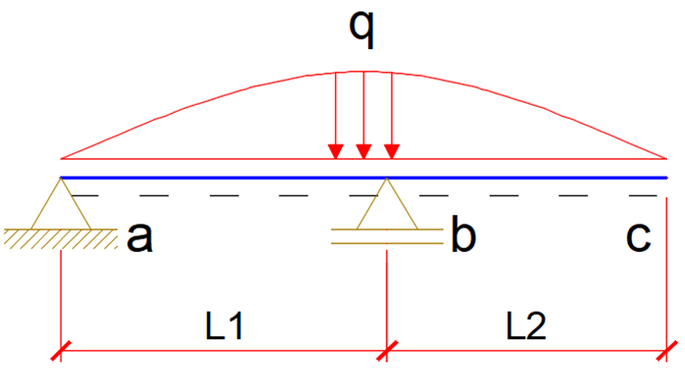
B2T4MA0601A

- Calcular a deflexão do ponto "c" do modelo de viga esboçado utilizando o PTV.



- o carregamento ao longo da viga "abc" é parabólico de 2° grau sendo "q" o valor da carga por metro linear no meio do comprimento total de "abc" (soma de L1 com L2) e zero o valor nas extremidades "a" e "c".

$L1 := 6,0\ \text{m}$ $q := 40\ \text{kN/m}$

$L2 := 5,0\ \text{m}$

- Seção transversal retangular:

$b := 0,25\ \text{m}$ $h := 0,70\ \text{m}$ $\chi := \frac{6}{5}$

- Módulo de elasticidade e coef. de Poisson:

$E := 20 \cdot 10^{6}\ \text{kN/m}^2$ $\nu := 0,2$

Q01 - Qual o valor da deflexão do ponto "c" devido aos efeitos de esforço cortante [em "mm" e positivo para cima] ?
Q02 - Qual o valor da deflexão do ponto "c" devido aos efeitos de momento fletor [em "mm" e positivo para cima] ?
Q03 - Qual o valor da deflexão do ponto "c" considerando todos os efeitos pertinentes [em "mm" e positivo para cima]?

Reações de Apoio para o Carregamento Real:

Equação de carregamento:

$x1 := 0$ $q1 := 0$

$x2 := \frac{L1 + L2}{2}$ $q2 := q$

$x3 := L1 + L2$ $q3 := 0$

$$matrizA := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \left(\frac{L1+L2}{2}\right) & \left(\frac{L1+L2}{2}\right)^2 \\ 1 & (L1+L2) & (L1+L2)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 5,5 & 30,25 \\ 1 & 11 & 121 \end{bmatrix} \qquad vetorB := \begin{bmatrix} q1 \\ q2 \\ q3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 40 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$vetorX := matrizA^{-1} \cdot vetorB = \begin{bmatrix} 0 \\ 14,545 \\ -1,3223 \end{bmatrix} \qquad A := vetorX_1 \qquad B := vetorX_2 \qquad C := vetorX_3$$

$$q_{abc}(x) := A + B \cdot x + C \cdot x^2 = 0 + \frac{160}{11} \cdot x + \left(-\frac{160}{121}\right) \cdot x^2$$

Resultante da carga qbc(x):

$$Rabc := \int_0^{L1+L2} q_{abc}(x)\,dx = 293,33$$

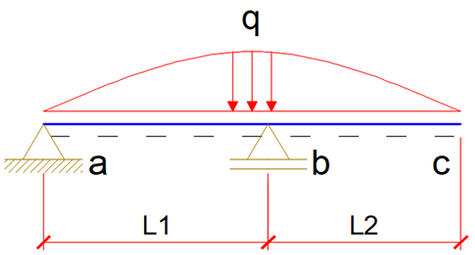
Posição das resultante da carga qbc(x):

$$x_Rabc := \frac{1}{Rabc} \cdot \int_0^{L1+L2} q_{abc}(x) \cdot x\,dx = 5,5$$

ΣMb = 0 (+) horário

RVar.L1 - Rabc . (L1-x_Rabc) = 0

$$RVar := \frac{1}{L1} \cdot \left(Rabc \cdot \left(L1 - x_Rabc \right) \right) = 24,4444$$



