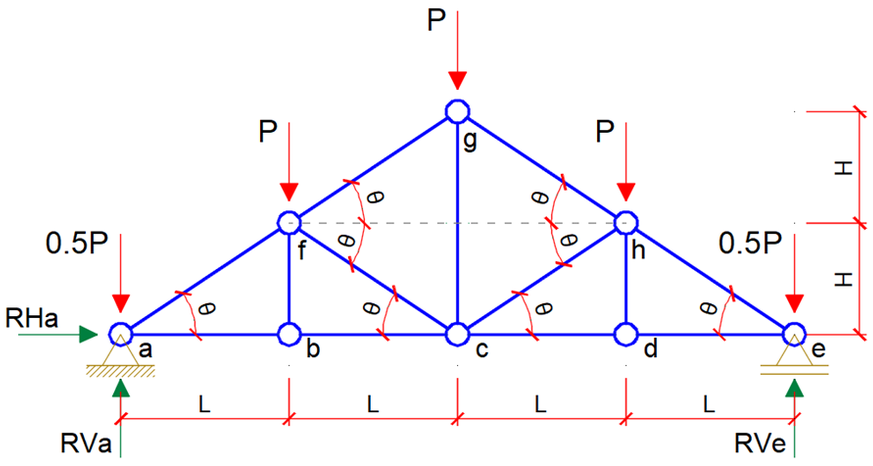
B2T4MA0615A

- Calcular o deslocamento horizontal do ponto "c".



- Dados:

$L := 2,5\,m$ $H := 1,5\,m$ $P := 70,0\,kN$

- Todas as barras são de seção transversal tubular circular com diâmetro externo "d", espessura "t" e Módulo de Elasticidade "E":

$d := 8\ cm$ $t := 3\ mm$ $E := 120 \cdot 10^{6}\ kN/m^2$

Q01 - Qual o valor do esforço axial na barra "bc" devido ao carregamento real [em kN e com positivo para tração] ?
Q02 - Qual o valor do esforço axial na barra "fg" devido ao carregamento virtual criado para calcular o deslocamento horizontal do ponto "c" [em kN e com positivo para tração] ?
Q03 - Qual o valor do deslocamento horizontal do ponto "c" [em "mm" e com positivo para direita] ?

Esforços Axiais nas Barras devido ao Carregamento Real:

Propriedades Geométricas:

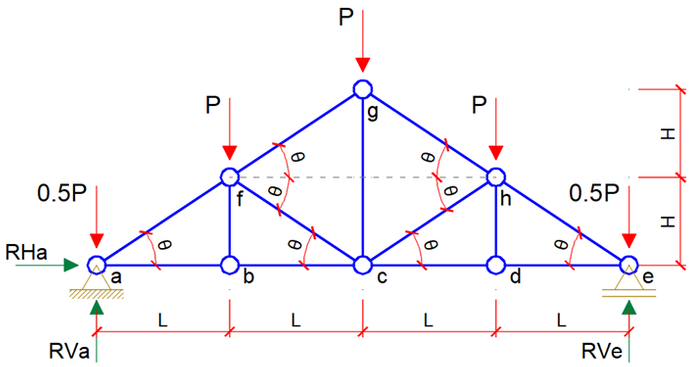
- Comprimento das barras "af", "fg", "gh", "eh", "cf" e "ch":

$Li := \sqrt{L^2 + H^2} = 2,9155$

- Relações Trigonométricas:

$cos\theta := \frac{L}{Li} = 0,85749$

$sen\theta := \frac{H}{Li} = 0,5145$



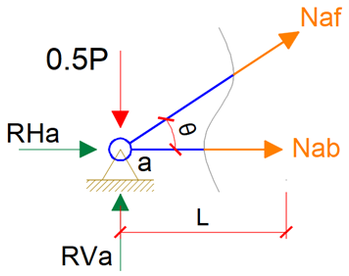
Pela simetria do carregamento e da disposição das barras do modelo, é possível afirmar que os esforços internos serão iguais entre as barras:

Naf = Neh; Nfg = Ngh; Nab = Nde; Nbc = Ncd; Nbf = Ndh; Ncf = Nch; Nbf = Ndh;

Reações de Apoio:

$RHa := 0$ $RVa := 4 \cdot \frac{P}{2} = 140$ $RVe := 4 \cdot \frac{P}{2} = 140$

Equilíbrio do Nó "a":



