UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

ESTRUTURAS DE MADEIRA

Notas de Aula

Prof. Francisco A. Romero Gesualdo

maio 2003

PREFÁCIO

Estas Notas de Aula têm como objetivo apresentar subsídios complementares ao aluno de graduação na disciplina Estruturas de Madeira oferecida pela Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia. Este material não substitui a consulta à norma brasileira NBR 7190/97, nem as referências bibliográficas disponíveis no mercado, mesmo que não adaptadas à atual norma.

A primeira versão destas Notas de Aula surgiu em fevereiro de 1998, e tem sido adaptada e corrigida com sugestões e observações de seus usuários.

São apresentadas informações básicas para o dimensionamento de peças estruturas de madeira seguindo o método dos estados limites de acordo com a norma brasileira NBR 7190/97 – Projeto de Estruturas de Madeira. A partir do capítulo 17 são apresentadas informações voltadas para a elaboração e execução de projetos de estruturas de madeira, onde são mostrados os parâmetros relacionados com as posições de eixos de barras, nós, posição e tamanho de telhas. Isto é fundamental para a caracterização da estrutura na fase de projeto quando as barras são trabalhadas com a representação dos seus eixos. Incluem-se nos capítulos 18 a 22 informações relativas ao projeto de estruturas do tipo treliçado de madeira, sendo fornecidas características dos tipos usuais de treliças para coberturas, suas prováveis seções transversais, relações geométricas entre vão e altura, vantagens e desvantagens dos vários sistemas estruturais, enfim, informações que orientem o projetista na fase de definição da estrutura. Também são apresentados exemplos numéricos para complementar e esclarecer os fundamentos teóricos desenvolvidos. Algumas tabelas importantes relativas às características físicas e mecânicas de algumas espécies de madeira, para enquadramentos das mesmas nas classes de resistências definidas pela norma. Também apresentam-se informações sobre conversões de unidades do sistema internacional, bem como, conversões de unidades imperiais.

Toda sugestão para aprimoramento deste material é bem-vinda, pois considera-se que o texto ainda é bastante restrito em termos de informações gerais, assim como deve ter suas falhas de uma forma geral. Prezado estudante, não hesite em apontar falhas, nem mesmo em consultar outros materiais referentes ao assunto madeira e estruturas de madeira.

Uberlândia, maio de 2003.

Prof. Francisco A. Romero Gesualdo
(www.feciv.ufu.br/docentes/francisco/francisco.htm)
Faculdade de Engenharia Civil
(www.feciv.ufu.br)
Universidade Federal de Uberlândia
(www.ufu.br)

SUMÁRIO

1. Generalidades 1
2. Fisiologia da árvore e a formação da madeira 3
3. Anatomia da madeira e classificação das árvores 4
4. Terminologia 4
5. Características gerais de peças de madeira empregadas em estruturas 5
6. Caracterização física e mecânica de peças de madeira 6
6.1 Generalidades 6
6.2 Propriedades físicas da madeira 6
6.2.1 Umidade 6
6.2.2 Densidade 7
6.2.3 Retratibilidade 7
6.2.4 Resistência ao fogo 7
6.2.5 Módulo de elasticidade (E) 7
6.2.6 Módulo de elasticidade longitudinal na compressão, e na tração, paralela às fibras (E_0): 8
6.2.7 Módulo de elasticidade longitudinal normal às fibras (E_{90}) 8
6.2.8 Módulo de elasticidade longitudinal na flexão (E_M) 8
6.3 Módulo de elasticidade transversal (G): 8
6.4 Variação da resistência e elasticidade 8
6.5 Caracterização simplificada 9
6.6 Classes de resistência 9
6.7 Valores representativos 9
6.7.1 Valores médios (X_m) 9
6.7.2 Valores característicos (X_k) 10
6.7.3 Valores de cálculo (X_d): 10
6.7.4 Coeficientes de modificação (k_{MOD}) 10
6.7.5 Coeficientes de ponderação da resistência para estados limites últimos: 11
6.7.6 Coefeficiente de ponderação para estados limites utilização: 11
6.7.7 Classes de umidade 11
6.7.8 Resistência característica 11
7. Valores de cálculo 12
8. Estados limites 12
9. Ações 12
9.1 Classes de carregamento 13
9.2 Valores representativos das ações 13
9.3 Fatores de combinação e de utilização 14
9.4 Coeficientes de ponderação usados para cálculo das ações 14
9.5 Combinações de ações em estados limites últimos 15
9.5.1 Combinações últimas normais 15
9.5.2 Combinações últimas especiais ou de construção: 15
9.5.3 Combinações últimas excepcionais: 16
9.6 Combinações de ações em estados limites de utilização 16
9.6.1 Combinações de longa duração : 16
9.6.2 Combinações de média duração : 16
9.6.3 Combinações de curta duração : 16
9.6.4 Combinações de duração instantânea : 16
9.7 Caso de construções correntes com duas cargas acidentais de naturezas diferentes – Estado limite último 16

10. Resistência a tensões normais inclinadas em relação às fibras da madeira 17
11. Solicitações normais 17
11.1 Generalidades 17
11.2 Peças tracionadas 17
11.3 Peças curtas comprimidas 17
12. Estabilidade para peças comprimidas ou flexocomprimidas 18
12.1 Caracterização do problema e parâmetros 18
12.2 Peças medianamente esbeltas ($40 < ? \leq 80$) 19
12.3 Peças esbeltas ($80 < ? \leq 140$) 20
12.4 Peças comprimidas com solidarização descontínua 21
12.5 Peças comprimidas com seções formadas por peças isoladas solidarizadas 23
13. Flexão 24
13.1 Generalidades 24
13.2 Flexão simples reta 25
13.3 Flexão simples oblíqua 26
13.4 Flexotração 26
13.5 Flexocompressão 26
13.6 Solicitações tangenciais - cisalhamento 27
13.7 Estabilidade lateral de vigas com seção retangular 28
13.7.1 Condições de apoios 28
13.7.2 Distância entre pontos de contraventamento - 1ª situação 28
13.7.3 Distância entre pontos de contraventamento - 2ª situação 29
13.8 Estabilidade lateral de vigas com seção diferente da retangular 29
14. Peças compostas 29
14.1 Generalidades 29
14.2 Peças compostas formadas por seção T, I ou caixão ligadas por pregos 30
14.3 Peças compostas formadas por seção retangular interligadas por conectores metálicos 30
15. Ligações 31
15.1 Generalidades 31
15.2 Pré-furação 31
15.3 Critério de dimensionamento 32
15.4 Ligações por pinos ou cavilhas 32
15.4.1 Recomendações gerais 32
15.4.2 Rigidez das ligações 32
15.4.3 Resistência de pinos 33
15.4.4 Resistência de pinos metálicos 34
15.4.5 Resistência de uma cavilha 35
15.5 Ligações através de conectores metálicos 35
15.5.1 Generalidades 35
15.5.2 Resistência de um anel metálico 35
15.6 Espaçamentos 36
16. Estados limites de utilização 37
16.1 Tipos de estados limites de utilização 37
16.2 Verificação da segurança 37
16.3 Valores limites de deformações - flechas 37
17. Projeto de estruturas de madeira para coberturas 39
18. Os esforços em estruturas do tipo treliçado 44
18.1 Introdução 44
18.2 Distribuição de forças nas treliças 45

18.3 As articulações dos nós das treliças 48
18.4 Hipóteses adotadas 48
19. Dados para ante-projeto de estruturas do tipo treliçado 49
19.1 Treliças de contorno triangular 49
19.1.1 Tipo Howe ou também denominada tesoura com diagonais normais. 49
19.1.2 Tipo Pratt ou tesoura com diagonais invertidas 50
19.1.3 Treliça Belga 52
19.1.4 Treliça Fink (ou Polonceau) 52
19.2 Treliça com banzo superior poligonal (Bowstring) 54
19.3 Meia tesoura em balanço 56
19.4 Treliças de contorno retangular 57
19.5 Arcos treliçados 57
19.5.1 Com montante de apoio 58
19.5.2 Sem montante de apoio 58
20. Etapas para elaboração de projeto de uma estrutura de madeira 59
21. Algumas características de telhas onduladas de fibrocimento 60
21.1 Peso das telhas por m² de cobertura considerando as sobreposições, acessórios de fixação e absorção de água 60
21.2 Dimensões das telhas 60
21.3 Vão livre máximo para as telhas e beirais 60
21.4 Formas de fixação 60
21.5 Cumeeiras 61
22. Exemplo numérico de cálculo das ações do vento sobre uma cobertura 63
22.1 Velocidade característica do vento 63
22.1.1 Velocidade básica do vento 63
22.1.2 Fator topográfico (S_1) 64
22.1.3 Rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno 64
22.1.4 Fator estatístico: grupo 2 $\rightarrow$ S_3 = 1,0 64
22.2 Pressão de obstrução 64
23. Combinação de ações em estado limite último 67
23.1 Verificação da estabilidade das peças isoladas 74

1. Generalidades

No Brasil a madeira é empregada para diversos fins, tais como, em construções de igrejas, residências, depósitos em geral, cimbramentos, pontes (grande utilização do Eucalipto), passarelas, linhas de transmissão de energia elétrica, na indústria moveleira, construções rurais e, especialmente, em edificações em ambientes altamente corrosivos, como à beira-mar, nas indústrias químicas, curtumes, etc.

Atualmente, ainda existe no Brasil um grande preconceito em relação ao emprego da madeira. Isto se deve ao desconhecimento do material e à falta de projetos específicos e bem elaborados. As construções em madeira geralmente são idealizadas por carpinteiros que não são preparados para projetar, mas apenas para executar. Conseqüentemente, as construções de madeira são vulneráveis aos mais diversos tipos de problemas, o que gera uma mentalidade equivocada sobre o material madeira. É comum se ouvir a frase absurda arraigada na sociedade: *"a madeira é um material fraco"*. Isto revela um alto grau de desconhecimento, gerado pela própria sociedade. Em função disto, não se pode tomar como exemplo a maioria das estruturas de madeira já construídas sem projeto, pois podem fazer parte do rol de estruturas *"contaminadas"* pelo menosprezo à madeira ou procedentes de maus projetos.

Em geral, as universidades brasileiras não oferecem um preparo adequado ao engenheiro civil na área da madeira. Este despreparo do engenheiro causa uma fuga à elaboração de projetos de estruturas de madeira. Vãos significativos não recebem o dimensionamento apropriado, ficando comprometido o funcionamento da estrutura. Assim, é muito comum ver estruturas de madeira apresentando flechas excessivas, com empenamentos, torções, instabilidades etc.

A madeira é um material extremamente flexível quanto à sua nobreza ou à sua vulgaridade. Quando alguém quer desvalorizar este material, usa frases como esta: *"conheço um bairro da periferia muito pobre onde todas as casas são de madeira, que pobreza!"*. Ou quando se quer realçar e valorizar o material diz-se: *"conheço uma casa fantástica de um cidadão muito rico (só pode ser professor!), linda, linda; as vigas, os pilares, o piso, o forro, os rodapés tudo em madeira, um luxo!"*. Infelizmente estes contrastes fazem parte da nossa cultura. Às vezes diz-se que construir em madeira é caro, outras vezes diz-se que é barato, sempre dependendo dos objetivos do interessado. Especialmente em relação aos custos, sempre será necessário fazer uma avaliação criteriosa, comparando-se orçamentos provenientes de projetos bem feitos e racionais.

De fato, tudo depende da cultura e dos costumes. Por exemplo, o brasileiro não sente nenhum mal-estar em passear sobre uma carroceria de caminhão feita de madeira, porque é algo que a sociedade assimilou como convencional; acostumou-se e confia: *carroceria de madeira é parte da nossa cultura*. Contudo, passear sobre uma montanha-russa de madeira pode representar pânico para o leigo, depois de saber que está deslizando sobre uma estrutura de madeira.

Outro aspecto importante e desconhecido pela sociedade refere-se à questão ecológica, ou seja, quando se pensa no uso da madeira é automático para o leigo imaginar grande devastação de florestas. Conseqüentemente, o uso da madeira parece representar um imenso desastre ecológico. No entanto, é esquecido que, em primeiro lugar, a madeira é um material renovável e que durante a sua produção (crescimento) a árvore consome impurezas da natureza, transformando-as em madeira. A não utilização da árvore depois de vencida sua vida útil devolverá à natureza todas as impurezas nela armazenada. Em segundo lugar, não se deve esquecer jamais que a extração da árvore e o seu desdobro são um processo que envolve baixíssimo consumo de energia (ver Tabela 1), além de ser praticamente não poluente.

Em contrapartida, o uso de materiais tais como concreto e aço – sem qualquer desmerecimento a estes, especialmente por serem insubstituíveis em alguns casos - exigem

um processo altamente poluente de produção, assim como também exige uma devastação ambiental para retirada da matéria-prima. Deve ser observado que para se produzir aço e concreto demanda-se um intenso processo industrial, que envolve um alto consumo de energia e gera grande poluição ambiental. Estes processos industriais exigem fontes de energia, que em geral é o carvão vegetal, que ardem voluptuosamente dentro de altos-fornos. A matéria prima retirada da natureza jamais poderá ser reposta. É um processo irreversível, ao contrário da madeira que pode ser plantada novamente. Além de todos estes aspectos, também deve-se observar uma obra, especialmente em concreto, que utiliza grande quantidade de madeira para fôrmas e cimbramentos. Observe uma obra destas em fase final, e constate o grande desperdício de madeira usada como auxiliar na construção; é um volume significativo!

Podem ser citadas algumas vantagens em relação ao uso da madeira. A madeira é um material renovável e abundante no país. Mesmo com um grande desmatamento o material pode ser reposto à natureza na forma de reflorestamento. É um material de fácil manuseio, definição de formas e dimensões. A obtenção do material na forma de tora e o seu desdobro é um processo relativamente simples, não requer tecnologia requintada, não exige processamento industrial, pois o material já está pronto para uso. Demanda apenas acabamento.

Em termos de manuseio, a madeira apresenta uma importante característica que é a baixa densidade. Esta equivale a aproximadamente um oitavo da densidade do aço.

Um fato quase desconhecido pelos leigos refere-se a alta resistência mecânica da madeira. As madeiras de uma forma geral são mais resistentes que o concreto convencional, basta comparar os valores da resistência característica destes materiais. Concretos convencionais de resistência significativa pertencem à classe de concretos CA18, enquanto a classe de resistência de madeira começa com C20 e chega a C60.

Um dos fatores mais importantes refere-se à energia gasta para a produção de madeira em comparação com a exigida na produção de outros materiais. A Tabela 1 mostra uma comparação entre as energias gastas na produção de uma tonelada de madeira, de aço e de concreto, conforme estudo realizado no Laboratório Nacional de Engenharia Civil de Lisboa.

Tabela 1 - *Consumo de energia na produção de alguns materiais*
(FONTE: LNEC, 1976)

1 tonelada de madeira consome $2{,}4 \times 10^3$ kcal de energia
1 tonelada de concreto consome 780×10^3 kcal de energia
1 tonelada de aço consome 3000×10^3 kcal de energia

Além de todos os aspectos anteriormente citados, existe um bastante importante que é a beleza arquitetônica. Talvez por ser um material natural, a madeira gera um visual atraente e aconchegante, que agrada a maioria das pessoas.

