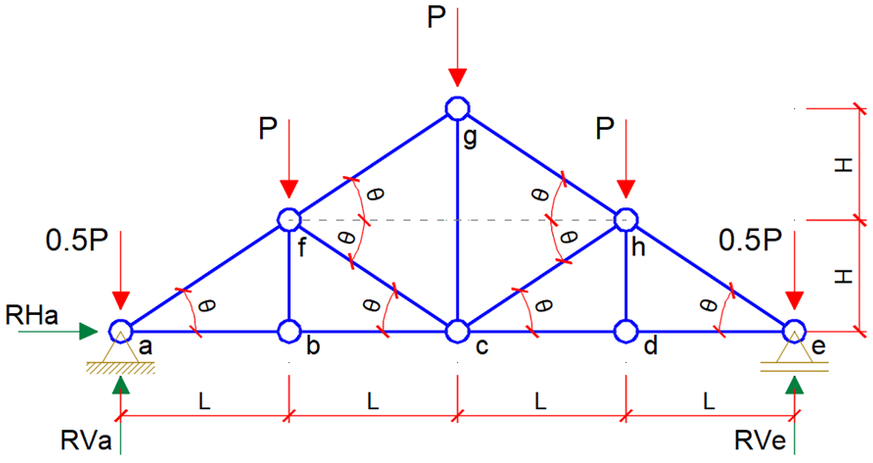
B2T4NB0610A

- Calcular o deslocamento vertical do ponto "c".



- Dados:

$L := 2,0\,m$ $H := 1,5\,m$ $P := 50,0\,kN$

- Todas as barras são de seção transversal tubular circular com diâmetro externo "d", espessura "t" e Módulo de Elasticidade "E":

$d := 7\ cm$ $t := 3\ mm$ $E := 150 \cdot 10^{6}\ kN/m^2$

Q01 - Qual o valor do esforço axial na barra "bc" devido ao carregamento real [em kN e com positivo para tração] ?
Q02 - Qual o valor do esforço axial na barra "fg" devido ao carregamento virtual criado para calcular o deslocamento vertical do ponto "c" [em kN e com positivo para tração] ?
Q03 - Qual o valor do deslocamento vertical do ponto "c" [em "mm" e com positivo para cima] ?

Esforços Axiais nas Barras devido ao Carregamento Real:

Propriedades Geométricas:

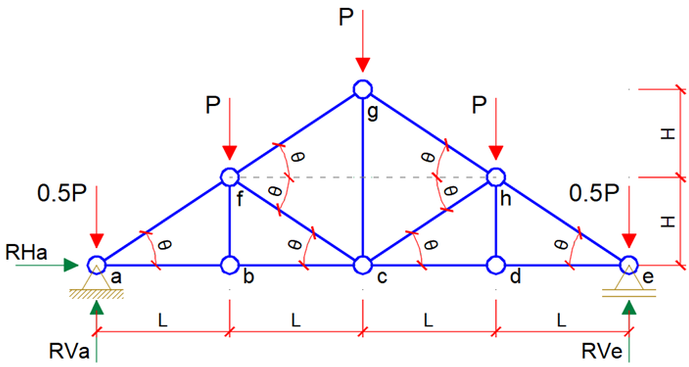
- Comprimento das barras "af", "fg", "gh", "eh", "cf" e "ch":

$$Li := \sqrt{L^2 + H^2} = 2,5$$

- Relações Trigonométricas:

$$cos\theta := \frac{L}{Li} = 0,8$$

$$sen\theta := \frac{H}{Li} = 0,6$$



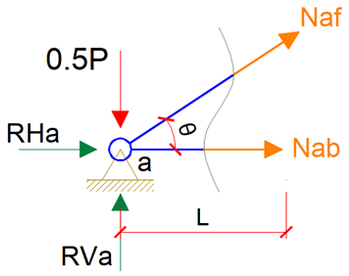
Pela simetria do carregamento e da disposição das barras do modelo, é possível afirmar que os esforços internos serão iguais entre as barras:

Naf = Neh; Nfg = Ngh; Nab = Nde; Nbc = Ncd; Nbf = Ndh; Ncf = Nch; Nbf = Ndh;

Reações de Apoio:

$RHa := 0$ $RVa := 4 \cdot \frac{P}{2} = 100$ $RVe := 4 \cdot \frac{P}{2} = 100$

Equilíbrio do Nó "a":



ΣFv = 0: Naf.senθ + RVa - 0,5.P = 0

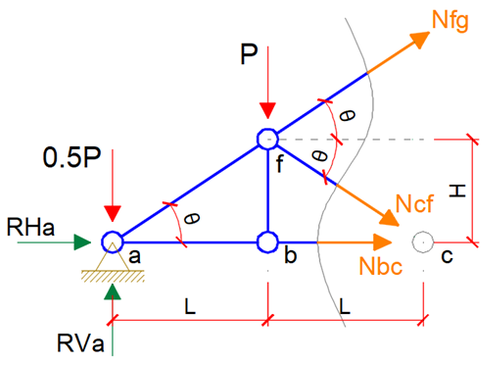
$$Naf := \frac{1}{sen\theta} \cdot (-RVa + 0,5 \cdot P) = -125$$

