B2T4MA1019B

Empregando o método dos deslocamentos e considerando as deslocabilidades indicadas, calcular os esforços internos e as reações de apoio solicitadas nos questionamentos.

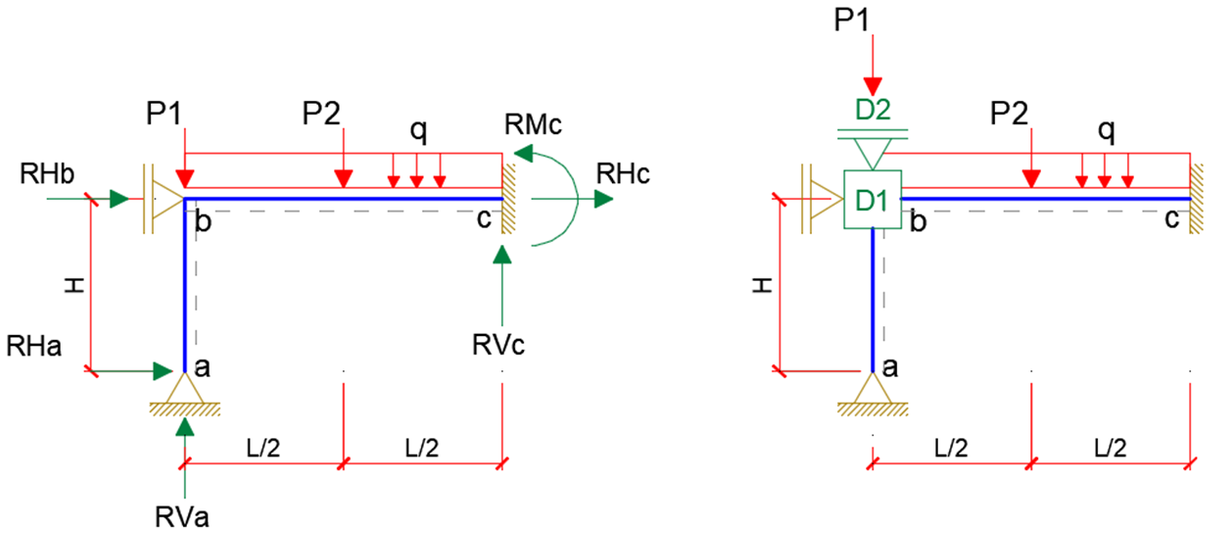
Módulo de Elasticidade de todas as barras: $E := 15\ GPa$

Dimensões da Seção Transversal Retangular das barras horizontais: $b1 := 20\ cm$ $h1 := 50\ cm$

Dimensões da Seção Transversal Retangular das barras verticais: $b2 := 20\ cm$ $h2 := 30\ cm$

* Dimensões b1 e b2 entrantes no plano do papel e dimensões h1 e h2 assentes ao plano do papel.

$L := 7,0\ m$ $H := 5,0\ m$ $q := 20\ \frac{kN}{m}$ $P1 := 80\ kN$ $P2 := 50\ kN$



OBS: Condição de Equilíbrio [K].{D} + {Fr} = {Fn}

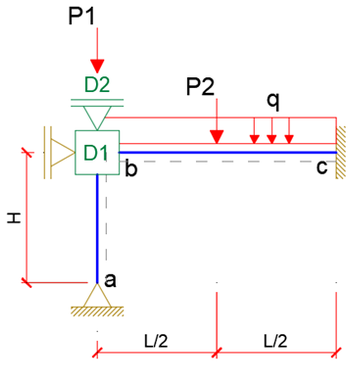
onde:
[K] - matriz de rigidez
{D} - vetor de deslocamentos incógnitos
{Fr} - vetor de reações nodais
{Fn} - vetor de cargas nodais
{F} = {Fn}-{Fr} - vetor final de cargas nodais

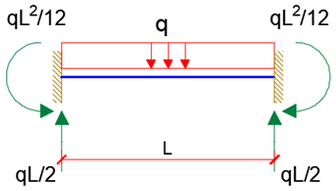
---> [K].{D} = {Fn}-{Fr} ---> [K].{D} = {F}

Q01) Qual o valor final do coeficiente de carga relativo a rotação do ponto "b" (F10) [em unidades de "kN" e "m" e em módulo]?
Q02) Qual o valor final do coeficiente de carga relativo a translação vertical do ponto "b" (F20) [em unidades de "kN" e "m" e em módulo]?
Q03) Qual o valor do coeficiente de rigidez k11 [em unidades de "kN" e "m" e em módulo]?
Q04) Qual o valor do coeficiente de rigidez k12 [em unidades de "kN" e "m" e em módulo]?
Q05) Qual o valor do coeficiente de rigidez k22 [em unidades de "kN" e "m" e em módulo]?
Q06) Qual o valor da rotação do ponto "b" [em rad e com positivo conforme a convenção de Green]?
Q07) Qual o valor da translação vertical do ponto "b" [em "m" e com positivo conforme a convenção de Green]?
Q08) Qual o valor do momento fletor no ponto "b" da barra "bc" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?