Em termos de obtenção, a madeira pode ser proveniente de florestas naturais ou induzidas. As florestas naturais, apesar da provável melhor qualidade da madeira, seu custo pode ser elevado, pois estas florestas encontram-se em regiões distantes dos centros mais povoados e consumidores. Contudo, existe a possibilidade das florestas induzidas, os chamados reflorestamentos. Isto permite o reaproveitamento de áreas desmatadas e garante o atendimento de interesses pré-estabelecidos, geralmente vinculados a uma indústria, tais como a de móveis, lápis, aglomerados, madeiras processadas, estruturas pré-fabricadas, etc. Neste caso, a madeira passa a ser uma espécie de lavoura, tal como é o café, a laranja, a borracha, etc., com a vantagem de ter um custo de manutenção extremamente baixo, além de recompor parcialmente o meio ambiente. Não se pode afirmar que um reflorestamento recompõe a fauna e a flora, pois diversas espécies animais não se adaptam ao *habitat* gerado pelas

espécies normalmente usadas nos reflorestamento. De qualquer forma, é um ganho da qualidade do ar. As adaptações do meio ambiente podem ser facilmente conseguidas com planejamento e avaliação criteriosa das condições.

Apesar dos aspectos positivos, podem ser citadas algumas desvantagens para a utilização da madeira. Dentre elas podem ser mencionadas sua susceptibilidade ao ataque de fungos e insetos, assim como também sua inflamabilidade. No entanto, estas desvantagens podem ser facilmente contornadas através da utilização de tratamentos preservativos, que representa uma exigência indispensável para os projetos de estruturas de madeira expostas às condições favoráveis à proliferação dos citados efeitos daninhos. O tratamento da madeira é especialmente indispensável para peças em posições sujeitas a variações de umidade e de temperatura propícias aos agentes citados.

Vale lembrar que a madeira tem a desvantagem da sua inflamabilidade. Contudo, ela resiste a temperaturas elevadas e não perde sua resistência sob altas temperaturas como acontece especialmente com o aço. Em algumas situações, a madeira pode comportar-se melhor que o aço, pois apesar dela ser lentamente queimada e provocar chamas, a sua seção não queimada continua resistente e suficiente para absorver os esforços atuantes. Ao contrário da madeira, o aço não é inflamável; em compensação não resiste a altas temperaturas.

2. Fisiologia da árvore e a formação da madeira

A madeira tem um processo de formação que se inicia nas raízes. A partir delas é recolhida a seiva bruta (água + sais minerais) que em movimento ascendente pelo alburno atinge as folhas. Na presença de luz, calor e absorção de gás carbônico ocorre a fotossíntese havendo a formação da seiva elaborada. Esta em movimento descendente (pela periferia) e horizontal para o centro vai se depositando no lenho, tornando-o consistente como madeira - Figura 1.

Como é sabido, a morte de uma árvore ocorrerá caso seja feita a extração da casca envolvendo todo o perímetro a qualquer altura do tronco. Basta interromper o fluxo ascendente ou descendente da seiva bruta ou elaborada. É como interromper o fluxo de sangue para o coração em um ser humano.



Figura 1 - *Processo de formação da madeira.*

3. Anatomia da madeira e classificação das árvores

As árvores para aplicações estruturais são classificadas em dois tipos quanto à sua anatomia: coníferas e dicotiledôneas.

As coníferas são chamadas de madeiras moles, pela sua menor resistência, menor densidade em comparação com as dicotiledôneas. Têm folhas perenes com formato de escamas ou agulhas; são típicas de regiões de clima frio. Os dois exemplos mais importantes desta categoria de madeira são o Pinho do Paraná e os Pinus. Os elementos anatômicos são os traqueídes e os raios medulares.

As dicotiledôneas são chamadas de madeiras duras pela sua maior resistência; têm maior densidade e aclimatam-se melhor em regiões de clima quente. Como exemplo temos praticamente todas as espécies de madeira da região amazônica. Podemos citar mais explicitamente as seguintes espécies: Peroba Rosa, Aroeira, os Eucaliptos (Citriodora, Tereticornis, Robusta, Saligna, Puntacta, etc.), Garapa, Canafístula, Ipê, Maçaranduba, Mogno, Pau Marfim, Faveiro, Angico, Jatobá, Maracatiara, Angelim Vermelho, etc. Os elementos anatômicos que compõem este tipo de madeira são os vasos, fibras e raios medulares.

A madeira é um material anisotrópico, ou seja, possui diferentes propriedades em relação aos diversos planos ou direções perpendiculares entre si. Não há simetria de propriedades em torno de qualquer eixo (ver Figura 2).

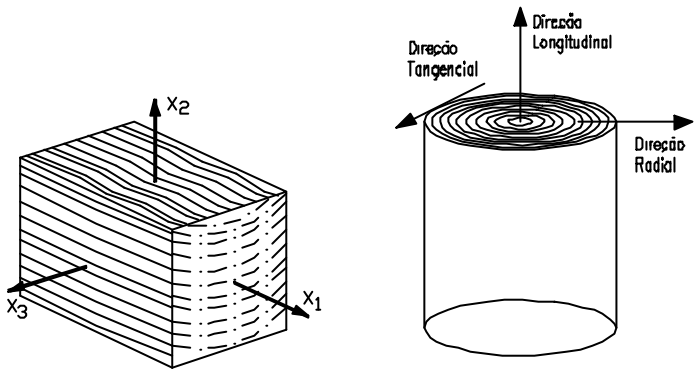


Figura 2 - Eixos relacionados com as direções de fibras da madeira.

4. Terminologia

Existem alguns termos que são normalmente utilizados para caracterizar propriedades da madeira. Especialmente em relação ao teor de umidade são usados dois termos bastante comuns:

- madeira verde: caracterizada por uma umidade igual ou superior ao ponto de saturação, ou seja, umidade em torno de 25%.

- madeira seca ao ar: caracterizada por uma umidade adquirida nas condições atmosféricas local, ou seja, é a madeira que atingiu um ponto de equilíbrio com o meio ambiente. A NBR 7190/97 considera o valor de 12% como referência.

5. Características gerais de peças de madeira empregadas em estruturas

Uma pesquisa junto às principais madeireiras de Uberlândia revelou que existem algumas espécies de madeira mais fáceis de serem encontradas *"a pronta entrega"*. Logicamente que esta situação é bastante mutável dependendo da época, uma vez que os fornecedores são diversificados, assim como, a fonte (região) de procedência da madeira. O mercado faz suas próprias regras, predominantemente em função dos custos. Quando foi feita a pesquisa às madeireiras haviam disponíveis as seguintes espécies: Peroba Rosa, Ipê, Jatobá, Sucupira, Maçaranduba, Garapa, Angico, Maracatiara, Cedril, Cumaru, Amestão, Cupiúba, e outras não muito convencionais.

Para estas espécies de madeira serrada existem algumas bitolas comerciais, comuns de serem encontradas prontas no mercado. São elas:

- vigotas:	6 x 12	- sarrafos:	2.5 x 5
	6 x 16		2.5 x 10
- pranchas:	8 x 20		2.5 x 15
- caibros :	5 x 6	- tábuas:	2.5 x 20
	6 x 6		2.5 x 25
- ripas :	1.5 x 5		2.5 x 30
	1.2 x 5	- pontaletes:	8 x 8

São também encontrados postes de Eucalipto com seção transversal circular com diversos diâmetros. Os diâmetros destes postes podem variar entre 15 cm a 28 cm.

$$\phi = \phi_1 + \frac{(\phi_2 - \phi_1)}{3}$$

Quando se trabalha com madeira roliça a norma brasileira permite que se faça um cálculo simplificado. Em outras palavras NBR 7190/97 permite que peças com seção transversal circular variável seja considerada como uniforme, tomando-se um diâmetro correspondente àquele existente na seção localizada a 1/3 da extremidade de menor diâmetro. Se ϕ_1 e ϕ_2 são, respectivamente, o menor e o maior diâmetro das extremidades do poste, então o diâmetro para cálculo pode ser usado como sendo:

Não é admitido $\phi > 1.5\ \phi_1$.

As características geométricas da seção transversal do poste deve ser tomada em função de uma seção quadrada equivalente à circular, ou seja, considera-se uma seção transversal de base e altura igual a "b":

$$b = \sqrt{\frac{\pi \phi^2}{4}} = 0{,}886\ \phi$$

A NBR 7190/97 recomenda que as dimensões mínimas das peças usadas em estruturas sejam conforme apresentado na Tabela 2.

6. Caracterização física e mecânica de peças de madeira

6.1 Generalidades

A madeira é um material não homogêneo com muitas variações. Além disto, existem diversas espécies com diferentes propriedades. Sendo assim, é necessário o conhecimento de todas estas características para um melhor aproveitamento do material. Os procedimentos para caracterização destas espécies de madeira e a definição destes parâmetros são apresentados nos anexos da Norma Brasileira para Projeto de Estruturas de Madeira, NBR 7190/97.

A Tabela 2 apresenta as seções e dimensões mínimas exigidas pela norma para peças usadas em estruturas.

Tabela 2 - *Seções e dimensões mínimas de peças de madeira.*

		seção mínima (cm^2)	dimensão mínima (cm)
peças simples	vigas e barras principais	50	5.0
	peças secundárias	18	2.5
peças isoladas das seções múltiplas	peças principais	35	2.5
	peças secundárias	18	1.8

Basicamente, do ponto de vista estrutural, deve-se conhecer propriedades da madeira relativas às seguintes características:

- propriedades físicas da madeira: umidade, densidade, retratibilidade e resistência ao fogo;
- compressão paralela às fibras;
- compressão normal às fibras;
- tração paralela às fibras;
- cisalhamento;
- módulo de elasticidade;
- solicitação inclinada;
- embutimento.

A seguir são feitos comentários sucintos sobre os procedimentos recomendados para cada caso. Maiores detalhes devem ser vistos na norma citada.

6.2 Propriedades físicas da madeira

6.2.1 Umidade

É determinada pela expressão:

$$w = \frac{m_1 - m_2}{m_2} \cdot 100$$

onde: m_1 : massa úmida;

m_2 : massa seca;
w : umidade.

6.2.2 Densidade

São caracterizadas duas densidades: a básica e a aparente.

A densidade básica é definida pelo quociente da massa seca pelo volume saturado, dado pela expressão:

$$r = \frac{m_s}{V_w}$$

onde: m_s : massa em quilogramas (ou gramas) do corpo-de-prova seco;
V_m : volume em metros cúbicos (ou centímetros cúbicos).

A densidade aparente é umidade padrão de referência calculada para umidade a 12%.

6.2.3 Retratibilidade

Redução das dimensões pela perda da água de impregnação da madeira. Como pode ser observado pelo diagrama da Figura 3, a madeira tem maior retratibilidade na direção tangencial, seguida pela radial e axial.

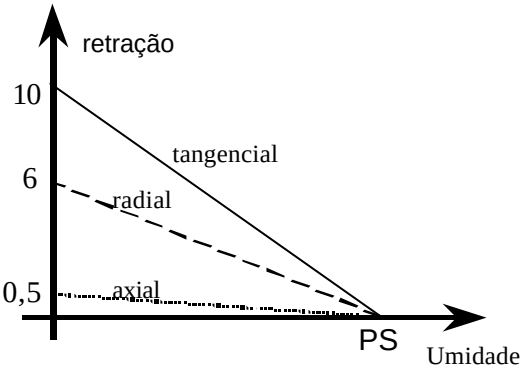


Figura 3 - *Comparação de retratibilidades.*

6.2.4 Resistência ao fogo

A madeira tem um aspecto interessante em relação ao comportamento diante do fogo. Seu problema é a inflamabilidade. No entanto, diante de altas temperaturas provavelmente terá maior resistência que o aço, pois sua resistência não se altera sob altas temperaturas. Assim, em um incêndio ela pode ser responsável pela propagação do fogo, mas em contrapartida suportará a ação do fogo em alta temperatura durante um período de tempo maior.

6.2.5 Módulo de elasticidade (E)

São definidos diversos módulos de elasticidade em função do tipo e da direção da solicitação em relação às fibras. O valor básico refere-se ao módulo de elasticidade longitudinal na compressão paralela às fibras. A seguir são definidos sucintamente os diversos valores dos módulos de elasticidade da madeira. Observar que estes valores são definidos em função do tipo de solicitação: compressão paralela e normal, flexão e torção. A NBR 7190/97 considera que o valor de E é igual para solicitações de compressão e tração, ou seja, $E_t = E_c$.

6.2.6 Módulo de elasticidade longitudinal na compressão, e na tração, paralela às fibras (E_0):

Deve ser obtido através do ensaio de compressão paralela às fibras de madeira, cujos procedimentos estão indicados nos Anexos da norma brasileira.

6.2.7 Módulo de elasticidade longitudinal normal às fibras (E_{90})

Pode ser obtido através de ensaios específicos ou como parte do valor de E_0, dado pela relação:

$$E_{90} = \frac{E_0}{20}$$

6.2.8 Módulo de elasticidade longitudinal na flexão (E_M)

Pode ser obtido através de ensaios específicos ou como parte do valor de E_0, dado pela relação:

$E_M = 0{,}85\ E_0$ para as coníferas

$E_M = 0{,}90\ E_0$ para as dicotiledôneas

6.3 Módulo de elasticidade transversal (G):

Pode ser calculado a partir do valor de E_o através da expressão:

$$G = \frac{E_0}{20}$$

6.4 Variação da resistência e elasticidade

A umidade de referência, usada no dimensionamento, sempre será referida ao valor de umidade igual a 12%.

Valores de resistência obtidos para peças em umidade diferentes de 12%, deverão ser corrigidos pela expressão:

- Resistência: $$f_{12} = f_{U\%}\left[1 + \frac{3(U\% - 12)}{100}\right]$$

- Elasticidade: $$E_{12} = E_{U\%}\left[1 + \frac{2(U\% - 12)}{100}\right]$$

Serão consideradas desprezíveis as variações de resistência e rigidez para umidades superiores a 20% e variações de temperaturas entre 10°C e 60°C.

6.5 Caracterização simplificada

Na falta de experimentação específica para obtenção de valores de resistência mais precisos, podem ser usadas as relações entre resistência indicadas abaixo, definindo-se assim uma caracterização simplificada, conforme indicado na Tabela 3.

Tabela 3 - Relações entre resistências: caracterização simplificada

					Conífera	Dicotiledônea
$f_{c0,k}/f_{t0,k}$	$f_{tM,k}/f_{t0,k}$	$f_{c90,k}/f_{c0,k}$	$f_{e0,k}/f_{c0,k}$	$f_{e90,k}/f_{c0,k}$	$f_{v0,k}/f_{c,k}$	$f_{v,0k}/f_{c0,k}$
0.77	1	0.25	1	0.25	0.15	0.12

6.6 Classes de resistência

A madeira passa a ser considerada por classes de resistência, onde cada classe representa um conjunto de espécies cujas características podem ser consideradas iguais dentro de cada classe. São definidos dois grupos básicos: o das Coníferas e o das Dicotiledôneas, cujos valores representativos são mostrados na Tabela 4 e Tabela 5.

Tabela 4 – *Classe de resistência dass Coníferas*

CONÍFERAS (valores na condição padrão de referência U=12%)					
CLASSES	f_{cok} (MPa)	f_{vk} (MPa)	$E_{co,m}$ (MPa)	$\rho_{bas,m}$ (kg/m^3)	$\rho_{aparente}$ (kg/m^3)
C 20	20	4	3500	400	500
C 25	25	5	8500	450	550
C 30	30	6	14500	500	600

Tabela 5 – *Classe de resistência dass Dicotiledôneas*

DICOTILEDÔNEAS (valores na condição padrão de referência U=12%)					
CLASSES	f_{cok} (MPa)	f_{Vk} (MPa)	$E_{co,m}$ (MPa)	$\rho_{bas,m}$ (kg/m^3)	$\rho_{aparente}$ (kg/m^3)
C 20	20	4	9500	500	650
C 30	30	5	14500	650	800
C 40	40	6	19500	750	950
C 60	60	8	24500	800	1000

6.7 Valores representativos

6.7.1 Valores médios (X_m)

São obtidos a partir da média aritmética. Ver também informações apresentadas no item 6.7.8.