ΣFv = 0: Naf.senθ + RVa - 0,5.P = 0

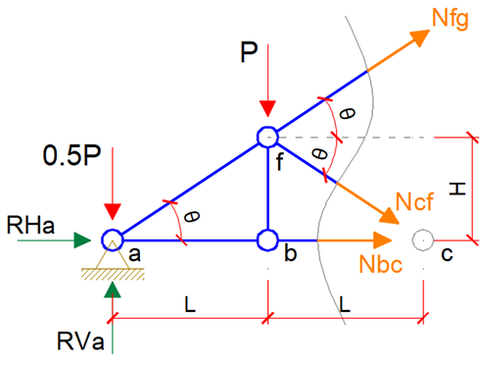
$$Naf := \frac{1}{sen\theta} \cdot (-RVa + 0,5 \cdot P) = -204,08$$

ΣFh = 0: Nab + Naf.cosθ + RHa = 0

$$Nab := -Naf \cdot cos\theta - RHa = 175$$

$$Neh := Naf = -204,08 \qquad Nde := Nab = 175$$

Aplicação do Método das Seções:



ΣMf = 0 (+ anti-horário) :

Nbc.H + RHa.H + 0,5.P.L - RVa.L = 0

$$Nbc := \frac{1}{H} \cdot (-RHa \cdot H - 0,5 \cdot P \cdot L + RVa \cdot L) = 175$$

ΣMc = 0 (+ horário) :

Nfg.cosθ.H + Nfg.senθ.L - P.L - 0.5.P.2.L + RVa.2.L = 0

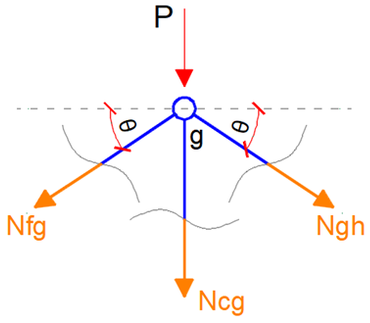
$$Nfg := \frac{(P \cdot L + 0,5 \cdot P \cdot 2 \cdot L - RVa \cdot 2 \cdot L)}{(cos\theta \cdot H + sen\theta \cdot L)} = -136,06$$

ΣFh = 0 (+ para direita) : Nfg.cosθ + Ncf.cosθ + Nbc + RHa = 0

$$Ncf := \frac{1}{cos\theta} \cdot (-Nfg \cdot cos\theta - Nbc - RHa) = -68,028$$

$$Nch := Ncf = -68,028 \qquad Ngh := Nfg = -136,06 \qquad Ncd := Nbc = 175$$

Equilíbrio do Nó "g":



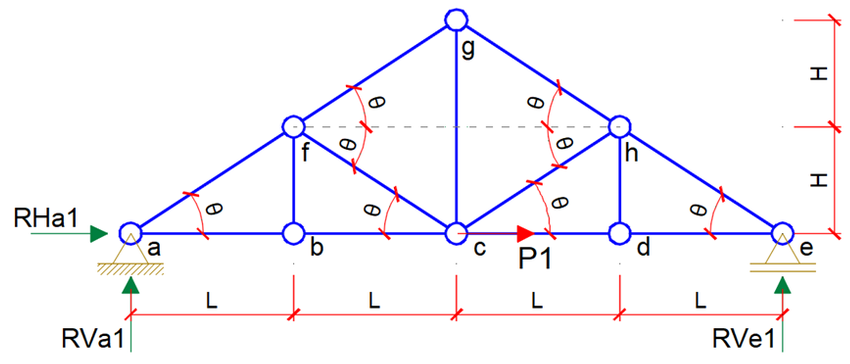
ΣFv = 0: - P - Ncg - Nfg.senθ - Ngh.senθ = 0

$$Ncg := -P - Nfg \cdot sen\theta - Ngh \cdot sen\theta = 70$$

* Por inspeção o esforço na barra "bf" é necessariamente nulo pois caso contrário não há equilíbrio no nó "b".

$$Nbf := 0 \qquad Ndh := Nbf = 0$$

Esforços Axiais nas Barras devido ao Carregamento Virtual aplicado para Cálculo do Deslocamento Vertical em "c":



Reações de Apoio: $P1 := 1$

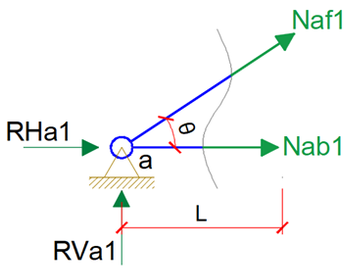
$$RHa1 := -P1 = -1$$

$$RVa1 := 0 = 0$$

$$RVe1 := 0 = 0$$

Como o carregamento não é mais simétrico não é mais possível mais admitir a igualdade de esforços entre as barras em posições simétricas.