Vetor de Cargas:

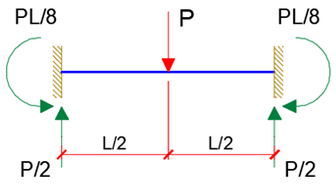
Caso 0 : sistema hipergeométrico - todas as deslocabilidades travadas e numeradas





$RMb_bc_q := \frac{q \cdot L^2}{12} = 81,667\ kN\ m$

$RVb_bc_q := \frac{q \cdot L}{2} = 70\ kN$



$RMb_bc_P := \frac{P2 \cdot L}{8} = 43,75\ kN\ m$

$RVb_bc_P := \frac{P2}{2} = 25\ kN$

Coeficientes do vetor de reações nodais {Fr}:

$F10r := RMb_bc_q + RMb_bc_P = 125,42\ kN\ m$

$F20r := RVb_bc_q + RVb_bc_P = 95\ kN$

$Fr := \begin{bmatrix} F10r \\ F20r \end{bmatrix}$

Coeficientes do vetor de cargas nodais {Fn}:

$F10n := 0$

$F20n := -P1 = -80\ kN$

$Fn := \begin{bmatrix} F10n \\ F20n \end{bmatrix}$

Coeficientes do vetor final de cargas nodais {F}:

$F10 := F10n - F10r = -125,42\ kN\ m$

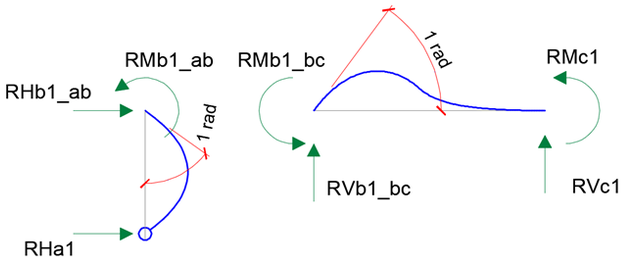
$F20 := F20n - F20r = -175\ kN$

$F := \begin{bmatrix} F10n \\ F20n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F10r \\ F20r \end{bmatrix}$

$F10 := \frac{F10}{kN\ m}$ $\quad F20 := \frac{F20}{kN}$ $\quad Q01 := |F10| = 125,42$ $\quad Q02 := |F20| = 175$

Coeficientes de Rigidez:

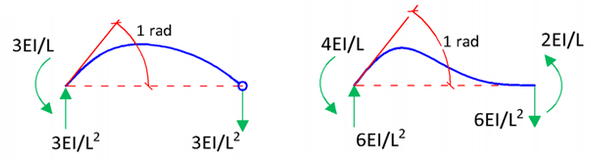
CASO 1 : aplicação de deslocamento unitário de rotação positivo conforme Green na deslocabilidade "D1"



$EIab := \frac{E \cdot b2 \cdot h2^3}{12} = 6750\ kN\ m^2$

$EIbc := \frac{E \cdot b1 \cdot h1^3}{12} = 31250\ kN\ m^2$

Da Tabela de Coef. de Rigidez:



$RMb1_ab := 3 \cdot \frac{EIab}{H} = 4050\ kN\ m$

$RMb1_bc := 4 \cdot \frac{EIbc}{L} = 17857,1429\ kN\ m$

$RVb1_bc := 6 \cdot \frac{EIbc}{L^2} = 3826,5\ kN$

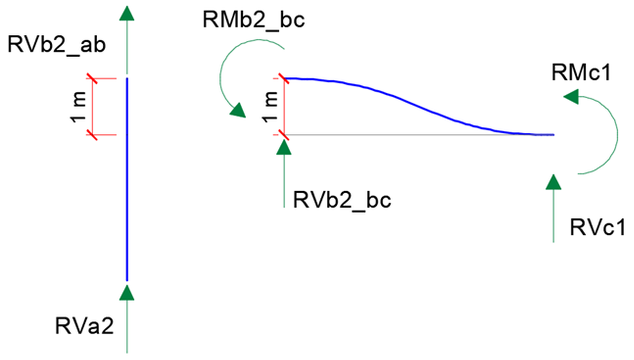
$k11 := RMb1_bc + RMb1_ab = 21907\ kN\ m$