ΣFh = 0: Nab + Naf.cosθ + RHa = 0

$$Nab := -Naf \cdot cos\theta - RHa = 100$$

$$Neh := Naf = -125 \qquad Nde := Nab = 100$$

Aplicação do Método das Seções:



ΣMf = 0 (+ anti-horário) :

Nbc.H + RHa.H + 0,5.P.L - RVa.L = 0

$$Nbc := \frac{1}{H} \cdot (-RHa \cdot H - 0,5 \cdot P \cdot L + RVa \cdot L) = 100$$

ΣMc = 0 (+ horário) :

Nfg.cosθ.H + Nfg.senθ.L - P.L - 0.5.P.2.L + RVa.2.L = 0

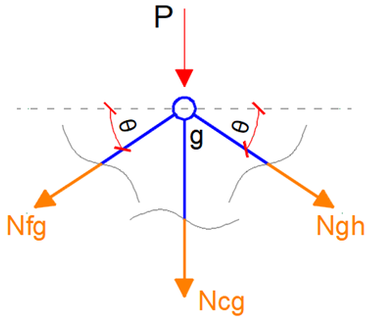
$$Nfg := \frac{(P \cdot L + 0,5 \cdot P \cdot 2 \cdot L - RVa \cdot 2 \cdot L)}{(cos\theta \cdot H + sen\theta \cdot L)} = -83,333$$

ΣFh = 0 (+ para direita) : Nfg.cosθ + Ncf.cosθ + Nbc + RHa = 0

$$Ncf := \frac{1}{cos\theta} \cdot (-Nfg \cdot cos\theta - Nbc - RHa) = -41,667$$

$$Nch := Ncf = -41,667 \qquad Ngh := Nfg = -83,333 \qquad Ncd := Nbc = 100$$

Equilíbrio do Nó "g":



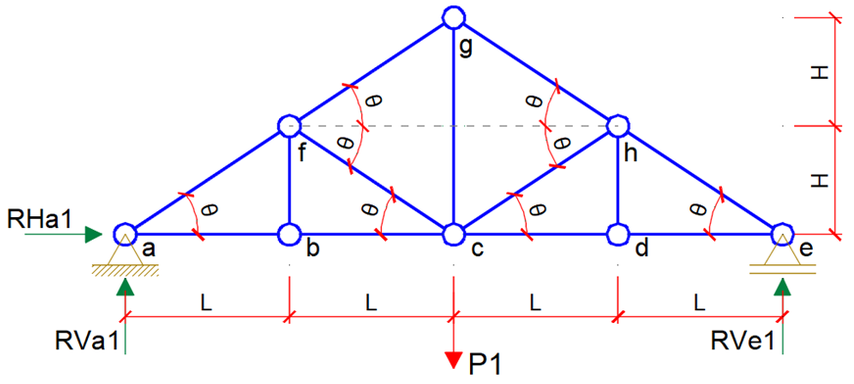
ΣFv = 0: - P - Ncg - Nfg.senθ - Ngh.senθ = 0

$$Ncg := -P - Nfg \cdot sen\theta - Ngh \cdot sen\theta = 50$$

* Por inspeção o esforço na barra "bf" é necessariamente nulo pois caso contrário não há equilíbrio no nó "b".

$$Nbf := 0 \qquad Ndh := Nbf = 0$$

Esforços Axiais nas Barras devido ao Carregamento Virtual aplicado para Cálculo do Deslocamento Vertical em "c":



Reações de Apoio: $P1 := 1$

$$RHa1 := 0$$

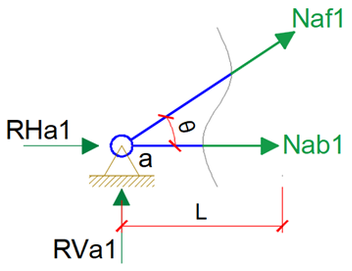
$$RVa1 := \frac{P1}{2} = 0,5$$

$$RVe1 := \frac{P1}{2} = 0,5$$

De igual forma, pela simetria do carregamento e da disposição das barras do modelo, é possível afirmar que os esforços internos serão iguais entre as barras:

Naf1 = Neh1; Nfg1 = Ngh1; Nab1 = Nde1; Nbc1 = Ncd1; Nbf1 = Ndh1; Ncf1 = Nch1; Nbf1 = Ndh1;

Equilíbrio do Nó "a":