Equilíbrio do Nó "a":



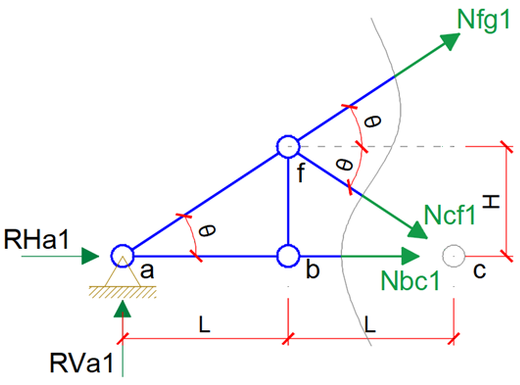
ΣFv = 0: Naf1.senθ + RVa1 = 0

$Naf1 := \frac{1}{sen\theta} \cdot (-RVa1) = 0$

ΣFh = 0: Nab1 + Naf1.cosθ + RHa1 = 0

$Nab1 := -Naf1 \cdot cos\theta - RHa1 = 1$

Aplicação do Método das Seções:



ΣMf = 0 (+ anti-horário) :

Nbc1.H + RHa1.H - RVa1.L = 0

$Nbc1 := \frac{1}{H} \cdot (-RHa1 \cdot H + RVa1 \cdot L) = 1$

ΣMc = 0 (+ horário) :

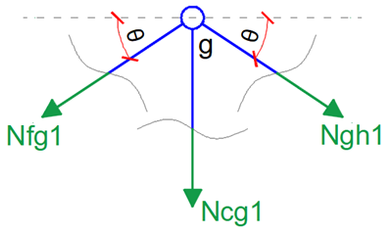
Nfg1.cosθ.H + Nfg1.senθ.L + RVa1.2.L = 0

$Nfg1 := \frac{(-RVa1 \cdot 2 \cdot L)}{(cos\theta \cdot H + sen\theta \cdot L)} = 0$

ΣFh = 0 (+ para direita) : Nfg1.cosθ + Ncf1.cosθ + Nbc1 + RHa1 = 0

$Ncf1 := \frac{1}{cos\theta} \cdot (-Nfg1 \cdot cos\theta - Nbc1 - RHa1) = 0$

Equilíbrio do Nó "g":



ΣFh = 0: - Nfg1.cosθ + Ngh1.cosθ = 0

$Ngh1 := 0$

ΣFv = 0: - Ncg1 - Nfg1.senθ - Ngh1.senθ = 0

$Ncg1 := -Nfg1 \cdot sen\theta - Ngh1 \cdot sen\theta = 0$

* Por inspeção os esforços nas barras "bf1" e "dh1" são necessariamente nulos pois caso contrário não haverá equilíbrio nos nó "b" e "d".

$Nbf1 := 0$ $Ndh1 := 0$

Por inspeção é possível detectar que os esforços nas demais barras à direita do ponto "c" são todos nulos:

$Nde1 := 0$ $Neh1 := 0$ $Nch1 := 0$ $Ncd1 := 0$

Cálculo do Deslocamento:

Rigidez axial das barras: $d := \frac{d}{100} = 0,08$ $t := \frac{t}{1000} = 0,003$

$A_ext := \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 0,0050265$ $A_int := \frac{\pi \cdot (d - 2 \cdot t)^2}{4} = 0,0043008$ $A := A_ext - A_int = 0,00072571$

$EA := E \cdot A = 87085$ kN

$Nreal := [Nab\ Nbc\ Ncd\ Nde\ Naf\ Nfg\ Ngh\ Neh\ Nbf\ Ncf\ Ncg\ Nch\ Ndh]$

$Nreal = [175\ 175\ 175\ 175\ -204,08\ -136,06\ -136,06\ -204,08\ 0\ -68,028\ 70\ -68,028\ 0]$

$Nvirtual := [\ Nab1\ \ Nbc1\ \ Ncd1\ \ Nde1\ \ Naf1\ \ Nfg1\ \ Ngh1\ \ Neh1\ \ Nbf1\ \ Ncf1\ \ Ncg1\ \ Nch1\ \ Ndh1\ ]$

$Nvirtual = [\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ ]$

$Lbarra := [\ L\ \ L\ \ L\ \ L\ \ Li\ \ Li\ \ Li\ \ Li\ \ H\ \ Li\ \ 2 \cdot H\ \ Li\ \ H\ ]$

$Lbarra = [\ 2{,}5\ \ 2{,}5\ \ 2{,}5\ \ 2{,}5\ \ 2{,}9155\ \ 2{,}9155\ \ 2{,}9155\ \ 2{,}9155\ \ 1{,}5\ \ 2{,}9155\ \cdots]$

$$\delta_vert_c := 1000 \cdot \sum_{i=1}^{13} \frac{Nvirtual_i \cdot Nreal_i \cdot Lbarra_i}{EA} = 10{,}048$$

$Q01 := Nbc = 175{,}00$

$Q02 := Nfg1 = 0{,}0000$

$Q03 := \delta_vert_c = 10{,}048$