6.7.2 Valores característicos (X_k)

Para fins estruturais é tomado o menor valor característico representado por $X_{k,inf}$, dentre os dois valores com 5% de probabilidade de não ser atingido ou de ser ultrapassado. O item 6.7.8 apresenta informações complementares.

$X_{k,inf}$: 5% de probabilidade de não ser atingido;
$X_{k,sup}$: 5% de probabilidade de ser ultrapassado

6.7.3 *Valores de cálculo (X_d):*

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_w}$$

6.7.4 Coeficientes de modificação (k_{MOD})

É o resultado do produto dos três valores de $K_{mod,i}$, ou seja:

$$k_{mod} = k_{mod,1} \cdot k_{mod,2} \cdot k_{mod,3}$$

$k_{mod,1}$: classe de carregamento e tipo de material
$k_{mod,2}$: classe de umidade e tipo de material
$k_{mod,3}$: tipo de madeira - 1ª e 2ª categoria

Para o cálculo do módulo de elasticidade (rigidez), utiliza-se um valor resultante calculado por: $E_{co,ef} = k_{mod,1} \cdot k_{mod,2} \cdot k_{mod,3} \cdot E_{co,m}$

As próximas três Tabelas fornecem os diferentes valores de $K_{mod.}$

Tabela 6 - *Valores de $k_{mod,1}$*

Classes de carregamento	Tipos de madeira	
	Madeira serrada, madeira laminada colada, madeira compensada	Madeira recomposta
Permanente	0,6	0,3
Longa duração	0,7	0,45
Média duração	0,8	0,65
Curta duração	0,9	0,9
Instantânea	1,1	1,1

Tabela 7 - *Valores de kmod,2*

Classes de umidade	Madeira serrada, madeira laminada colada, madeira compensada	Madeira recomposta	Madeira serrada submersa
(1) e (2)	1,0	1,0	0,65
(3) e (4)	0,8	0,9	

Tabela 8 - *Valores de kmod,3*

Coníferas		0,8
Dicotiledôneas de 1ª categoria		1
Peças de 2ª categoria		0,8
Madeira laminada colada	peças retas	1
	peças curvas	$1-2000\left(\frac{t}{r}\right)$ (*)

(*) t é a espessura das lâminas e r é o menor raio de curvatura das lâminas

6.7.5 Coeficientes de ponderação da resistência para estados limites últimos:

(γ_w) : $\gamma_{wc} = 1,4$ $\gamma_{wt} = 1,8$ $\gamma_{wv} = 1,8$

6.7.6 Coefeficiente de ponderação para estados limites utilização:

$$\gamma_w = 1,0$$

6.7.7 Classes de umidade

A Tabela 9 fornece a classificação em classes de umidade definidas pela NBR 7190/97.

Tabela 9 – *Classes de umidade*

Classes de umidade	Umidade relativa do ambiente (U_{amb})	Umidade de equilíbrio da madeira (U_{eq})
1	≤ 65%	0,12
2	65% < U_{amb} ≤ 75%	0,15
3	75% < U_{amb} ≤ 85%	0,18
4	U_{amb} > 85% durante longos períodos	≥ 25%

6.7.8 Resistência característica

A resistência característica de uma madeira pode ser calculada a partir de valores médios obtidos experimentalmente. Neste caso, considera-se que a resistência característica corresponde a 70% do valor médio, ou seja:

$$f_{wk,12} = 0,70 \cdot f_{wm,12}$$

O valor da resistência característica pode ser estimado diretamente a partir de ensaios em corpos de prova de acordo com as especificações da norma brasileira. Neste caso, o valor característico da resistência é dado pela expressão a seguir, onde os valores de f_i são

colocados em ordem crescente, desprezando-se o valor mais alto se o número de corpos de prova for ímpar. O valor f_{wk} não poderá ser menor que f_1, nem menor que 0,70 do valor médio do conjunto de valores das resistências obtidas experimentalmente. A expressão usada é:

$$f_{wk} = 1{,}1 \times \left[2 \left(\frac{f_1 + f_2 + \cdots + f_{n/2-1}}{n/2-1} \right) \right]$$

7. Valores de cálculo

O valor de cálculo da resistência é então dado pela expressão, conforme definido em 6.7.3:

$$f_{wd} = k_{mod} \frac{f_{wk}}{\gamma_w}$$

Para facilitar ao projetista, apresenta-se a seguir um resumo dos parâmetros usuais aplicados ao cálculo de estruturas de madeira. Neste caso, está sendo admitido que o carregamento é de longa duração, $k_{mod,1} = 0{,}7$ e $k_{mod,3} = 0{,}8$ (madeira serrada de 2ª categoria).

Assim, os valores de k_{mod} assumem os seguintes valores:

a) classe de umidade (1) e (2): $k_{mod} = 0{,}7 \times 1{,}0 \times 0{,}8 = 0{,}56$

b) classe de umidade (3) e (4): $k_{mod} = 0{,}7 \times 0{,}8 \times 0{,}8 = 0{,}45$

Valores dos coeficientes de ponderação da resistência para estado limite último:

$\gamma_{wc} = 1{,}4$ $\gamma_{wt} = 1{,}8$ $\gamma_{wv} = 1{,}8$

8. Estados limites

A norma brasileira faz as seguintes caracterizações quanto aos estados limites: "estados a partir dos quais a estrutura apresenta desempenhos inadequados às finalidades da construção".

Duas situações são consideradas: estados limites últimos e estados limites de utilização.

O estado limite último determina a paralisação parcial ou total da estrutura, em função de deficiências relativas a:

a) perda de equilíbrio
b) ruptura ou deformação plástica;
c) transformação da estrutura em sistema hipostático;
d) instabilidade por deformação
e) instabilidade dinâmica (ressonância).

O estado limite de utilização representa situações de comprometimento da durabilidade da construção ou o não respeito da condição de uso desejada, devido a:

a) deformações excessivas;
b) vibrações.

9. Ações

As ações são classificadas pela norma como as causas que produzem esforços e deformações nas estruturas, de acordo com a seguinte definição:

- Permanentes: pequenas variações
- Variáveis: variação significativa
- Excepcionais: duração extremamente curta e baixa probabilidade de ocorrência;

9.1 Classes de carregamento

A NBR 7190/97 considera as classes de carregamentos indicadas na Tabela 10. Referem-se ao tempo acumulado da ação sobre a estrutura, definido na terceira coluna da citada tabela.

Tabela 10 - *Classes de carregamento*

Classe de carregamento	Ação variável principal da combinação	
	Duração acumulada	Ordem de grandeza da duração acumulada da ação característica
Permanente	Permanente	vida útil da construção
Longa duração	Longa duração	mais de 6 meses
Média duração	Média duração	uma semana a 6 meses
Curta duração	Curta duração	menos de uma semana
Duração instantânea	Duração instantânea	muito curta

9.2 Valores representativos das ações

São estabelecidas as seguintes considerações:

a) Valores característicos das ações variáveis (F_k): definidos pelas diversas normas brasileiras específicas

b) Valores característicos dos pesos próprios (G_k): calculados pelas dimensões nominais das peças considerando o valor médio do peso específico do material para umidade de 12%.

c) Valores característicos de outras ações permanentes (G_m): ações permanentes que não o peso próprio ($G_{k,inf}$ e $G_{k,sup}$): normalmente adota-se $G_{k,sup}$

d) Valores reduzidos de combinação ($\psi_o F_k$): usados nas condições de segurança relativas a estados limites últimos, quando existem ações variáveis de diferentes naturezas. Uma das ações é considerada integralmente, as demais são reduzidas.

e) Valores reduzidos de utilização($\psi_1 F_k$ e $\psi_2 F_k$):

$\psi_1 F_k$: para valores de ações variáveis de média duração

$\psi_2 F_k$: para valores de ações variáveis de longa duração

9.3 Fatores de combinação e de utilização

A Tabela 11 apresenta os valores estabelecidos para os fatores de combinação (ψ_i) a serem usados no cálculo das ações.

Tabela 11 - *Fatores de combinação e de utilização (y_i)*

Ações em estruturas correntes	ψ_0	ψ_1	ψ_2
- Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
- Pressão dinâmica do vento	0,5	0,2	0
Cargas acidentais dos edifícios	ψ_0	ψ_1	ψ_2
- Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,4	0,3	0,2
- Locais onde há predominância de pesos de equipamentos fixos, ou de elevadas concentrações de pessoas	0,7	0,6	0,4
- Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos	ψ_0	ψ_1	ψ_2
- Pontes de pedestres	0,4	0,3	0,2*
- Pontes rodoviárias	0,6	0,4	0,2*
- Pontes ferroviárias (ferrovias não especializadas)	0,8	0,6	0,4*

* Admite-se ψ_2=0 quando a ação variável principal corresponde a um efeito sísmico

9.4 Coeficientes de ponderação usados para cálculo das ações

Os coeficientes de ponderação são dados nas próximas quatro Tabelas a partir da Tabela 12. Particularmente deve-se observar as seguintes situações:

a) Estados limites de utilização: considerar igual a 1.0
b) Estados limites últimos: considerar os valores dados das próximas quatro Tabelas.

Tabela 12 - *Ações permanentes de pequena variabilidade (g_g ou g_G)*

Combinações	**Efeitos**	
	desfavoráveis	favoráveis
Normais	1,3	1
Especiais ou de Construção	1,2	1
Excepcionais	1,1	1

Tabela 13 - *Ações permanentes de grande variabilidade* (g_g ou g_G)

Combinações	Efeitos	
	desfavoráveis	favoráveis
Normais	1,4	0,9
Especiais ou de Construção	1,3	0,9
Excepcionais	1,2	0,9

Tabela 14 - *Ações permanentes indiretas* (g_e)

Combinações	Efeitos	
	desfavoráveis	favoráveis
Normais	1,2	0
Especiais ou de Construção	1,2	0
Excepcionais	0	0

Tabela 15 - *Ações permanentes variáveis* (γ_q ou γ_Q)

Combinações	Ações variáveis em geral incluídas as cargas acidentais móveis	Efeitos da temperatura
	γ_q ou γ_Q	(g_e)
Normais	1,4	1,2
Especiais ou de Construção	1,2	1,0
Excepcionais	1,0	0

9.5 Combinações de ações em estados limites últimos

9.5.1 Combinações últimas normais

$$F_d = \sum_{i=1}^{m} \gamma_{Gi} F_{Gi,k} + \gamma_Q \left[F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^{n} \psi_{0j} F_{Qj,k} \right]$$

9.5.2 Combinações últimas especiais ou de construção:

$$F_d = \sum_{i=1}^{m} \gamma_{Gi} F_{Gi,k} + \gamma_Q \left[F_{Q1k} + \sum_{j=2}^{n} \psi_{0j,ef} F_{Qj,k} \right]$$

9.5.3 Combinações últimas excepcionais:

$$F_d = \sum_{i=1}^{m} \gamma_{Gi} F_{Gi,k} + F_{Q,exc} + \gamma_Q \left[F_{Q1,k} + \sum_{j=1}^{n} \psi_{0j,ef} F_{Qj,k} \right]$$

9.6 Combinações de ações em estados limites de utilização

9.6.1 Combinações de longa duração :

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^{n} \psi_{2j} F_{Qj,k}$$

9.6.2 Combinações de média duração :

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^{n} \psi_{2j} F_{Qj,k}$$

9.6.3 Combinações de curta duração :

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^{n} \psi_{1j} F_{Qj,k}$$

9.6.4 Combinações de duração instantânea :

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + F_{Q,especial} + \sum_{j=1}^{n} \psi_{2j} F_{Qj,k}$$

9.7 Caso de construções correntes com duas cargas acidentais de naturezas diferentes – Estado limite último

De acordo com a NBR 7190/97 item 6.1.2 e 6.1.3, as combinações de carregamento para estados limites últimos podem ser feitas pelas expressões sequintes, ao invés do que foi anteriormente apresentado. O índice w está associado a ação do vento.

As duas possíveis combinações são:

1º caso: carga permanente e seus efeitos dinâmicos como ação variável principal

$$F_d = \sum \gamma_{Gi} G_{ik} + \gamma_Q \left[Q_k + \psi_{0w} W_k \right]$$

Neste caso deve ser observado que a ação do vento é tomada como ação variável secundária, e assim, tem o seu valor total, não multiplicado por 0,75 conforme a NBR 7190/97 determina no item 4.5.8. O fator de combinação ψ_o é que define a ponderação deste efeito no carregamento.

2º caso: vento como ação variável principal

$$F_d = \sum \gamma_{Gi} G_{ik} + \gamma_Q \left[0{,}75 W_k + \psi_{0Q} Q_k \right]$$

Para esta combinação o vento foi tomado como ação variável principal, e assim tem seu efeito reduzido para 75% do total encontrado.

10. Resistência a tensões normais inclinadas em relação às fibras da madeira

O cálculo de estruturas contendo peças solicitadas em direção inclinada em relação às fibras, terá o valor da resistência calculado através da fórmula de Hankinson, genericamente representada pela Equação 1. Inclinações menores que 6° (arco tangente igual a 0,10) são considerados como paralelos às fibras, portanto não é necessário usar a fórmula de Hankinson.

$$f_\alpha = \frac{f_0 \cdot f_{90}}{f_0 \cdot (sen\,\alpha)^2 + f_{90} \cdot (cos\,\alpha)^2} \qquad (1)$$

11. Solicitações normais

11.1 Generalidades

As peças solicitadas por esforços normais apresentam tensões de naturezas diferentes, ou seja, podem estar tracionadas ou comprimidas. A condição de segurança é analisada pela comparação da tensão atuante com a resistência de cálculo correspondente ao tipo de solicitação.

11.2 Peças tracionadas

Quando a verificação corresponde ao caso de peças tracionadas, a segurança estará garantida quando a tensão atuante de tração for menor ou igual ao valor de cálculo da resistência à tração, ou seja:

$$\sigma_{td} \leq f_{t\alpha,d}$$

11.3 Peças curtas comprimidas

As peças comprimidas apresentam uma condição adicional correspondente à estabilidade. Esta verificação segue as prescrições indicadas na NBR 7190/97. Contudo, quando a peça é considerada como curta, ou seja, $\lambda \leq 40$, a condição de segurança é verificada genericamente pela expressão:

$$\sigma_{cd} \leq f_{c\alpha,d}$$

É importante observar que para o caso de $\alpha = 90°$, a expressão anterior tem o valor de cálculo da resistência multiplicado pelo coeficiente α_n, dado pela Tabela 16. As possíveis majorações resultantes da aplicação deste coeficiente somente serão válidas se a carga estiver afastada de pelo menos 7,5 cm da extremidade da peça em compressão normal, conforme ilustra a Figura 4.

$$\sigma_{cd} \leq \alpha_n f_{c\alpha,d}$$

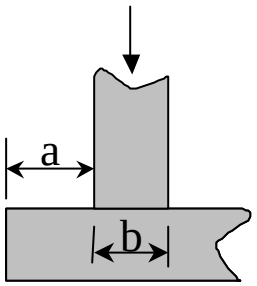


Figura 4 - *Solicitação normal*

Tabela 16 - Valores de α_n usados no cálculo da resistência $f_{c90,d}$

Extensão da carga (**b** da Figura 4) normal às fibras, medida paralelamente a estas (cm)	α_n
1	2,00
2	1,70
3	1,55
4	1,40
5	1,30
7.5	1,15
10	1,10
15	1,00

12. Estabilidade para peças comprimidas ou flexocomprimidas

12.1 Caracterização do problema e parâmetros

Peças comprimidas ou flexocomprimidas podem atingir seu estado limite por perda de estabilidade em função da sua esbeltez. Assim, além da verificação da resistência deve-se verificar a estabilidade da peça de acordo com as indicações a seguir.