ΣFv = 0: Naf1.senθ + RVa1 = 0

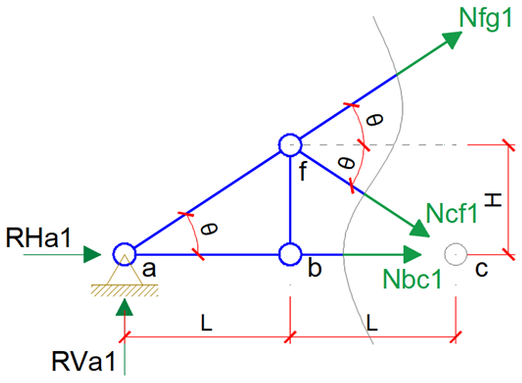
$Naf1 := \frac{1}{sen\theta} \cdot (-RVa1) = -0,8333$

ΣFh = 0: Nab1 + Naf1.cosθ + RHa1 = 0

$Nab1 := -Naf1 \cdot cos\theta - RHa1 = 0,6667$

$Neh1 := Naf1 = -0,8333 \qquad Nde1 := Nab1 = 0,6667$

Aplicação do Método das Seções:



ΣMf = 0 (+ anti-horário) :

Nbc1.H + RHa1.H - RVa1.L = 0

$Nbc1 := \frac{1}{H} \cdot (-RHa1 \cdot H + RVa1 \cdot L) = 0,6667$

ΣMc = 0 (+ horário) :

Nfg1.cosθ.H + Nfg1.senθ.L + RVa1.2.L = 0

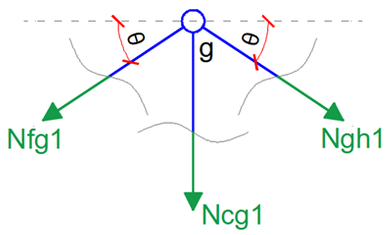
$Nfg1 := \frac{(-RVa1 \cdot 2 \cdot L)}{(cos\theta \cdot H + sen\theta \cdot L)} = -0,8333$

ΣFh = 0 (+ para direita) : Nfg1.cosθ + Ncf1.cosθ + Nbc1 + RHa1 = 0

$Ncf1 := \frac{1}{cos\theta} \cdot (-Nfg1 \cdot cos\theta - Nbc1 - RHa) = 0$

$Nch1 := Ncf1 = 0 \qquad Ngh1 := Nfg1 = -0,8333 \qquad Ncd1 := Nbc1 = 0,6667$

Equilíbrio do Nó "g":



ΣFv = 0: - Ncg1 - Nfg1.senθ - Ngh1.senθ = 0

$Ncg1 := -Nfg1 \cdot sen\theta - Ngh1 \cdot sen\theta = 1$

* Por inspeção o esforço na barra "bf1" é necessariamente nulo pois caso contrário não há equilíbrio no nó "b".

$Nbf1 := 0 \qquad Ndh1 := Nbf1 = 0$

Cálculo do Deslocamento:

Rigidez axial das barras: $d := \frac{d}{100} = 0,07 \qquad t := \frac{t}{1000} = 0,003$

$A_ext := \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 0,0038485 \qquad A_int := \frac{\pi \cdot (d - 2 \cdot t)^2}{4} = 0,003217 \qquad A := A_ext - A_int = 0,00063146$

$EA := E \cdot A = 94719$ kN

$Nreal := [\ Nab\ Nbc\ Ncd\ Nde\ Naf\ Nfg\ Ngh\ Neh\ Nbf\ Ncf\ Ncg\ Nch\ Ndh\ ]$
$Nreal = [\ 100\ 100\ 100\ 100\ -125\ -83,333\ -83,333\ -125\ 0\ -41,667\ 50\ -41,667\ 0\ ]$

$Nvirtual := [\ Nab1\ Nbc1\ Ncd1\ Nde1\ Naf1\ Nfg1\ Ngh1\ Neh1\ Nbf1\ Ncf1\ Ncg1\ Nch1\ Ndh1\ ]$
$Nvirtual = [\ 0,66667\ 0,66667\ 0,66667\ 0,66667\ -0,83333\ -0,83333\ -0,83333\ -0,83333\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ ]$

$Lbarra := [\ L\ L\ L\ L\ Li\ Li\ Li\ Li\ H\ Li\ 2 \cdot H\ Li\ H\ ]$
$Lbarra = [\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2,5\ 2,5\ 2,5\ 2,5\ 1,5\ 2,5\ 3\ 2,5\ 1,5\ ]$

$$\delta_vert_c := -1000 \cdot \sum_{i=1}^{13} \frac{Nvirtual_i \cdot Nreal_i \cdot Lbarra_i}{EA} = -16,379$$

$Q01 := Nbc = 100,00$
$Q02 := Nfg1 = -0,83333$
$Q03 := \delta_vert_c = -16,379$