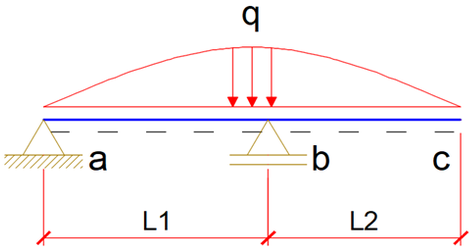
ΣFV = 0 (+) para cima

RVar + RVbr - Rabc = 0

$$RMar := 0$$

$$RVbr := -RVar + Rabc = 268,8889$$

Equações de Momentos e Cortantes para o Carregamento Real:



$$Vr_ab(x) := RVar - \int q_{abc}(x)\,dx$$

$$Vr_ab(x) := RVar - \left(A \cdot x + \frac{B \cdot x^2}{2} + \frac{C \cdot x^3}{3} \right)$$

$$Mr_ab(x) := RMar + \int Vr_ab(x)\,dx$$

$$Mr_ab(x) := RMar + RVar \cdot x - \left(\frac{A \cdot x^2}{2} + \frac{B \cdot x^3}{6} + \frac{C \cdot x^4}{12} \right)$$

$$Vr_bc(x) := RVar + RVbr - \int q_{abc}(x)\,dx$$

$$Vr_bc(x) := RVar + RVbr - \left(A \cdot x + \frac{B \cdot x^2}{2} + \frac{C \cdot x^3}{3} \right)$$

$$Mr_bc(x) := RMar + \int Vr_bc(x)\,dx$$

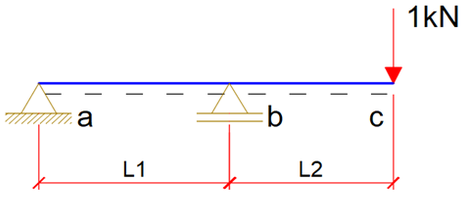
$$Mr_bc(x) := RMar + RVar \cdot x + RVbr \cdot (x - L1) - \left(\frac{A \cdot x^2}{2} + \frac{B \cdot x^3}{6} + \frac{C \cdot x^4}{12} \right)$$

Reações de Apoio para o Carregamento Virtual:

ΣMb = 0 (+) horário

RVav.L1 + 1.L2 = 0

$$RVav := \frac{1}{L1} \cdot (-L2) = -0,8333$$



ΣFV = 0 (+) para cima

RVav + RVbv - 1 = 0

$$RVbv := -RVav + 1 = 1,8333$$

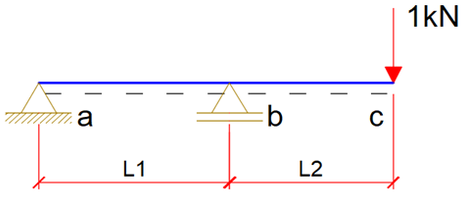
Equações de Momentos e Cortantes para o Carregamento Virtual:

$$Mv_ab(x) := RVav \cdot x$$

$$Vv_ab(x) := \frac{d}{dx} Mv_ab(x) = -0,8333$$

$$Mv_bc(x) := RVav \cdot x + RVbv \cdot (x - L1)$$

$$Vv_bc(x) := \frac{d}{dx} Mv_bc(x) = 1$$



Cálculo de Deslocamentos

$A := b \cdot h = 0,175$ $\quad I := \frac{b \cdot h^3}{12} = 0,0071458$ $\quad G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 8,3333 \cdot 10^6$

$v1 := \chi \cdot \int_0^{L1} \frac{Vr_ab(x) \cdot Vv_ab(x)}{G \cdot A} \, dx = 0,00016057$

$v2 := \chi \cdot \int_{L2}^{L1+L2} \frac{Vr_bc(x) \cdot Vv_bc(x)}{G \cdot A} \, dx = 0,0003$ $\quad \delta v := (-1000) \cdot (v1 + v2) = -0,47393$

$m1 := \int_0^{L1} \frac{Mr_ab(x) \cdot Mv_ab(x)}{E \cdot I} \, dx = 0,006725$

$m2 := \int_{L1}^{L1+L2} \frac{Mr_bc(x) \cdot Mv_bc(x)}{E \cdot I} \, dx = 0,008594$ $\quad \delta m := (-1000) \cdot (m1 + m2) = -15,3187$

$\delta total := \delta v + \delta m = -15,793$

$Q01 := \delta v = -0,47393$
$Q02 := \delta m = -15,319$
$Q03 := \delta total = -15,793$