Quando ocorrer excentricidade efetiva entre o centro geométrico da seção transversal e o ponto de aplicação da carga axial, o momento fletor resultante deste efeito será considerado como um efeito principal, gerando uma situação de flexocompressão. Contudo, mesmo que este caso não aconteça, além destes efeitos deve-se considerar excentridades adicionais provenientes das imperfeições geométricas, das possíveis e comuns variações não previstas resultantes do deslocamento do ponto de aplicação da carga axial, efeitos de segunda ordem e fluência da madeira.

O valor de referência para a verificação da estabilidade é baseado no valor L_0 chamado de comprimento teórico de referência. O valor de L_0 é considerado igual ao comprimento efetivo da barra (L) quando as extremidades da barra são articuladas sem deslocabilidade perpendicular à direção da aplicação da carga. Se a barra é engastada e livre, L_0 é considerado

igual a 2L. Caso a barra seja contínua e tenha mais de dois apoios, e portanto, rigidez adicional proveniente da continuidade sobre os apoios, a norma não permite considerar esta vantagem. Enfim, na verificação da estabilidade somente duas situações podem ser consideradas, conforme ilustra a Figura 5.

$L_0 = L$ *(barra articulada-articulada)*

$L_0 = 2\,L$ *(engaste-articulação ou articulação-engaste)*

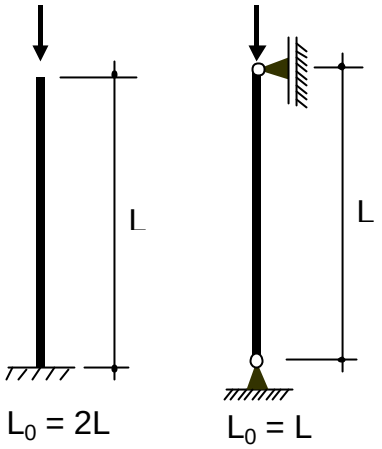


Figura 5 - *Comprimentos teóricos de referência*

A norma considera uma excentricidade acidental mínima (e_a) proveniente das imperfeições geométricas o valor $L_0/300$, ou seja:

$$e_a = L_0/300 \geq h/30$$

Outro parâmetro necessário para o dimensionamento é o chamado índice de esbeltez (?), dado por:

$$\lambda = \frac{L_o}{i_{min}} \qquad \text{onde} \qquad i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}$$

onde i_{min} é o raio de giração mínimo.

12.2 Peças medianamente esbeltas (40 < ? £ 80)

A expressão para verificação da segurança relativa ao estado limite último de instabilidade considera valores de tensões normais em função da força normal N_d, dos momentos fletores atuantes M_{1d} e valores de momentos fletores provenientes de excentricidades fictícias. Considera-se que a expressão seguinte deve ser atendida para garantir a estabilidade da peça, observando-se que deve ser considerada a interação entre momentos fletores nas duas direções, simultaneamente.

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mdx}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mdy}}{f_{c0,d}} \leq 1$$

Esta expressão considera o caso mais geral de flexão oblíqua, quando existem momentos fletores atuantes nas direções x e y. O valor da tensão σ_{MD} considera o efeito dos momentos fletores atuantes e provenientes de excentricidades adicionais. A seguir é apresentada a formulação para cálculo de σ_{MD} que deve ser feita para as duas direções x e y, simultaneamente, embora a NBR 7190/97 apresente a expressão agrupando estas tensões num mesmo termo chamado de σ_{MD}.

$$\sigma_{Nd} = \frac{N_d}{A}$$

Os valores de $\sigma_{MD,x}$ e $\sigma_{MD,y}$ devem ser calculados conforme indicado a seguir:

$$\sigma_{Md} = \frac{M_d}{I} \times y$$

O valor de M_d é calculado pela expressão: $M_d = N_d \times e_d$
onde: sendo:

$$e_d = e_1 \left(\frac{F_E}{F_E - N_d} \right) \qquad F_E = \frac{\pi^2 \, E_{co,ef} \, I}{L_o^2}$$

O valor de e_1 é dado pela expressão: $e_1 = e_i + e_a$ onde: $e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} \geq \frac{h}{30}$

Observar que o valor de e_i não deverá ser inferior a h/30, onde h é a altura da seção transversal referente ao plano de verificação.

12.3 Peças esbeltas (80 < ?£ 140)

A verificação de peças com esta característica solicitadas por compressão (N_d) ou flexocompressão (N_d e M_{1d}), deverão ser verificadas pela mesma expressão anterior, dada a seguir.

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mdx}}{f_{c0d}} + \frac{\sigma_{Mdy}}{f_{c0,d}} \leq 1$$

O valor de M_d é calculado em função da excentricidade de primeira ordem ($e_{1,ef}$) conforme a equação a seguir:

$$M_d = N_d \cdot e_{1,ef} \left(\frac{F_E}{F_E - N_d} \right)$$

O valor de $e_{1,ef}$ é dado por:

$$e_{1,ef} = e_1 + e_c = e_i + e_a + e_c$$

Nesta expressão, e_i é chamada de excentricidade de 1ª ordem decorrente da situação de projeto. O valor de e_a é a excentricidade acidental mínima já fornecida anteriormente e e_c é considerada uma excentricidade suplementar de 1ª ordem relacionada com a fluência da madeira. São fornecidas pelas expressões seguintes:

$$e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} = \frac{M_{1gd} + M_{1qd}}{N_d}$$

A excentricidade e_c é calculada por uma expressão que depende do coeficiente de fluência ϕ dado na Tabela 17. Considera-se que as parcelas N_{gk} e N_{qk}, respectivamente valores característicos da força normal devidos às cargas permanentes e variáveis, são tomados sem nenhuma ponderação. Os fatores de utilização ψ_1 e ψ_2 são dados na Tabela 11 já apresentada. O valor de ec é determinado pelas expressões a seguir, apresentada de forma rearranjada em relação ao que a NBR 7190/97 indica:

$$e_c = (e_{ig} + e_a)\{\exp(K) - 1\} \qquad sendo\ K = \frac{F \cdot K'}{F_E - K'}$$

$$K' = N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) N_{qk} \qquad notar\ que \quad \psi_1 + \psi_2 \leq 1$$

Nas expressões anteriores o valor da excentricidade e_{ig} é dado por: $e_{ig} = \frac{M_{1g,d}}{N_{gd}}$

Logicamente que neste caso $M_{1g,d}$ é igual a zero quando a barra é solicitada apenas por força de compressão, caso típico das treliças – não há momento fletor efetivo aplicado.

O coeficiente de fluência f é dado pela Tabela 17.

Tabela 17 – *Coeficientes de fluência f*

Classes de carregamento	Classes de umidade	
	(1) e (2)	(3) e (4)
Permanente ou de longa duração	0,8	2,0
Média duração	0,3	1,0
Curta duração	0,3	0,5

12.4 Peças comprimidas com solidarização descontínua

Peças comprimidas com seção transversal formada por elementos espaçados solidarizados por pregos ou parafusos são classificadas em duas situações: com espaçadores interpostos ou por chapas laterais de fixação. As Figura 6 e Figura 7 ilustram estas situações considerando os casos de seções transversais formadas por duas e três peças. Existem restrições quanto à distância entre as peças que formam a nova seção. Para o caso de espaçadores interpostos a distância entre os elementos que formam a seção deverá ser menor ou igual a três vezes a espessura do elemento. No caso de chapas laterais corresponde a seis vezes.

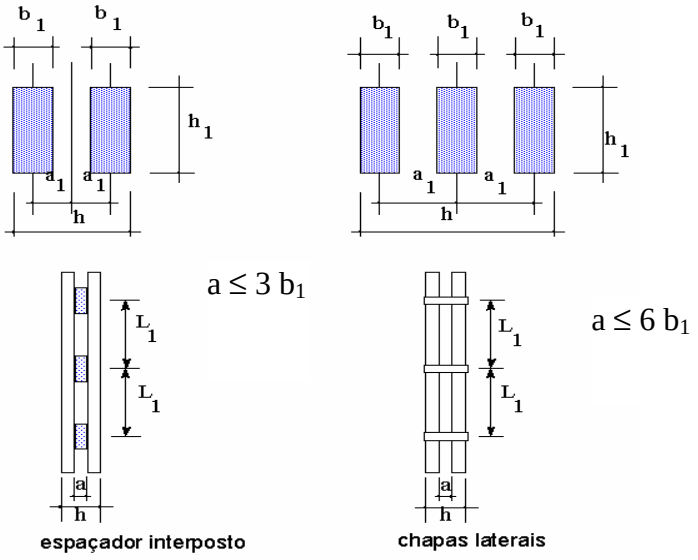


Figura 6 – *Situações de peças compostas solidarizadas.*

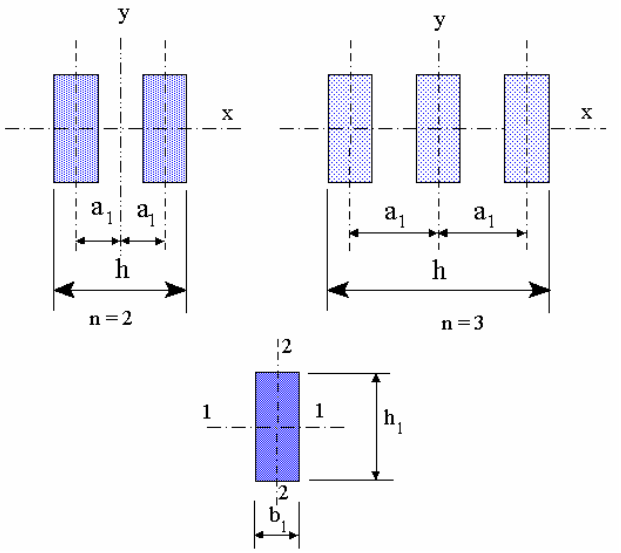


Figura 7 – *Parâmetros para seção transversal formada por dois e três elementos.*

Os espaçadores interpostos podem ser fixados através de apenas dois parafusos ajustados e dispostos ao longo da direção longitudinal seguindo as recomendações de espaçamentos mínimos para parafusos e o diâmetro de pré-furação igual ao diâmetro do parafuso usado.

Neste caso a verificação da segurança da peça deve ser feita de acordo com a expressão seguinte ao invés do que foi recomendado em 12.2 e 12.3:

$$\frac{N_d}{A}+\frac{M_d I_2}{I_{y,ef} W_2}+\frac{M_d}{2a_1 A_1}\left(1-n\frac{I_2}{I_{y,ef}}\right)\leq f_{cod}$$

onde o módulo de resistência W_2 vale: $W_2=\frac{I_2}{b_1/2}$

O valor de $I_{y,ef}$ é calculado de acordo com as considerações seguintes, em função dos parâmetros fornecidos na Figura 7.

Os parâmetros relacionados com os elementos individuais são:

$$A_1 = b_1\, h_1$$

$$I_1 = b_1\, h_1^{\,3} / 12$$

$$I_2 = h_1\, b_1^{\,3} / 12$$

As características da seção composta correspondem a:

$$A = n\, A_1$$

$$I_x = n\, I_1$$

$$I_y = n\, I_2 + 2\, A_1\, a_1^{\,2}$$

O valor do momento de inércia para cálculo em torno do eixo y é corrigido pelo coeficiente ßI, ou seja, $I_{y,ef} = ß_I I_y$, onde:

$$\beta_1 = \frac{I_2 m^2}{I_2 m^2 + \alpha_y I_y}$$

Para esta expressão utilizam-se os seguintes valores:

m = número de intervalos entre pontos de contato (fixação entre as peças isoladas) ao longo do comprimento total da peça, ou seja,

$$m = \frac{L}{L_1}$$

$a_y = 1,25$ para espaçadores interpostos
$a_y = 2,25$ para chapas laterais

Observa-se que neste cálculo o coeficiente de redução do momento de inércia em torno de y representa uma significativa redução em relação à seção transversal composta. Isto pode ter um significado, pois duas peças colocadas lado-a-lado podem ter comportamentos completamente independentes. Neste caso, o coeficiente de redução não poderá significar uma redução superior que gere um valor de momento de inércia menor que o de uma peça isolada.

A NBR 7190/97 recomenda que a segurança relativa aos espaçadores e suas ligações que compõem estas fixações sejam verificadas para um esforço de cisalhamento (V_d) dado

$$V_d = A_1 \ f_{vo,d} \ \frac{L_1}{a_1}$$

por:

A verificação da estabilidade local dos trechos compreendidos entre pontos de contato pode ser dispensada desde que as seguintes condições sejam respeitadas:

$9\ b_1 \leq L_1 \leq 18\ b_1$
$a \leq 3\ b_1$ caso de peças interpostas
$a \leq 6\ b_1$ caso de peças com chapas laterais

12.5 Peças comprimidas com seções formadas por peças isoladas solidarizadas

Seções transversais do tipo I, T, duplo T, caixão, etc, cujos elementos de solidarização são pinos metálicos, cavilhas ou outros, devem receber alguma consideração especial para o seu dimensionamento, uma vez que estas solidarizações não garantem perfeita rigidez entre as partes interligadas. Embora a norma brasileira considere que ligações por pregos, parafusos, pinos ou outros conectores possam ser considerados como perfeitamente rígidos para determinados casos, têm-se nesta situação especial de ligação considerações diferentes. Isto porque, aqui o deslocamento relativo entre as partes interligadas tem ordem de grandeza diferente do caso das ligações convencionais. Portanto, considera-se adequado a aplicação de algum coeficiente redutor para o dimensionamento. Na falta de prescrições específicas fornecidas pela norma, serão adotados os mesmos coeficientes usados na flexão. Isto porque, a instabilidade não deixa de ser um caso particular de flexão. Portanto, o dimensionamento

destes tipos de seções transversais deverão ser feitos com redução do momento de inércia, de acordo com as indicações apresentadas no item 13.

A norma considera que estas ligações podem ser rígidas. Contudo, não apresenta informações relativas ao dimensionamento deste tipo de ligação (solidarização). Na falta de informações específicas da norma, sugere-se que sejam utilizadas as recomendações da antiga norma (NBR 7190/82), onde é usado o conceito de fluxo de cisalhamento, conforme se descreve a seguir.

A partir do valor da força de cálculo suportada pela peça faz-se o dimensionamento da solidarização, ou seja, diâmetro, comprimento e espaçamentos dos pregos. Para este dimensionamento seguem-se as recomendações da NBR 7190/82, que baseia-se na existência de uma força (H) atuando na região da solidarização igual a:

$$H = (0.01 + 0.6 \frac{f_c \; l_{fl}}{E \; h}) N$$

$$H \geq 0.03 \; N$$

sendo:

N : força de compressão atuante no pilar
f_c : tensão de ruptura na compressão paralela
l_{fl} : comprimento de flambagem do pilar
E : módulo de elasticidade
h : altura total da seção múltipla no plano de flambagem.

Os cálculos podem ser feitos com base em um fluxo de cisalhamento designado por ϕ equivalente a:

$$f = H \frac{S}{I_r}$$

onde:

H : força definida anteriormente
S : momento estático
Ir : momento de inércia reduzido, ou seja, $I_r = f_r \; I$

13. Flexão

13.1 Generalidades

Peças fletidas são peças solicitadas por momento fletor. Acontecem na maioria das peças estruturais disponíveis, tais como, em terças, ripas e caibros de telhados, tabuleiros de pontes, etc. Mesmo em barras das chamadas treliças existe o efeito de flexão, que usualmente é desconsiderado.

É comum acontecer numa mesma seção transversal efeitos de flexão em duas direções perpendiculares entre si. É o caso da chamada flexão oblíqua. Também pode acontecer efeitos de flexão combinados com solicitações axiais de compressão ou tração, tendo-se então o caso de flexocompressão ou flexotração.

A verificação de peças submetidas a estas situações são feitas de acordo com as recomendações da NBR 7190/97, a seguir descritas. Contudo, é também importante lembrar que peças fletidas com seção transversal do tipo I, T e caixão devem ser feita reduções no momento de inércia, conforme descrito no item 14.

