B2T4MA1026B

Empregando o método dos deslocamentos e considerando as deslocabilidades indicadas calcular o que é solicitado nos questionamentos.

Módulo de Elasticidade de todas as barras (exceto "ad"): $E := 25\ \text{GPa}$

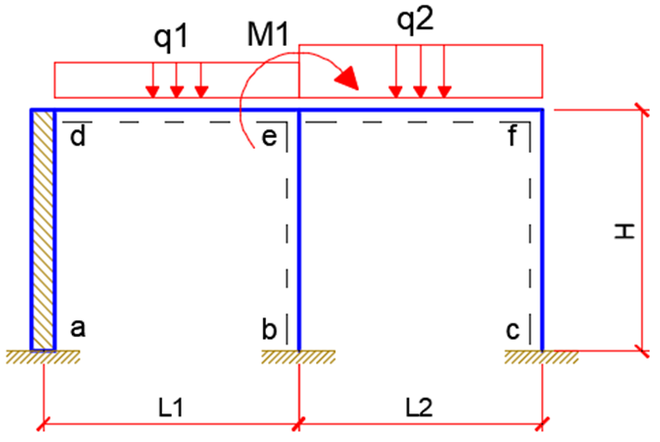
Dimensões da Seção Transversal Retangular das barras horizontais: $b1 := 15\ \text{cm}$ $h1 := 50\ \text{cm}$

Dimensões da Seção Transversal Retangular das barras verticais (exceto "ad"): $b2 := 20\ \text{cm}$ $h2 := 20\ \text{cm}$

* Dimensões b1 e b2 entrantes no plano do papel e dimensões h1 e h2 assentes ao plano do papel;
** A barra "ad" é infinitamente rígida enquanto as demais barras são todas inextensíveis;

$L1 := 5,0\ \text{m}$ $L2 := 7,0\ \text{m}$ $H := 4,0\ \text{m}$

$q1 := 20\ \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $q2 := 30\ \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $M1 := 100\ \text{kN m}$



Deslocabilidades:

D1 - rotação do ponto "e"
D2 - rotação do ponto "f"

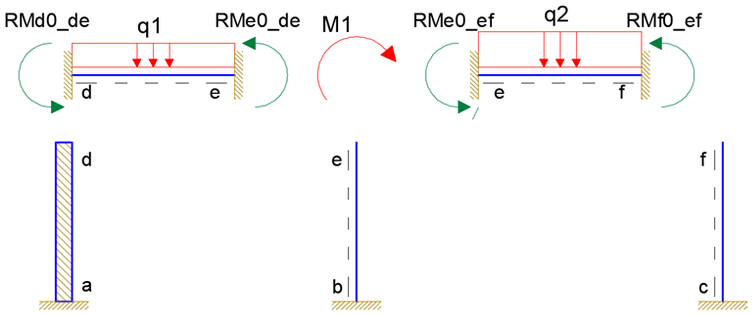
Q01) Qual o valor final do coeficiente de carga relativo a rotação do ponto "e" (F10) [em unidades de "kN" e "m" e em módulo]?
Q02) Qual o valor final do coeficiente de carga relativo a rotação do ponto "f" (F20) [em unidades de "kN" e "m" e em módulo]?
Q03) Qual o valor do coeficiente de rigidez k11 [em unidades de "kN" e "m" e em módulo]?
Q04) Qual o valor do coeficiente de rigidez k12 [em unidades de "kN" e "m" e em módulo]?
Q05) Qual o valor do coeficiente de rigidez k22 [em unidades de "kN" e "m" e em módulo]?
Q06) Qual o valor da rotação do ponto "e" [em rad e com positivo conforme a convenção de Green]?
Q07) Qual o valor da rotação do ponto "f" [em rad e com positivo conforme a convenção de Green]?
Q08) Qual o valor do momento fletor no ponto "e" da barra "ef" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?

Módulos de Rigidez:

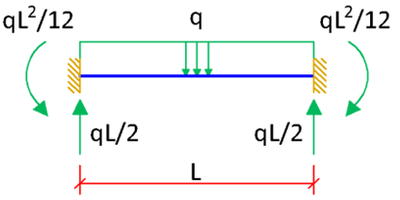
$EIh := \frac{E \cdot b1 \cdot h1^{3}}{12} = 39062\ \text{kN m}^{2}$ $EIv := \frac{E \cdot b2 \cdot h2^{3}}{12} = 3333,3333\ \text{kN m}^{2}$

Vetor de Cargas:

Caso 0 : sistema hipergeométrico - todas as deslocabilidades travadas e numeradas



Da Tabela de Reações Nodais:



$RMd0_de := \frac{q1 \cdot L1^2}{12} = 41,667\ kN\ m$ $RMe0_ef := \frac{q2 \cdot L2^2}{12} = 122,5\ kN\ m$

$RMe0_de := -\frac{q1 \cdot L1^2}{12} = -41,6667\ kN\ m$ $RMf0_ef := -\frac{q2 \cdot L2^2}{12} = -122,5\ kN\ m$

Coeficientes do vetor de reações nodais {Fr}:

$F10r := RMe0_de + RMe0_ef = 80,833\ kN\ m$

$F20r := RMf0_ef = -122,5\ kN\ m$

$Fr := \begin{bmatrix} F10r \\ F20r \end{bmatrix}$

Coeficientes do vetor de cargas nodais {Fn}:

$F10n := -M1 = -100\ kN\ m$

$F20n := 0$

$Fn := \begin{bmatrix} F10n \\ F20n \end{bmatrix}$

Coeficientes do vetor final de cargas nodais {F}:

$F10 := F10n - F10r = -180,83\ kN\ m$

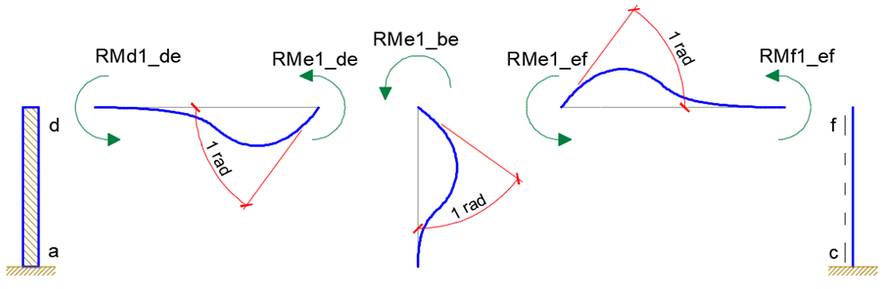
$F20 := F20n - F20r = 122,5\ m\ kN$

$F := \begin{bmatrix} F10n \\ F20n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F10r \\ F20r \end{bmatrix}$

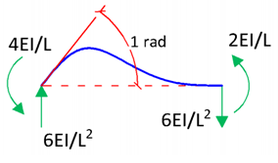
$F10 := \frac{F10}{kN\ m}$ $F20 := \frac{F20}{kN\ m}$ $Q01 := |F10| = 180,83$ $Q02 := |F20| = 122,5$

Coeficientes de Rigidez:

CASO 1 : aplicação de deslocamento unitário de rotação positivo conforme Green na deslocabilidade "D1"



Da Tabela de Coef. de Rigidez:



$RMe1_de := 4 \cdot \frac{EIh}{L1} = 31250\ kN\ m$ $RMe1_ef := 4 \cdot \frac{EIh}{L2} = 22321\ kN\ m$

$RMe1_be := 4 \cdot \frac{EIv}{H} = 3333,3\ kN\ m$ $RMf1_ef := 2 \cdot \frac{EIh}{L2} = 11161\ kN\ m$

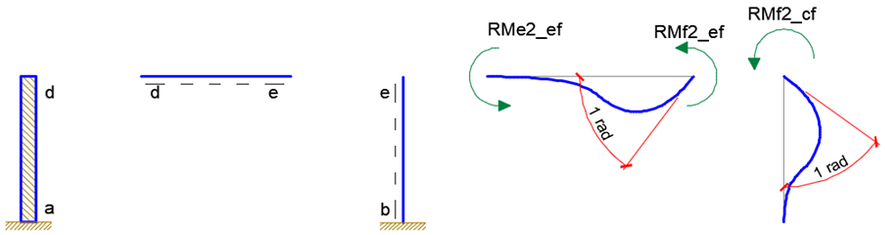
$k11 := RMe1_de + RMe1_be + RMe1_ef = 56905\ kN\ m$

$k11 := \frac{k11}{kN\ m} = 56905$

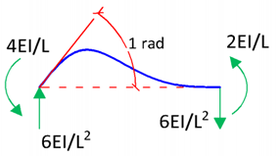
$k21 := RMf1_ef = 11161\ kN\ m$

$k21 := \frac{k21}{kN\ m} = 11161$

CASO 2 : aplicação de deslocamento unitário de translação vertical positiva conforme Green na deslocabilidade "D2"



Da Tabela de Coef. de Rigidez:



$RMe2_ef := 2 \cdot \frac{EIh}{L2} = 11161 \text{ kN m}$ $RMf2_ef := 4 \cdot \frac{EIh}{L2} = 22321 \text{ kN m}$

$RMf2_cf := 4 \cdot \frac{EIv}{H} = 3333,3 \text{ kN m}$

$k22 := RMf2_ef + RMf2_cf = 25655 \text{ kN m}$ $k12 := RMe2_ef = 11161 \text{ kN m}$

$k22 := \frac{k22}{\text{kN m}} = 25655$ $k12 := \frac{k12}{\text{kN m}} = 11161$

Solução do Sistema de Equações de Equilíbrio:

[K].{D}+{Fr} = {Fn} ---> [K].{D} = {Fn} - {Fr} ---> [K].{D} = {F} ---> {D} = [K]^-1 . {F}

$K := \begin{bmatrix} k11 & k12 \\ k21 & k22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56905 & 11161 \\ 11161 & 25655 \end{bmatrix}$ $F := \begin{bmatrix} F10 \\ F20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -180,83 \\ 122,5 \end{bmatrix}$ $D := K^{-1} \cdot F = \begin{bmatrix} -0,0044981 \\ 0,0067318 \end{bmatrix}$

$D1 := D_1 = -0,0044981$ $D2 := D_2 = 0,0067318$

$Q03 := |k11| = 56905$ $Q04 := |k12| = 11160,7143$ $Q05 := |k22| = 25655$

$Q06 := D1 = -0,0044981$ $Q07 := D2 = 0,0067318$

Sobreposição de Efeitos:

$ERi := E0i + E1i \cdot D1 + E2i \cdot D2$

$Me_ef_Green := RMe0_ef + RMe1_ef \cdot D1 + RMe2_ef \cdot D2 = 97,227 \text{ kN m}$

* Na ponta esquerda de uma barra horizontal o giro positivo de Green é contrário à convenção de sinais de diagramas:

$Q08 := -Me_ef_Green = -97,227 \text{ kN m}$

Respostas:

$Q01 = 180,8333$

$Q02 = 122,5$

$Q03 = 56904,7619$

$Q04 = 11160,7143$

$Q05 = 25654,7619$

$Q06 = -0,0044981$

$Q07 = 0,0067318$

$Q08 = -97,2269 \text{ kN m}$