$k11 := \frac{k11}{kN\ m} = 21907$

$k21 := RVb1_bc = 3826,5\ kN$

$k21 := \frac{k21}{kN} = 3826,5$

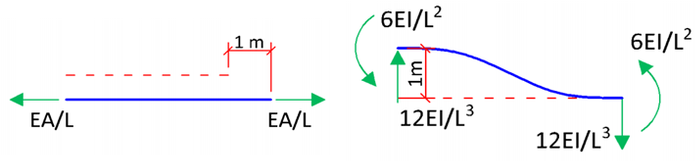
CASO 2 : aplicação de deslocamento unitário de translação vertical positiva conforme Green na deslocabilidade "D2"



$EAab := E \cdot b2 \cdot h2 = 9 \cdot 10^{5}\ kN$

$EAbc := E \cdot b1 \cdot h1 = 1,5 \cdot 10^{6}\ kN$

Da Tabela de Coef. de Rigidez:



$RMb2_bc := 6 \cdot \frac{EIbc}{L^{2}} \cdot 1\ m = 3826,5\ kN\ m$

$RVb2_bc := 12 \cdot \frac{EIbc}{L^{3}} = 1093,3\ \frac{kN}{m}$

$RVb2_ab := \frac{EAab}{H} = 1,8 \cdot 10^{5}\ \frac{kN}{m}$

$k22 := RVb2_bc + RVb2_ab = 1,8109 \cdot 10^{5}\ \frac{kN}{m}$

$k12 := RMb2_bc = 3826,5\ kN\ m$

$k22 := \frac{k22}{\frac{kN}{m}} = 1,8109 \cdot 10^{5}$

$k12 := \frac{k12}{kN\ m} = 3826,5$

Solução do Sistema de Equações de Equilíbrio:

[K].{D}+{Fr} = {Fn} ---> [K].{D} = {Fn} - {Fr} ---> [K].{D} = {F} ---> {D} = [K]^-1 . {F}

$K := \begin{bmatrix} k11 & k12 \\ k21 & k22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21907 & 3826,5 \\ 3826,5 & 1,8109 \cdot 10^{5} \end{bmatrix}$ $F := \begin{bmatrix} F10 \\ F20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -125,42 \\ -175 \end{bmatrix}$ $D := K^{-1} \cdot F = \begin{bmatrix} -0,0055767 \\ -0,00084852 \end{bmatrix}$

$D1 := D_{1} = -0,0055767$ $D2 := D_{2} = -0,00084852$

$Q03 := |k11| = 21907$ $Q04 := |k12| = 3826,5306$ $Q05 := |k22| = 1,8109 \cdot 10^{5}$

$Q06 := D1 = -0,0055767$ $Q07 := D2 = -0,00084852$

Sobreposição de Efeitos:

$ERi := E0i + E1i \cdot D1 + E2i \cdot D2$

$Mb_bc_Green := (RMb_bc_q + RMb_bc_P) + RMb1_bc \cdot D1 + RMb2_bc \cdot D2 = 22,586\ kN\ m$

* Na ponta esquerda de uma barra horizontal o giro positivo de Green é contrário à convenção de sinais de diagramas:

$Q08 := -Mb_bc_Green = -22,586\ kN\ m$

Respostas:

$Q01 = 125,4167$

$Q02 = 175$

$Q03 = 21907,1429$

$Q04 = 3826,5306$

$Q05 = 1,8109 \cdot 10^{5}$

$Q06 = -0,0055767$

$Q07 = -0,00084852$

$Q08 = -22,5857 \text{ kN m}$

Considerando Barras Inextensíveis:

Sistema de Equações de Equilíbrios --> 1 x 1:

$k11 \cdot D1_inex + F10r = F10n \quad \text{--->} \quad D1_inex := \frac{F10}{k11} = -0,0057249$

$D1 = -0,0055767$

Para barras extensíveis:

$ERi := E0i + E1i \cdot D1 + E2i \cdot D2$

$Mb_bc_Green := (RMb_bc_q + RMb_bc_P) + RMb1_bc \cdot D1 + RMb2_bc \cdot D2 = 22,5857 \text{ kN m}$

Para barras inextensíveis:

$ERi := E0i + E1i \cdot D1_inext$

$Mb_bc_Green_inex := (RMb_bc_q + RMb_bc_P) + RMb1_bc \cdot D1_inex = 23,1859 \text{ kN m}$