13.2 Flexão simples reta

Inicialmente será analisado o caso de peças solicitadas exclusivamente por flexão simples. Neste caso, para uma seção transversal solicitada por um momento fletor M existirá uma tensão normal linearmente distribuída ao longo da altura da seção transversal, gerando compressão na parte superior e tração na parte inferior, conforme ilustra a Figura 8.

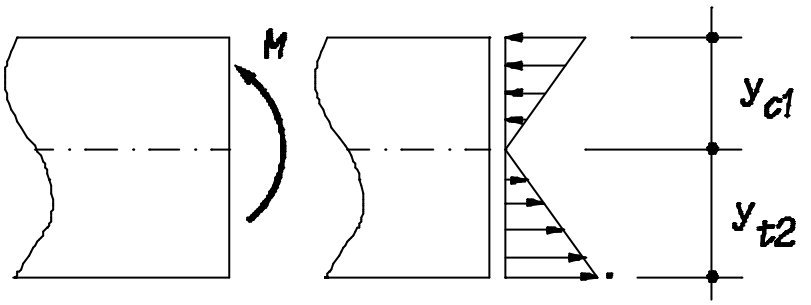


Figura 8 - *Distribuição de tensões normais na flexão simples reta.*

As peças fletidas serão verificadas considerando-se um vão teórico igual ao menor dos dois valores abaixo:

a) distância entre eixos dos apoios;
b) vão livre acrescido da altura da seção transversal da peça no meio do vão, não se considerando acréscimo maior que 10 cm.

A norma define que a distância da linha neutra - neste caso coincide com a linha que passa pelo centro de gravidade - até a fibra mais comprimida vale y_{c1} e até a fibra mais tracionada vale y_{t2}. Assim, as expressões para cálculo das respectivas tensões e suas verificações são dadas pelas expressões a seguir:

Borda comprimida: $$\sigma_{c1,d} = \frac{M_d}{I} \cdot y_{c1} \leq f_{c0d}$$

Borda tracionada: $$\sigma_{t2,d} = \frac{M_d}{I} \cdot y_{t2} \leq f_{t0d}$$

O valor de I corresponde ao momento de inércia da seção transversal resistente em relação ao eixo central de inércia em torno do qual atua o momento fletor M.

13.3 Flexão simples oblíqua

Este é caso comum, especialmente em terças usadas em coberturas de telhados, conforme ilustrado na Figura 9. Neste caso, existem dois eixos em torno dos quais existem efeitos de flexão. A verificação da segurança deverá ser feita para a situação mais crítica, tanto para o ponto mais comprimido como para o mais tracionado. Esta verificação é feita através das duas expressões abaixo, considerando-se o caso mais crítico.

a)

$$\frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{wd}} + k_M \frac{\sigma_{My,d}}{f_{wd}} \leq 1 \qquad \text{ou}$$

b)

$$k_M \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{wd}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{wd}} \leq 1$$

onde:

$f_{wd} = f_{c0,d}$ (borda comprimida) ou
$f_{wd} = f_{t0,d}$ (borda tracionada)

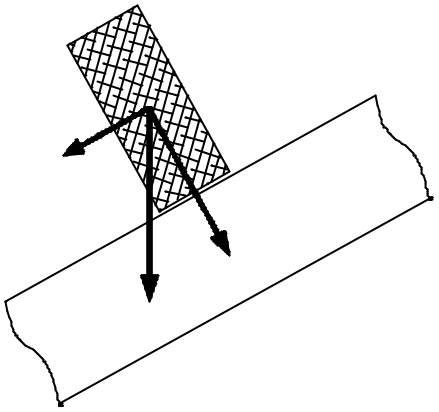


Figura 9 *– Flexão oblíqua*

As tensões $\sigma_{Mx,d}$ e $\sigma_{My,d}$ são as tensões máximas atuantes em relação aos respectivos eixos de atuação e, f_{wd} é a respectiva resistência de cálculo de tração ou compressão de acordo com a natureza da correspondente tensão atuante. O valor de k_M é chamado de coeficiente de correção tomado como sendo:

$k_M = 0,5$: para seção retangular
$k_M = 1,0$: para outras seções transversais

13.4 Flexotração

As barras submetidas a esforços de flexo-tração serão verificadas pela mais rigorosa das duas expressões seguintes:

$$\frac{\sigma_{Nt,d}}{f_{to,d}} + k_M \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{to,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{to,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{Nt,d}}{f_{to,d}} + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{to,d}} + k_M \frac{\sigma_{My,d}}{f_{to,d}} \leq 1$$

13.5 Flexocompressão

Peças submetidas à flexo-compressão são verificadas de forma semelhante ao caso de flexo-tração, adotando-se o caso mais crítico dentre as duas expressões. Observar que a influência das tensões devidas à força normal de compressão aparece na forma quadrática.

$$\left(\frac{\sigma_{Nc,d}}{f_{co,d}}\right)^2 + k_M \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{co,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{\infty,d}} \le 1$$

$$\left(\frac{\sigma_{Nc,d}}{f_{co,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{\infty,d}} + k_M \frac{\sigma_{My,d}}{f_{\infty,d}} \le 1$$

13.6 Solicitações tangenciais - cisalhamento

O cisalhamento de peças fletidas de madeira pode ser entendido como um esforço existente entre as fibras, na direção longitudinal da viga, causado pela força cortante atuante. Este efeito é mais significativo em vigas com alta relação vão/altura, acima de 21.

O cálculo da tensão de cisalhamento é feita convencionalmente de acordo com a expressão seguinte:

$$\tau_d = \frac{V \cdot S}{b \cdot I}$$

onde: V = força cortante atuante;
S = momento estático para o ponto considerado;
b = espessura da seção transvesal no ponto considerado;
I = momento de inércia.

Esta expressão é aplicada a seções transversais em posições centrais em relação ao comprimento da viga.

Para trechos localizados a menos de duas vezes a altura total da peça (2h) dos apoios – Figura 10, considera-se que o efeito de cisalhamento transforma-se em uma solicitação perpendicular ao eixo da viga. De acordo com a NBR 7190/97 (item 7.4.2), a redução de força cortante é permitida somente para cargas concentradas e aplicadas dentro do trecho considerado. Neste caso pode-se utilizar um valor de força cortante reduzido (V_{red}) igual a $V_{red} = V\frac{a}{2h}$.

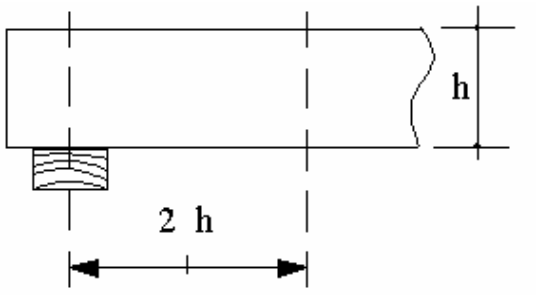


Figura 10 - *Região onde pode ser considerada a redução de solicitação para forças cortantes geradas por forças concentradas.*

A condição de segurança para a tensão de cisalhamento é verificada

$$\tau_d \le f_{v0,d}$$

pela expressão seguinte, comparando a tensão de cisalhamento atuante com a resistência ao cisalhamento:

O valor de $f_{v0,d}$ deve ser obtido experimentalmente. Porém conforme permite a norma brasileira pode-se tomar valores aproximados em função

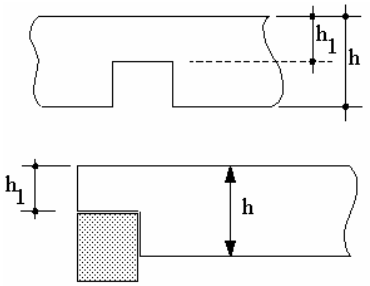


Figura 11 - *Situações de seções transversais com reduções bruscas da altura.*

do valor da resistência na compressão paralela, sugeridos conforme já apresentados anteriormente e aqui novamente reproduzidos:

$f_{v0,d} = 0{,}12\ f_{c0,d}$ para as coníferas
$f_{v0,d} = 0{,}10\ f_{c0,d}$ para as dicotiledôneas

Vigas com reduções bruscas da altura da seção transversal, como indicado na Figura 11, recebem um tratamento especial através do aumento da tensão de cisalhamento (ou da força cortante), multiplicando-se o valor convencional pela relação h/h_1. Neste caso, a relação entre a altura total e a reduzida deve respeitar a condição: $\mathbf{h_1 > 0{,}75\ h}$

Caso a condição anterior não seja respeitada, a norma recomenda o *"uso de parafusos verticais dimensionados à tração axial para a totalidade da força cortante a ser transmitida"*.

Outra possibilidade é a utilização de mísulas para uma variação gradativa da altura da seção transversal, Figura 12, respeitando-se a duas condições: $h_1 \geq 0{,}5\ h$ e $a \geq 3\ (h - h_1)$.

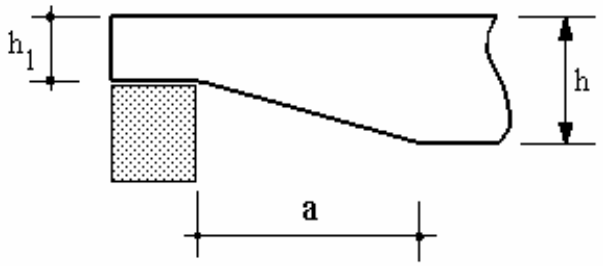


Figura 12 – *Entalhe com mísula*

13.7 Estabilidade lateral de vigas com seção retangular

As fibras comprimidas de peças fletidas obviamente ficam sujeitas à condição desfavorável da possibilidade de perda de estabalidade lateral. Assim, além da verificação da condição de segurança anteriormente apresentada, deve-se verificar a viga para o estado limite último de instabilidade lateral.

Três condições devem ser verificadas para garantir a condição de estabilidade, conforme se descreve a seguir.

13.7.1 Condições de apoios

A condição mínima para que a viga tenha estabilidade refere-se a existência de elementos nas extremidades (apoios) da viga que impeçam sua rotação ao longo do eixo longitudinal, evitando-se assim o seu tombamento.

13.7.2 Distância entre pontos de contraventamento - 1ª situação

A norma brasileira define o comprimento L_1 como a distância entre os pontos de contraventamento ao longo da borda comprimida. Estes contraventamentos devem ser capaz

de impedir a rotação da seção transversal em torno do eixo longitudinal da viga. Neste caso, deve-se verificar a seguinte condição:

$$\frac{L_1}{b} \le \frac{E_{co,ef}}{\beta_M \, f_{cod}}$$

onde ßM vale:

$$\beta_M = \frac{1}{0{,}26\pi} \frac{\beta_E}{\gamma_f} \frac{\left(\frac{h}{b}\right)^{3/2}}{\left(\frac{h}{b} - 0{,}63\right)^{1/2}}$$

O valor de ßM pode ser também obtido pela Tabela 18, dado em função da relação *h/b*, considerando-se ?f = 1,4 e coeficiente de correção ßE = 4.

Tabela 18 - *Coeficiente de correção* β_M

h/b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ßm	6	8,8	12,3	15,9	19,5	23,1	26,7	30,3	34,0	37,6	41,2	44,8	48,5	52,1	55,8	59,4	63,0	66,7	70,3	74,0

13.7.3 Distância entre pontos de contraventamento - 2ª situação

Quando a peça não se enquadra na situação anterior em termos da relação L_1/b, a segurança é aceitável quando a condição a seguir for respeitada.

Para peças com: $\frac{L_1}{b} > \frac{E_{co,ef}}{\beta_M \, f_{cod}}$ deve ser satisfeita a condição: $\sigma_{c1d} \le \frac{E_{co,ef}}{\left(\frac{L_1}{b}\right)\beta_M}$

13.8 Estabilidade lateral de vigas com seção diferente da retangular

Quando uma peça fletida tem seção transversal tipo I, T, caixão, etc, diferente da seção retangular, a NBR 7190/97, item 6.7.2, recomenda o uso de enrijecedores perpendiculares ao eixo da viga, com espaçamento máximo de duas vezes a altura total da viga. É importante lembrar que peças estruturais de seção transversal dos tipos citados, devem ser calculadas com momento de inércia modificado, de acordo com as indicações apresentadas no item 14, a seguir.

14. Peças compostas

14.1 Generalidades

Quando uma seção transversal é formada por elementos justapostos continuamente solidarizados por pregos considerados como ligações rígidas, conforme definição da NBR 7190/97, serão admitidas como peças maciças, desde que seja usado um valor do momento de inércia reduzido, conforme se apresenta a seguir.

14.2 Peças compostas formadas por seção T, I ou caixão ligadas por pregos

Peças formadas por seções transversais dos tipos indicados na Figura 13 sofrerão uma redução do momento de inércia dada pelo coeficiente a_r, onde:

$a_r = 0{,}95$ para seções do tipo T
$a_r = 0{,}85$ para seções do tipo I ou caixão

No caso de seções do tipo duplo T, Figura 13(d), não incluída nas recomendações da norma, sugere-se utilizar o coeficiente $a_r = 0{,}85$.

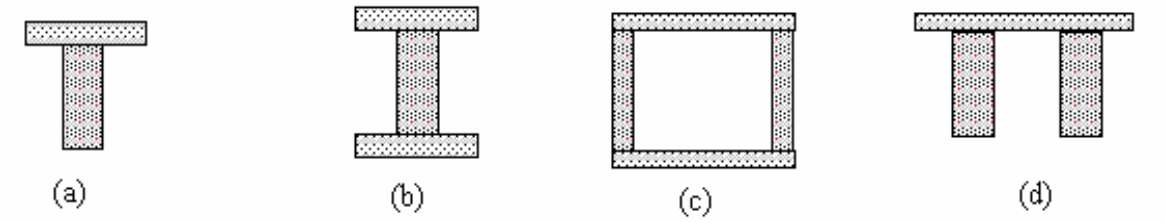


Figura 13 – *Tipos de seções transversais compostas.*

Assim, o momento de inércia (I_{ef}) usado para verificação da viga será dado por:

$$I_{ef} = a_r \, I_{th}$$

sendo I_{th} o valor da inércia teórica resultante da composição da seção.

14.3 Peças compostas formadas por seção retangular interligadas por conectores metálicos

Vigas formadas por mais de uma peça individual retangular interligada por conectores metálicos para compor uma seção transversal de rigidez maior, Figura 14 poderá ser dimensionada como se fosse uma seção retangular maciça, desde que seja utilizado um valor para o momento de inércia reduzido, tal como feito para os casos anteriores onde a_r vale:

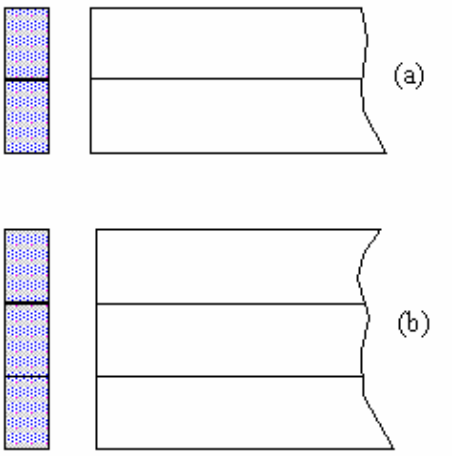


Figura 14 – *Seção composta interligada por conectores*

$a_r = 0{,}85$ para dois elementos superpostos (Figura 14a)

$a_r = 0{,}70$ para três elementos superpostos (Figura 14b)

15. Ligações

15.1 Generalidades

As ligações representam um importante ponto no dimensionamento das estruturas de madeira, pois praticamente toda estrutura de madeira apresenta partes a serem interligadas. Basicamente a norma brasileira considera três tipos de ligações entre peças de madeira: pinos metálicos, cavilhas de madeira e conectores.

