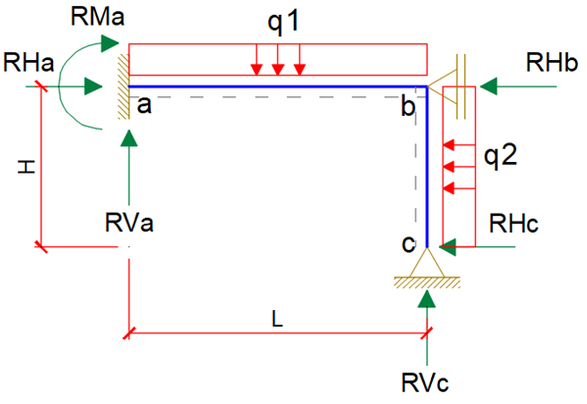
B2T4MA1005A

- Aplicando o Método dos Deslocamentos calcular as reações de apoio no modelo estrutural bem como os momentos fletores nas extremidades de todas as barras.

$H := 3\ m$ $L := 5\ m$ $q1 := 20\ \frac{kN}{m}$ $q2 := 10\ \frac{kN}{m}$

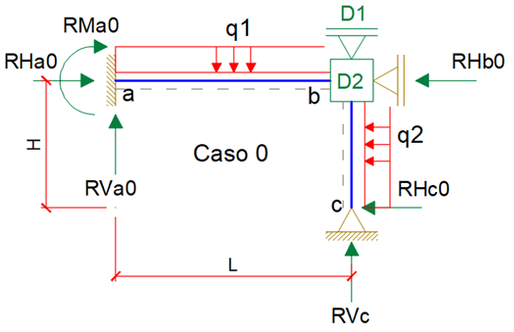


Para todas as barras:

$E := 20\ GPa$
$b := 20\ cm$
$h := 50\ cm$

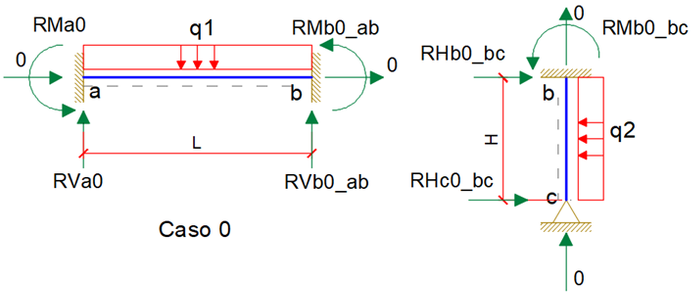
* Respostas em unidades de "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de Green;
Q01) Qual o coeficiente de rigidez "k11" para o modelo estrutural esboçado?
Q02) Qual o coeficiente de rigidez "k22" para o modelo estrutural esboçado?
Q03) Qual o coeficiente de rigidez "k12" para o modelo estrutural esboçado?
Q04) Qual o coeficiente de rigidez "k21" para o modelo estrutural esboçado?

Determinação do Caso 0 (Sistema Hipergeométrico) e dos Coeficientes de Força:

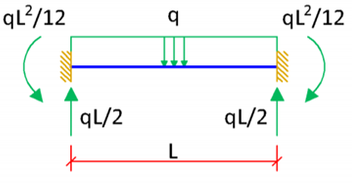


D1: deslocamento vertical do ponto "b";
D2: rotação do ponto "b"

Dividir o modelo estrutural nas barras componentes



Para a barra "ab":

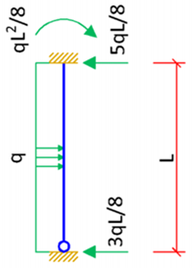


$RMa0 := \frac{q1 \cdot L^2}{12} = 41,667\ kN\ m$

$RMb0_ab := -\frac{q1 \cdot L^2}{12} = -41,667\ kN\ m$

$RVa0 := q1 \cdot \frac{L}{2} = 50\ kN$ $RVb0_ab := q1 \cdot \frac{L}{2} = 50\ kN$

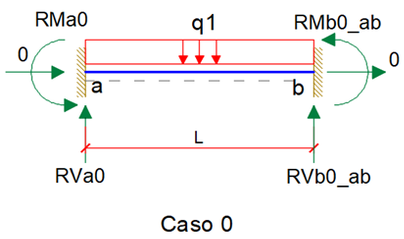
Para a barra "bc":



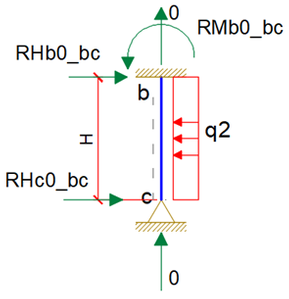
$$RMb0_bc := \frac{q2 \cdot H^2}{8} = 11,25\ \text{kN m}$$

$$RHb0_bc := 5 \cdot q2 \cdot \frac{H}{8} = 18,75\ \text{kN}$$

$$RHc0_bc := 3 \cdot q2 \cdot \frac{H}{8} = 11,25\ \text{kN}$$



Caso 0



Coeficiente e carga relativo a primeira deslocabilidade "D1":

$$F10 := RVb0_ab = 50\ \text{kN}$$

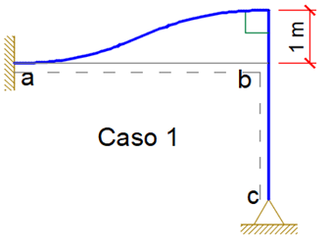
Coeficiente e carga relativo a segunda deslocabilidade "D2":

$$F20 := RMb0_ab + RMb0_bc = -30,417\ \text{kN m}$$

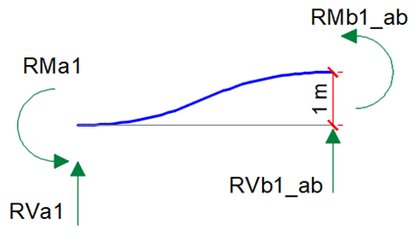
$$F := \begin{bmatrix} \frac{F10}{\text{kN}} \\ \frac{F20}{\text{kN m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ -30,417 \end{bmatrix}$$

