EI := E \cdot b \cdot \frac{h^{3}}{12} = 54000$

$Vab(x) := \int -qab(x)\,dx + Va$

$Vab(x) := -\frac{C \cdot x^{3}}{3} - \frac{B \cdot x^{2}}{2} - A \cdot x + Va$

$Mab(x) := \int Vab(x)\,dx + Ma$

$Mab(x) := -\frac{C \cdot x^{4}}{12} - \frac{B \cdot x^{3}}{6} - \frac{A \cdot x^{2}}{2} + Va \cdot x + Ma$

$\theta ab(x) := \frac{1}{EI} \cdot \int Mab(x)\,dx + 0$

$\theta ab(x) := \frac{1}{EI} \cdot \left(-\frac{C \cdot x^{5}}{60} - \frac{B \cdot x^{4}}{24} - \frac{A \cdot x^{3}}{6} + \frac{Va \cdot x^{2}}{2} + Ma \cdot x + 0 \right)$

$vab(x) := \int \theta ab(x)\,dx + 0$

$vab(x) := \frac{1}{EI} \cdot \left(-\frac{C \cdot x^{6}}{360} - \frac{B \cdot x^{5}}{120} - \frac{A \cdot x^{4}}{24} + \frac{Va \cdot x^{3}}{6} + \frac{Ma \cdot x^{2}}{2} + 0 + 0 \right)$

$vab_meio := vab\left(\frac{Lab}{2}\right) = -0,0070288$

Resultados:

$Q01 := Ve = 37,5$

$Q02 := Rab = 78,3333$

$Q03 := x_Rab = 3,1915$

$Q04 := Ma = -192,5$

$Q05 := Mb_ab = 120 \quad Mab(Lab) = 120$

$Q06 := Vb_ab = 12,5 \quad Vab(Lab) = 12,5$

$Q07 := vab_meio = -0,0070288$

$Q08 := Va = 90,8333$

$Q09 := Md_cd = 62,5$

$Q10 := Vd_cd = 12,5$