Os pinos metálicos correspondem aos pregos e parafusos. As cavilhas são pinos de madeira torneados, porém a norma não é clara quanto ao possível tipo de cavilha chamada de partida, ou seja, pino de madeira com corte longitudinal em diagonal. Os conectores podem ser os anéis metálicos ou as chapas metálicas com dentes estampados.

As ligações coladas devem obedecer recomendações específicas e, logicamente, as peças coladas devem ter umidade correspondente à madeira seca ao ar livre. A cola deve garantir uma rigidez igual ou superior ao cisalhamento longitudinal da madeira.

O cálculo da capacidade das ligações por pinos ou cavilhas é baseado na resistência de embutimento da madeira ($f_{e0,d}$). Conforme já dito anteriormente é permitido usar um valor aproximado na falta de determinação experimental específica. Neste caso podem ser adotados os seguintes valores:

$$\mathbf{f_{e0,d} = f_{c0,d}}$$

$$\mathbf{f_{e90,d} = 0{,}25\ a_e\ f_{c0,d}}$$

Os valores de a_e são dados na Tabela 19.

***Tabela 19** – Valores de a_e*

Diâmetro do pino (cm)	≤ 0,62	0,95	1,25	1,60	1,90	2,20
Coeficiente a_e	2,50	1,95	1,68	1,52	1,41	1,33
Diâmetro do pino (cm)	2,50	3,10	3,80	4,40	5,00	≥ 7,50
Coeficiente a_e	1,27	1,19	1,14	1,10	1,07	1,00

15.2 Pré-furação

Um aspecto importante citado pela norma corresponde à pré-furação. Isto significa que ligações feitas por pinos e cavilhas devem obedecer as indicações dadas na Tabela 20, onde d_0 é o diâmetro de pré-furação e d_{ef} é o diâmetro efetivo do elemento de ligação.

***Tabela 20** – Pré-furação para ligações por pinos e cavilhas.*

Tipo de ligação		**Valor de d_o**
Pregada	*Coníferas*	$d_o = 0{,}85\ d_{ef}$
	Dicotiledôneas	$d_o = 0{,}98\ d_{ef}$
Parafusada		$d_o \leq d_{ef} + 0{,}5mm$
Cavilhada		$d_0 = d_{ef}$

15.3 Critério de dimensionamento

O estado limite último da ligação pode ser atingido por insuficiência de resistência da madeira interligada ou por insuficiência dos elementos de ligação.

A verificação de uma ligação é feita pela comparação da capacidade de carga, (resistência - R_d) da ligação com o valor de cálculo da solicitação (S_d), ou seja:

$$S_d \leq R_d$$

15.4 Ligações por pinos ou cavilhas

15.4.1 Recomendações gerais

A norma recomenda que não seja usado apenas um pino ou cavilha, como garantia de uma melhor distribuição de esforços e segurança.

Por observação experimental conclui-se que também é importante dispor os pinos em linha, distanciando-os ao longo da direção longitudinal, aumentando assim a rigidez da ligação em relação a distribuição do momento interno, gerado pelo braço de alavanca correspondente à distância entre os pinos.

A Tabela 21 fornece as especificações mínimas relativas a resistência característica do material e os diâmetros mínimos dos elementos de ligação considerados.

Tabela 21 - *Características mínimas para materiais usados nas ligações.*

Tipo de ligação	**Resistência mínima**	**Diâmetro mínimo**
Prego	$f_{yk} \geq 600$ MPa	≥ 3mm
Parafuso	$f_{yk} \geq 240$ MPa	≥ 10mm
Cavilha	classe C60 ou madeiras moles de $?_{ap} \leq 600$ kg/m^3 impregnadas com resinas para aumentar sua resistência	16mm *diâmetros* 18mm *permitidos* 20mm

15.4.2 Rigidez das ligações

A Norma faz considerações diferenciadas em relação à quantidade de elementos de ligação quanto à rigidez. Considera que a existência de apenas dois ou três elementos leva a uma ligação deformável, e portanto, sua aplicação somente poderá acontecer em estruturas isostáticas. No cálculo de esforços considera-se que as ligações sejam rígidas, porém admite-se uma contra-flecha compensatória igual a um valor mínimo 1/100 do vão teórico da estrutura analisada.

De outro lado ligações com 4 ou mais elementos serão consideradas rígidas, desde que sejam respeitados os diâmetros de pré-furação especificados na Tabela 20. Em caso contrário a ligação passa a ser considerada deformável.

Esta consideração de deformabilidade da ligação passa então a estar relacionada com a deformação inicial da ligação e não com o seu comportamento mecânico ao longo do carregamento. Assim, este conceito parece estar parcialmente confuso e inadequado. Acredita-se que a recomendação mais apropriada exigiria o conhecimento da relação força ×

deformação da ligação, independentemente do número de elementos usados. Neste caso é indispensável o uso de programa computacional adequado, que considere este efeito e estime os deslocamentos dos nós de forma mais precisa.

15.4.3 Resistência de pinos

O cálculo da resistência de um pino é fornecido em função de uma seção de corte. Assim a resistência total de um pino corresponde à soma da capacidade das várias seções de corte.

Em ligações com até 8 pinos em linha, dispostos paralelamente ao esforço transmitido, a resistência total é dada pela soma da resistência de cada pino isoladamente.

Para ligações com número superior a 8 pinos, deve-se considerar uma redução da capacidade dos pinos, isto é, considera-se que somente 8 pinos trabalhem com sua resistência plena e os demais têm apenas 2/3 de eficiência. Assim, nestes casos a resistência da ligação será dada pela multiplicação do valor n_o pela resistência de um pino. Sendo n o número efetivo de pinos, n_o vale:

$$n_0 = 8 + \frac{2}{3}(n-8)$$

O aço correspondente aos pregos deve ter resistência característica (f_{yk}) mínima de 600 MPa, assim como devem ter um diâmetro de no mínimo 3mm, conforme especificado na Tabela 21. Para os parafusos recomenda-se um valor mínimo de f_{yk} = 240 MPa e diâmetro mínimo de 10mm.

A Figura 15 mostra os parâmetros geométricos usados no cálculo da resistência de uma seção de corte de um pino.

No cálculo da capacidade de carga de pinos em corte simples como mostrado na Figura 15, considera-se t como sendo o menor valor entre t_1 e t_2. No caso de parafusos deve ser observada a condição que relaciona o diâmetro do parafuso com o valor da espessura de cálculo, ou seja, $t \geq 2d$. No caso de ligações pregadas esta relação corresponde a $t \geq 5d$, embora seja admitido que $t \geq 4d$, desde que $d_0 = d_{ef}$.

Para o caso de ligações pregadas também deve ser garantido que o comprimento de penetração na peça final (que recebe a ponta do prego) seja maior que 12 vezes o diâmetro do prego, ou seja, $t_4 \geq 12d$. Outra condição necessária é que este comprimento de penetração

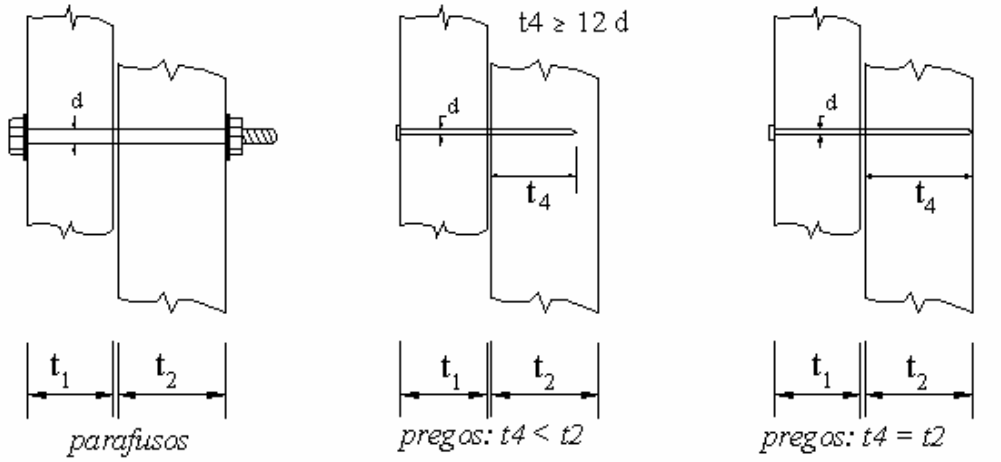
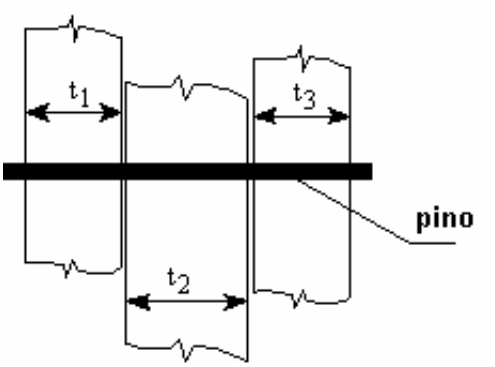


Figura 15 – *Características geométricas relativas ao cálculo da resistência de pinos.*

também seja maior que a espessura (t) da peça mais delgada envolvida na ligação, ou seja, $t_4 \geq t$.

No caso de ligações por pinos em corte duplo como ilustrado na Figura 16, o valor de t é obtido em função das espessuras das peças laterais (t_1 e t_3) e da peça central (t_2), ou seja, t é igual ao menor dos valores entre t_1, $t_2/2$ e t_3.



t é o menor valor entre: t_1, $t_2/2$ e t_3

$t \geq 2d \rightarrow$ parafusos

$t \geq 5d \rightarrow$ pregos

Figura 16 – *Ligação em corte duplo*

15.4.4 Resistência de pinos metálicos

O valor de cálculo da resistência para uma única seção de corte de um pino metálico será fornecido de acordo com a formulação a seguir. Neste cálculo são usados os parâmetros adicionais ß e $ß_{lim}$, dados por:

$$\beta = \frac{t}{d} \qquad\qquad \beta_{lim} = 1{,}25\sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{ed}}}$$

onde t e d são espessura e diâmetro, respectivamente, já definidos anteriormente. O valor f_{yd} corresponde à resistência de cálculo ao escoamento do pino metálico e pode ser admitido como sendo igual à resistência nominal característica de escoamento f_{yk}. O valor f_{ed} é a resistência de cálculo de embutimento do pino.

A capacidade de carga de um pino metálico dada pela sua resistência de cálculo chamada de $R_{vd,1}$ será tomada pelo menor dos valores entre a situação de embutimento na madeira ou pela flexão do pino, de acordo com as expressões a seguir:

a) embutimento na madeira, quando $ß \leq ß_{lim}$:

$$R_{vd,1} = 0{,}4\frac{t^2}{b} f_{ea,d}$$

b) flexão do pino, quando ß > $ß_{lim}$:

$$R_{vd,1} = 0{,}625\frac{d^2}{b_{lim}} f_{yd}$$

$$\text{onde} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{g_s} \quad e \quad g_s = 1{,}1$$

Quando ocorrer uma ligação envolvendo peças de madeira e chapas de aço, deve-se fazer duas verificações, considerando o efeito do pino com a madeira e do pino com a chapa metálica. O efeito do pino com a madeira segue as mesmas considerações anteriores. O cálculo da resistência do pino considerando o efeito pino-peça metálica será feito de acordo

com as recomendações da norma brasileira NBR 8800 - Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios.

15.4.5 Resistência de uma cavilha

A resistência de uma cavilha e os parâmetros correspondentes ao seu dimensionamento (espessuras) são semelhantes aos apresentados anteriormente para os pinos metálicos. As ligações cavilhadas em corte simples poderão ser usadas somente em ligações secundárias. A capacidade de carga de uma ligação cavilhada depende da rigidez da madeira das peças interligadas e da resistência e rigidez da madeira da cavilha.

O cálculo da resistência é feito de forma semelhante ao recomendado para os pinos metálicos. O valor de $f_{c0d,cav}$ é a resistência de cálculo à compressão paralela e, $f_{90d,cav}$ é o valor de cálculo da resistência normal da madeira da cavilha. $R_{vd,1}$ é a resistência de uma seção de corte.

$$b = \frac{t}{d} \qquad b = \sqrt{\frac{f_{c0d,cav}}{f_{c90d,cav}}}$$

a) embutimento na madeira, quando ß £ ß$_{lim}$:

$$R_{vd,1} = 0{,}4\frac{t^2}{b} f_{c90d,cav}$$

b) flexão do pino, quando ß > ß$_{lim}$:

$$R_{vd,1} = 0{,}4\frac{d^2}{b_{\lim}} f_{c0d,cav}$$

15.5 Ligações através de conectores metálicos

15.5.1 Generalidades

A norma brasileira considera que os conectores metálicos correspondem a elementos circulares também chamados de anéis metálicos. Estes são elementos cilíndricos ocos semelhantes a um pedaço de tubo (cano). Assim, os parâmetros que caracterizam estes conectores são o seu comprimento, diâmetro e espessura da parede do anel.

Os diâmetros dos anéis referem-se à parte interna. São permitidos pela norma apenas anéis com diâmetros iguais a 64mm e 102mm. Estes devem ser sempre utilizados com parafusos de 12 e 19 milímetros, respectivamente, inseridos no furo central que serve para execução da ranhura onde o anel é embutido. Estes anéis devem ter espessuras mínimas de 4mm e 5mm, respectivamente. O parafuso usado no furo central não é considerado como elemento resistente para a ligação.

15.5.2 Resistência de um anel metálico

A resistência de um anel metálico é dada em função de dois parâmetros. Um deles corresponde à resistência ao cisalhamento da parte interna do anel. O outro refere-se à resistência produzida pelo contato das paredes do anel com a madeira. Em outras palavras, considera-se que o anel metálico possui resistência suficiente para as solicitações atuantes, e

assim, a madeira torna-se a responsável pela resistência da ligação. Desta forma o valor de cálculo da resistência de um anel metálico é dado pelo menor dos dois valores a seguir:

$$R_{anel,1} = \frac{\pi\ d^2}{4} \cdot f_{v0,d} \qquad e \qquad R_{anel,2} = t \cdot d \cdot f_{c\alpha,d}$$

onde t é a profundidade de penetração do anel em cada peça da madeira, ou seja, é a metade do comprimento do anel. O diâmetro interno está representado pela letra d. Os valores $f_{v0,d}$ e $f_{c,d}$ são os valores de resistência da madeira ao cisalhamento e à compressão, anteriormente definidos.