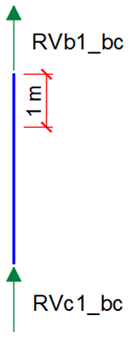
Determinação dos Coeficientes de Rigidez:

Caso 1: cópia da geometria do modelo hipergeométrico sem a aplicação da carga real, e com aplicação de um deslocamento unitário positivo conforme a convenção de Green na deslocabildiade 1 (deslocamento vertical para cima no ponto "b")



Caso 1

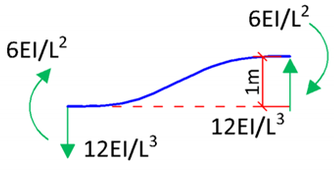




$$EI := \frac{E \cdot b \cdot h^3}{12} = 41667\ \text{kN m}^2$$

$$EA := E \cdot b \cdot h = 2 \cdot 10^6\ \text{kN}$$

Barra "ab":



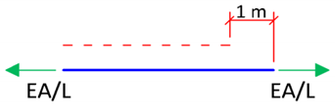
$$RMa1 := -\frac{6 \cdot EI}{L^2} = -10000\ \text{kN}$$

$$RMb1_ab := -\frac{6 \cdot EI}{L^2} = -10000\ \text{kN}$$

$$RVa1 := -12 \cdot \frac{EI}{L^3} \frac{\text{m}}{\text{kN}} = -4000$$

$$RVb1_ab := 12 \cdot \frac{EI}{L^3} \frac{\text{m}}{\text{kN}} = 4000$$

Barra "bc":



$$RVb1_bc := \frac{EA}{H} \frac{\text{m}}{\text{kN}} = 6,6667 \cdot 10^5$$

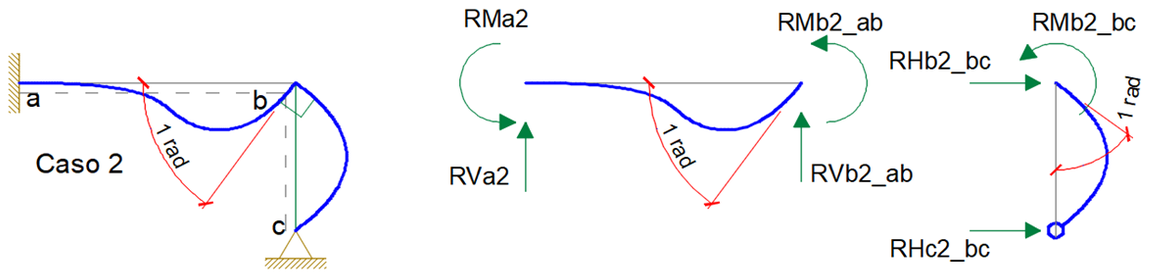
$$RVc1_bc := \left(-\frac{EA}{H}\right) \frac{\text{m}}{\text{kN}} = -6,6667 \cdot 10^5$$

$$k11 := RVb1_ab + RVb1_bc = 6,70667 \cdot 10^5$$

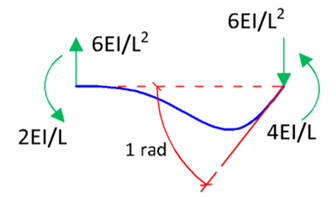
* Rigidez na deslocabilidade 1 devido deslocamento unitário aplicado na própria deslocabilidade 1;

$k21 := RMb1_ab = -10000$ * Rigidez na deslocabilidade 2 devido deslocamento unitário aplicado na deslocabilidade 1;

Caso 2: cópia da geometria do modelo hipergeométrico sem a aplicação da carga real e com aplicação de um deslocamento unitário positivo conforme a convenção de Green na deslocabilidade 2 (deslocamento de rotação do ponto "b")



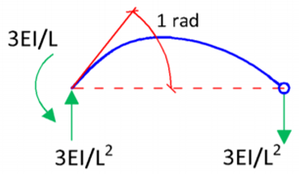
Barra "ab":



$RMb2_ab := 4 \cdot \frac{EI}{L} \cdot \frac{1}{kN\ m} = 33333$ $RMa2 := 2 \cdot \frac{EI}{L\ kN\ m} = 16667$

$RVb2_ab := -6 \cdot \frac{EI}{L^{2}} \cdot \frac{1}{kN} = -10000$ $RVc2_ab := 6 \cdot \frac{EI}{L^{2}\ kN} = 10000$

Barra "bc":



$RMb2_bc := 3 \cdot \frac{EI}{H\ kN\ m} = 41667$

$RHb2_bc := \frac{3 \cdot EI}{H^{2}\ kN} = 13889$ $RHc2_bc := -\frac{3 \cdot EI}{H^{2}\ kN} = -13889$

$k22 := RMb2_ab + RMb2_bc = 75000$

$k12 := RVb2_ab = -10000$

$Q01 := k11 = 6,7067 \cdot 10^{5}$ * Os coeficientes da diagonal principal são sempres positivos.

$Q02 := k22 = 75000$

$Q03 := k12 = -10000$

$Q04 := k21 = -10000$ * Tal como no método das forças, os coeficientes recíprocos são iguais