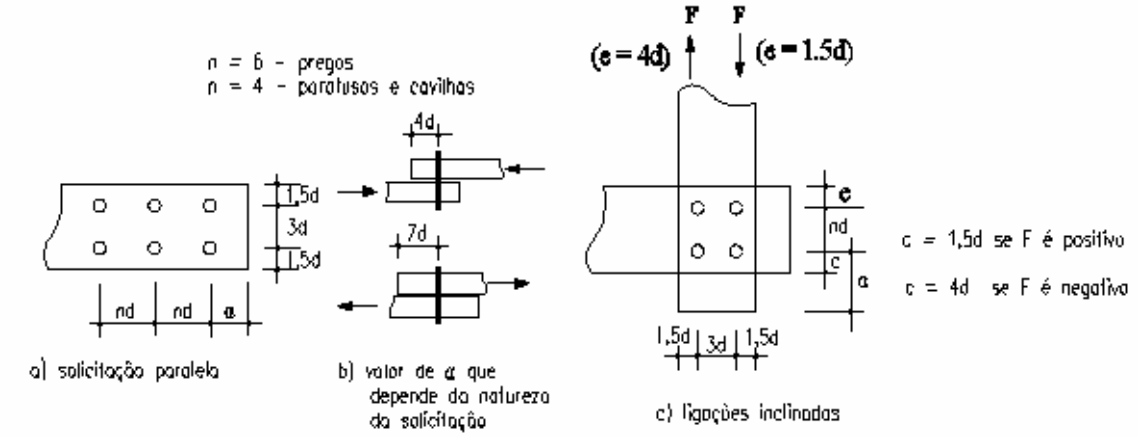


Figura 17 – *Espaçamentos mínimos para ligações através de pinos metálicos e cavilhas*

15.6 Espaçamentos

Para que uma ligação trabalhe com a resistência definida pela norma brasileira é necessário que os elementos da ligação sejam distribuídos adequadamente, respeitando-se os espaçamentos entre os elementos e entre elementos e bordas ou extremidades. Estes

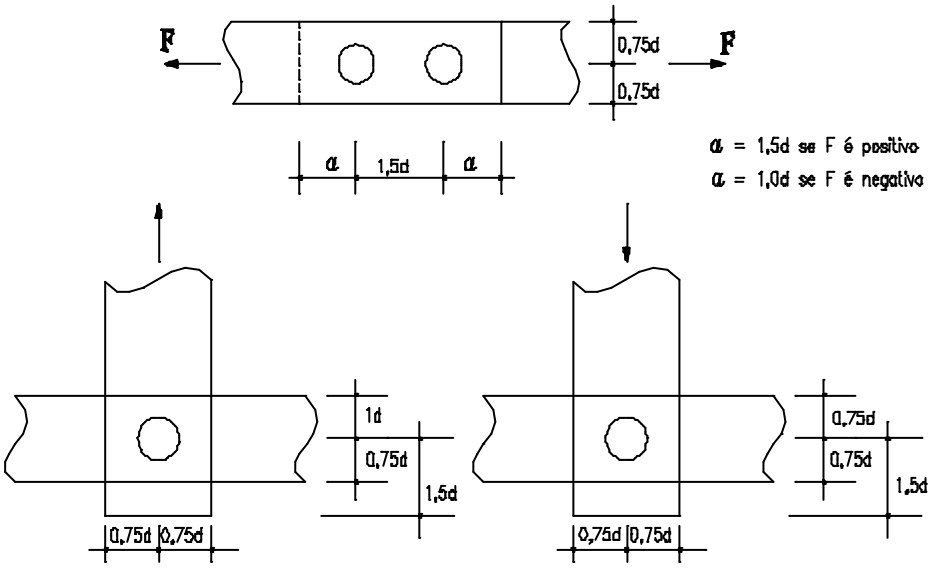


Figura 18 – *Espaçamentos para ligações através de conectores.*

espaçamentos mínimos estão mostrados na Figura 17, para pinos metálicos e cavilhas, e na Figura 18, para conectores metálicos.

16. Estados limites de utilização

16.1 Tipos de estados limites de utilização

As estruturas de madeira também devem ser verificadas quanto à segurança para o estado limite de utilização. De acordo com a norma brasileira podem ocorrer três diferentes situações, conforme descrito a seguir:

a) deformações excessivas, que afetam a utilização normal da construção ou seu aspecto estético;

b) danos em materiais não estruturais da construção em decorrência de deformações da estrutura;

c) vibrações excessivas.

16.2 Verificação da segurança

A verificação da segurança em relação aos estados limites de utilização deve ser feita pela condição em que o valor do efeito causado pela ação, chamado de $S_{d,uti}$, seja menor ou igual ao valor estabelecido como estado limite de utilização, chamado de S_{lim}. Assim:

$$S_{d,uti} \leq S_{lim}$$

O cálculo das ações é feito de acordo com as expressões fornecidas no item 9.6. Observa-se que neste caso os coeficientes γ_f tomados como iguais a 1,0 e os coeficientes de combinação ψ_1 e ψ_2 são dados pela Tabela 11 já apresentada.

16.3 Valores limites de deformações - flechas

Os valores limites das deformações podem ser estabelecidos por normas especiais ou por condições especiais impostas pelo proprietário da construção.

A Tabela 22 indica os valores sugeridos pela norma como limites de deformações para construções correntes, associados ao valor da flecha máxima provocada pelas cargas permanentes e acidentais.

Tabela 22 - Valores limites de deformações

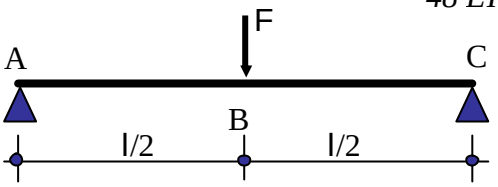
Tipo de vão livre	Flecha
vãos normais	L/200 (L = vão livre)
balanços	L/100 (L = comprimento do balanço)

Quando a flecha for gerada por ações correspondentes ao peso próprio, estas poderão ser compensadas por contra-flecha, desde que esta contra-flecha não seja superior à relação L/300 (peças bi-apoiadas) ou L/150, para o caso de balanços. Estas contra-flechas devem ser distribuídas de forma parabólica ao longo do vão.

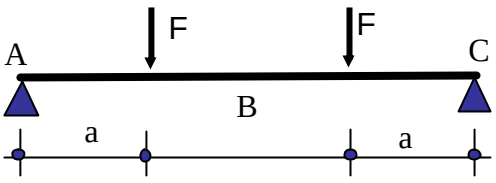
Tabela 23 - *Flechas para alguns casos usuais*

Viga biapoiada: flecha no meio do vão (ponto B) – para baixo

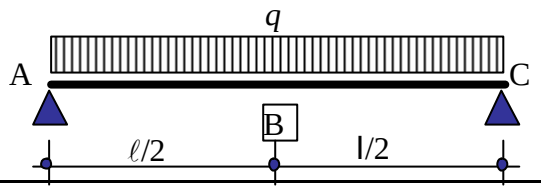
$$v_B = \frac{F\,\ell^3}{48\,EI}$$



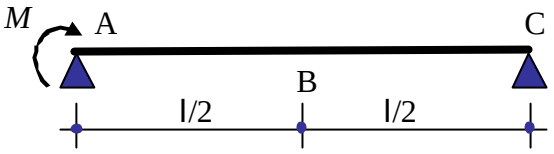
$$v_B = \frac{F\,a}{24\,EI}\left(3\ell^2 - 4a^2\right)$$

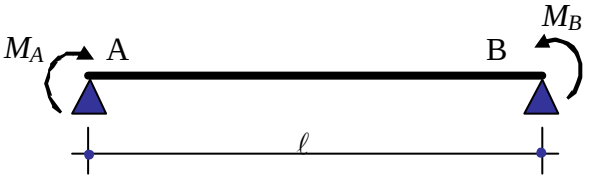


$$v_B = \frac{5}{384}\frac{q\,\ell^4}{EI}$$



$$v_B = \frac{M\,\ell^2}{16\,EI}$$





Deslocamento máximo:

$$x = \left(\frac{3M_A - 1{,}732\sqrt{M_A^2 + M_A M_B + M_B^2}}{3\left(M_B - M_A\right)}\right)\times \ell$$

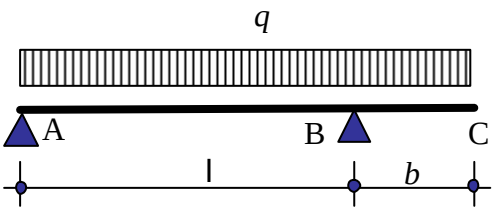
$$d_{\max} = \frac{x\left(\ell - x\right)\left[x\left(M_B - M_A\right) + \ell\left(2M_A + M_B\right)\right]}{6\times\ell\times E\times I}$$

Vigas com balanços: flecha na extremidade do balanço (ponto C)



$$v_C = \frac{M\,\ell\,b}{6\mathrm{EI}}$$

(v_c é positivo para baixo)



$$v_C = \frac{q\,\ell\,b}{24\mathrm{EI}}\left(4b^2 - \ell^2 + \frac{3b^3}{\ell}\right)$$

(v_c é positivo para baixo)

No caso de flexão oblíqua, estas verificações deverão ser feitas isoladamente para cada um dos planos principais de flexão, sem qualquer composição para a resultante.

O cálculo das flechas pode ser feito por qualquer processo da Mecânica das Estruturas. Normalmente, emprega-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais, também chamado

de Processo da Carga Unitária. Algumas vezes torna-se necessário pesquisar o ponto onde ocorre a máxima flecha. Neste caso valerá a habilidade do calculista ou a aplicação de processo adequado para tal.

A Tabela 23 fornece algumas expressões de cálculo de flecha para casos de vigas e carregamentos usuais, como ferramenta auxiliar para determinação de deslocamentos para os casos usuais de estruturas. Vale lembrar que a superposição de efeitos é válida para as situações convencionais de cálculo.

17. Projeto de estruturas de madeira para coberturas

17.1 Generalidades

A elaboração de um projeto estrutural demanda um tempo inicial importante para criação do sistema estrutural. Esta é uma etapa importante que deve ser tratada com bastante cuidado.

Vale lembrar que o raciocínio aqui apresentado refere-se às estruturas planas, onde estas são responsáveis pelas ações atuantes numa determinada faixa de influência. Ainda hoje, a definição estrutural em termos de planos é a mais comum, porém sempre as estruturas trabalharão de forma espacial, nas três dimensões. Esta concepção exige a caracterização de estruturas secundárias que fazem o travamento no plano perpendicular à estrutura, garantindo a estabilidade do conjunto.

A princípio, uma estrutura espacial deve ter um melhor aproveitamento dos seus elementos, uma vez que todos os componentes da estrutura têm função estrutural e de travamento, e sempre funcionam como elementos principais (não existe o elemento secundário). Além disto, haverá uma distribuição mais uniforme dos elementos estruturais ao longo da área coberta, sem concentração de forças nos planos das estruturas.

17.2 Definição da geometria da estrutura

A primeira etapa de um projeto de uma estrutura de cobertura corresponde à definição dos eixos das barras que compõem os elementos estruturais. Um arranjo de barras eficientemente elaborado influenciará significativamente no desempenho, na segurança, enfim no comportamento global da estrutura.

Inicialmente é necessário o conhecimento das características gerais da edificação, especialmente suas dimensões em planta e as suas condições de utilização. Por exemplo, se a estrutura corresponde à cobertura de uma residência, ou de uma igreja, ou de um galpão industrial, etc, esta terá conformação diferenciada, em geral associada à questão arquitetônica. No entanto, é também comum, especialmente no caso de coberturas industriais ou de armazenamento, ter-se liberdade de escolha, ficando, a cargo do engenheiro projetista a definição do contorno e da distribuição de barras. Quando isto ocorre, obviamente, o engenheiro deverá desenvolver um projeto que busque uma concepção estrutural otimizada, isto é, mais econômica, segura e eficiente.

A definição destas formas nem sempre é uma tarefa fácil, pois dependerá da experiência do projetista. Para auxiliar a definição destes parâmetros os capítulos 18 e 19 apresentam algumas informações relativas às estruturas de madeira do tipo treliçado, como auxílio para definição do contorno da estrutura, bem como, de prováveis seções transversais necessárias para absorver os esforços atuantes. Logicamente, não existe uma regra única, pois cada projeto tem sua própria característica. De qualquer forma, é necessário ter-se um ponto de partida (anteprojeto), que pode estar embasado nestas informações.

Em função destas características define-se o tipo de estrutura a ser usada: tesoura tipo duas águas, com ou sem balanço, tipo shed, arco, ou outro tipo.

Feita a escolha do tipo de estrutura deve-se iniciar a definição das posições das barras. Inicialmente define-se o contorno da estrutura, adotando-se uma relação entre altura / vão.

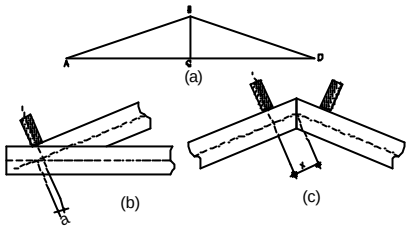


Figura 19 - *Variação do comprimento da barra do banzo superior em função da posição das telhas.*

O desenvolvimento de um projeto deve ser algo iterativo, ou seja, a partir de uma configuração adotada, esta deve ser verificada e depois todos os cálculos repetidos para uma nova configuração melhorada. Nem sempre isto é seguido, ou seja, se a variação de peso da estrutura, já verificada, não exceder 10% em relação ao peso inicial adotado, então a estrutura será admitida como válida e adotada como a final.

Sempre será necessário ter à disposição manuais dos fabricantes de telhas, para o conhecimento real das dimensões, pesos, resistência, recobrimentos, etc, das peças usadas na cobertura: telhas, cumeeiras, pregos e ganchos de fixação.

Outro problema existente refere-se à exata posição das barras que compõem a estrutura. Isto porque, todo o cálculo é feito através da estrutura representada pelos seus eixos, esquecendo-se das dimensões reais das peças (altura e largura), uma vez que o cálculo é feito para estruturas do tipo reticulado. Sendo assim, é indispensável conhecer exatamente qual é a posição real de todos os elementos que compõem a estrutura, jamais se esquecendo da existência das terças e telhas. Estes parâmetros são importantes, pois deles dependem a posição real dos eixos das barras que serão utilizados nos cálculos.

Tomando-se como referência uma estrutura de contorno triangular, Figura 19(a), deve-se saber exatamente qual é a variação do comprimento da hipotenusa (banzo superior) do triângulo retângulo ABC. Observe os detalhes das Figura 19(b) e (c) onde são mostrados os detalhes dos nós da ligação entre banzo superior e inferior, e entre os banzos superiores.

O comprimento efetivo a ser coberto corresponde ao comprimento da hipotenusa do triângulo ABC, menos "x" e menos "a". Lembrar que a telha mais central (da cumeeira) deve passar, no mínimo, 5 cm além do eixo da terça e a telha da extremidade da ligação banzo inferior e superior (beiral) deve passar, além do eixo da terça, um comprimento correspondente ao balanço, entre 25 cm a 40 cm. Estas ligações serão detalhadas mais adiante.

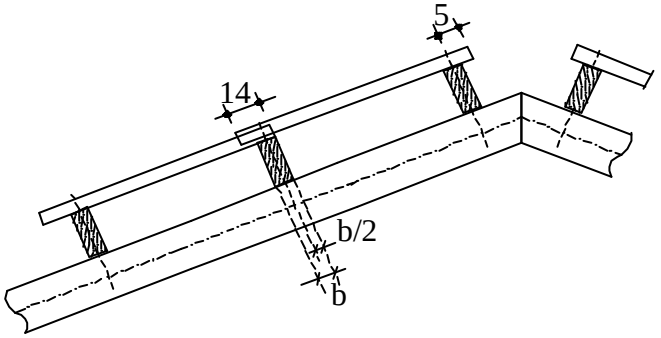


Figura 20 *– Fixação de telhas através de gancho chato.*

Caso seja utilizado o gancho chato para fixação das telhas é importante lembrar o detalhe da efetiva posição da extremidade da telha em relação à face superior da terça, conforme ilustra a Figura 20.

Outro detalhe importante é a concordância entre a posição da terça e o efetivo nó da treliça, para um nó do banzo superior de uma tesoura convencional, Figura 20. Observe que o montante serve de apoio para a terça, provocando um ligeiro deslocamento do centro da terça em relação ao encontro dos eixos das barras que convergem para o nó citado. Assim, quando se estiver definindo os eixos das barras, esta diferença de posição tem de ser considerada.

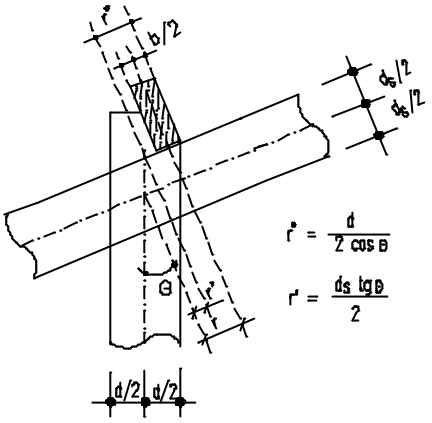


Figura 21 *- Deslocamento do eixo da terça em relação ao ponto de encontro dos eixos das demais barras que convergem para o nó.*

Neste caso deve-se considerar um deslocamento designado por "*r*" na Figura 21. O valor de "*r*" pode ser encontrado da seguinte forma:

$$r = \frac{d_s}{2}\, tg\theta + \frac{d}{2\cos\theta} - \frac{b}{2}$$

$$\therefore\ r = \frac{1}{2\cos\theta}\left(d_s \operatorname{sen}\theta + d\right) - \frac{b}{2}$$

Caso seja desejado considerar um deslocamento maior para a terça, ou seja, deslocá-la para baixo em direção ao eixo central do montante, bastará subtrair o valor deste deslocamento ao valor de *r* anteriormente calculado.

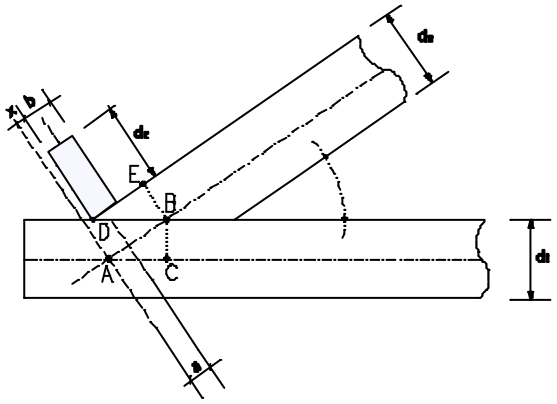


Figura 22 *– Detalhe da ligação entre banzo superior e inferior.*

Também merece destaque a ligação entre o banzo inferior e o superior, pois de forma semelhante ao caso da Figura 21, também existe um deslocamento da posição da terça em relação ao ponto de encontro dos eixos dos banzos convergentes para o nó. Esta situação está ilustrada na Figura 22.

Na Figura 22, o valor de "a" deve ser determinado e considerado para efeito de definição da posição dos eixos das barras. A seguir é mostrada a sequência de cálculo para se chegar a este valor.

$$\overline{BC} = \frac{d_i}{2} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{d_i}{2\,\mathrm{sen}\,q} \qquad e \qquad a - x = \frac{b}{2}$$

$$D_{ABC} \approx D_{BDE} \quad \Rightarrow \quad \frac{\overline{DE}}{\frac{d_s}{2}} = \frac{\overline{AC}}{\frac{d_i}{2}} \quad \Rightarrow \quad \overline{DE} = \frac{d_s}{2\,tgq}$$

$$\overline{AB} - \overline{DE} = x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2\,\mathrm{sen}\,q}\left(d_i - d_s\,\cos q\right)$$

$$\therefore \quad a = \frac{b}{2} + \frac{1}{2\,\mathrm{sen}\,q}\left(d_i - \cos q\;d_s\right)$$

Assim como existem variações de posições dos eixos na ligação do banzo inferior com o superior, também ocorre situação semelhante no caso da ligação de cumeeira. Neste caso, a variação é maior, pois existe um deslocamento de terça necessário para apoiar a peça de cumeeira, conforme é recomendado pelo fabricante. A Figura 23 ilustra este nó e indica os parâmetros envolvidos no caso.

O valor do deslocamento "x" é calculado de acordo com o desenvolvimento apresentado a seguir.

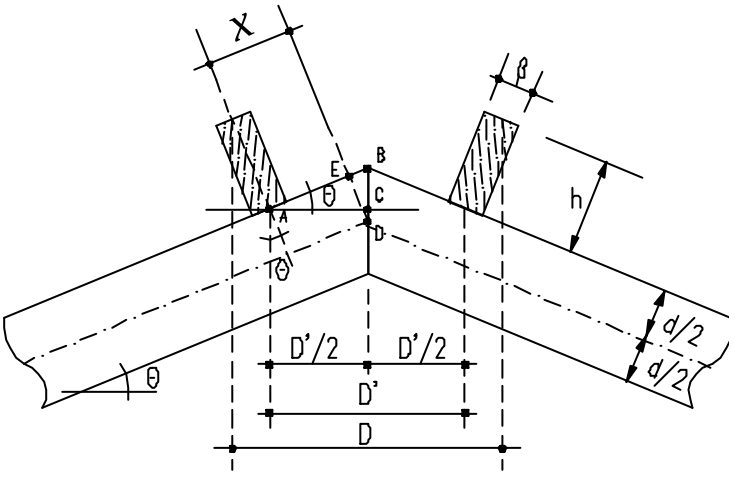


Figura 23 – *Detalhe do nó de cumeeira.*

O cálculo do valor de x é necessário para a determinação exata da posição da terça mais próxima da cumeeira. A partir deste ponto define-se as demais terças em função dos comprimentos das telhas.

$$\left.\begin{aligned}\overline{AB} &= \frac{D'/2}{\cos\theta}\\ \overline{BE} &= \frac{d_s}{2}tg\theta\end{aligned}\right\} \qquad x = \overline{AB} - \overline{BE} = \frac{1}{2}\left(\frac{D'}{\cos\theta} - \frac{d_s}{\cos\theta}sen\,\theta\right)$$

$$\therefore \qquad x = \frac{1}{2\cos\theta}\left(D' - d_s \cdot sen\theta\right)$$

Ou substituindo-se *D'* pela expressão:

$$D' = D - 2\,d_t\,sen?$$

Tem-se:

$$x = \frac{1}{2\cos\theta}\left[D - sen\,\theta\left(2h + d_s\right)\right]$$

17.3 Cálculo de cargas

As cargas sobre uma treliça são consideradas como atuantes sobre os nós superiores da estrutura. Usa-se o critério da faixa de influência, conforme ilustrado na Figura 24, para se obter a carga atuante sobre cada nó.

A faixa de influência é tomada como sendo a soma das duas metades das distâncias entre os dois nós vizinhos. Sobre cada um destes nós atuam todas as cargas provenientes do material existente na faixa de influência: madeira (barras + terças), telhas, vento, contraventamentos, ferragens, peças especiais e sobrecargas. Basta conhecer com exatidão todos os elementos envolvidos em cada faixa considerada.

As forças devidas ao vento são calculadas de acordo com a norma específica (NBR 7123). Obviamente que as ações de vento não dependem do tipo de material, mas dependem principalmente do tipo de contorno da estrutura.

Portanto, conforme anteriormente comentado, as cargas serão consideradas como concentradas sobre os nós do banzo superior, conforme ilustra a Figura 25.

As forças devidas aos contraventamentos mais ferragens podem ser consideradas iguais a 0,07 kN/m^2, distribuídas sobre a cobertura (área projetada). Estas sugestões não representam restrições, lembrando que a NBR 7190/97 diz que o peso próprio das peças metálicas de união pode ser estimado em 3% do peso próprio da madeira. De outro lado, a

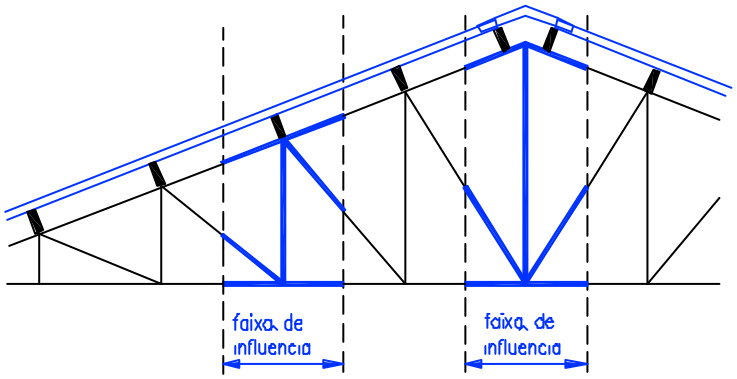


Figura 24 – *Faixa de influência de nós de treliças planas.*

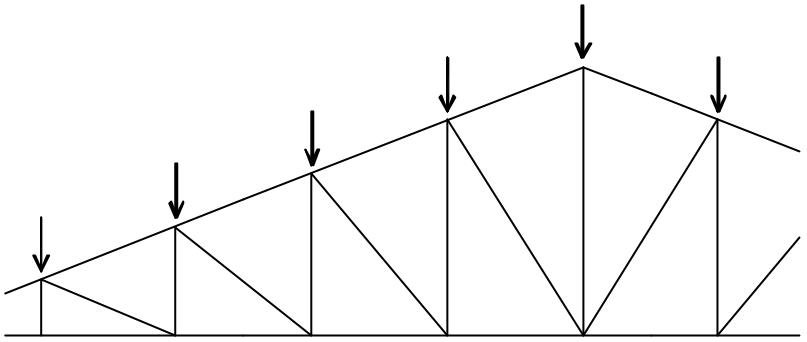


Figura 25 – *Faixa de influência de nós de treliças planas.*

mesma norma não faz menção a outras cargas permanentes ou variáveis. Assim, cada projetista terá seus critérios a serem adotados. Vale lembrar que a NBR 6120 define como sobrecarga em coberturas o valor de 0,50 kN/m^2. Apesar disto, é comum ser adotado o valor de 0,25 kN/m^2, como acontece no caso de estruturas metálicas.

Para o dimensionamento das terças pode-se considerar a existência de uma carga concentrada aplicada no meio do vão igual a 1 kN, carga equivalente a um homem trabalhando mais ferramentas. Contudo, caso seja adotada a sobrecarga anteriormente sugerida, esta força concentrada não será usada.

Para toda estrutura deverá ser calculada a flecha no ponto onde é máxima. Permite-se considerar que a linha elástica seja uma parábola, ao longo do vão. O cálculo das flechas pode ser feito através do Princípio dos Trabalhos Virtuais. No caso de treliças as contribuições dos deslocamentos provêm apenas das forças normais em cada barra.

18. Os esforços em estruturas do tipo treliçado

18.1 Introdução

O conceito de treliça de madeira é, logicamente, idêntico ao de treliças de qualquer material. As diferenças básicas referem-se somente à concepção estrutural, devido às propriedades específicas do material madeira: anatomia, dimensões das peças, relação peso/resistência, etc.

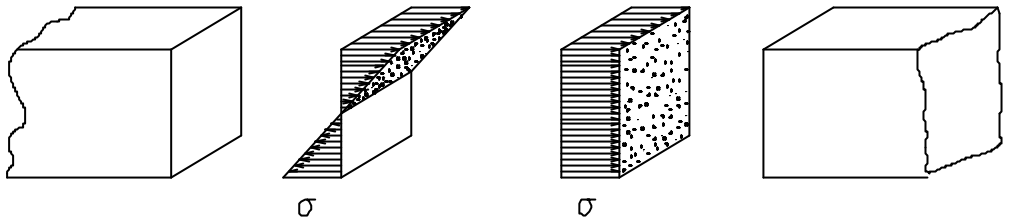
Como exemplo, pode ser citada a diferenciação de resistência mecânica da madeira para esforços de tração e compressão. Sendo maior a resistência à tração ($f_c = 0{,}77\ f_t$) há grande conveniência de se trabalhar com apenas barras tracionadas, eliminando-se também o problema de flambagem, comum a qualquer material.

Ocorre, porém, que apesar desta vantagem, as barras comprimidas são inevitáveis numa treliça e, em contrapartida, as barras comprimidas são favoráveis para se executar ligações através de dentes (encaixes).

As treliças são interessantes por sua maleabilidade quanto à forma e à disposição de barras, ou seja, consegue-se conceber estruturas com distribuição de barras e contorno externo apropriados para minorar os esforços nas barras. A distribuição das barras e a conformação externa são ajustadas às solicitações provenientes do carregamento.

Embora o modelo estrutural "treliça" (estrutura com nós articulados) não seja totalmente adequado em termos de cálculo de esforços, considera-se que a análise de distribuição de barras seja semelhante para outros tipos de concepção estrutural.

Apesar da inconveniência do elevado número de ligações nas treliças, estas apresentam uma melhor distribuição de tensões ao longo das barras. Por prevalecer forças normais nas barras (simplificadamente só apresentam forças normais), as tensões são constantes ao longo de cada seção transversal e ao longo da barra - o mesmo ocorre nos arcos. Portanto, inexiste material "ocioso" com tensões nulas ou baixas, como acontece em barras fletidas, Figura 26.



a) tensões normais em seção transversal transversal de viga de alma cheia

b) tensões normais em seção de barra de treliça

Figura 26 – *Distribuição de tensões em seções transversais.*

18.2 Distribuição de forças nas treliças

Considere-se um sistema estrutural externamente isostático para receber o carregamento indicado na Figura 27. Por simples aplicação das equações fundamentais da estática, obtêm-se as reações de apoio e os diagramas de momentos e forças verticais em cada seção transversal da peça, Figura 27.

Não importa o tipo de estrutura que resistirá a estas solicitações (vigas ou treliças) nem o material (aço, concreto, madeira, etc.). Enfim, qualquer que seja o sistema estrutural e o material usado, os diagramas de solicitações externas são como os representados na Figura 28, para um sistema externamente isostático.

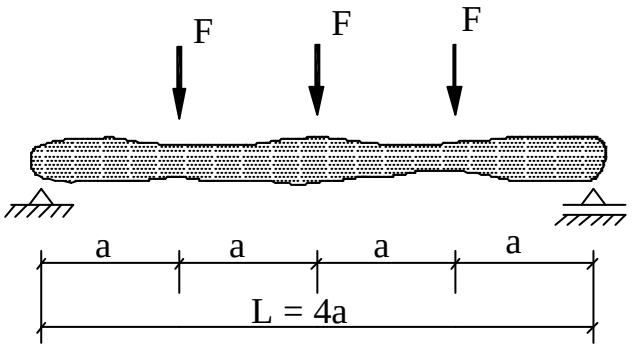
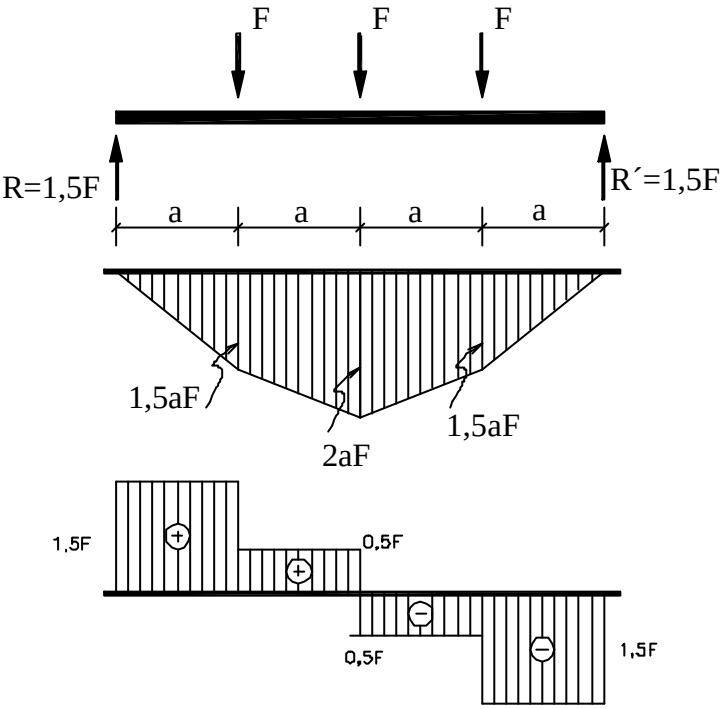


Figura 27 – *Sistema estrutural externamente isostático com cargas aplicadas.*

Considerando que o sistema estrutural para receber este carregamento seja uma viga de qualquer material, então os momentos das forças externas (Figura 28b) serão absorvidos pela viga na forma de momento fletor, que produz uma distribuição de tensões linear (Figura 28.b), de acordo com as hipóteses convencionais de cálculo. As forças cortantes serão absorvidas através da resistência cisalhante do material da viga, com distribuição de tensão conforme Figura 28c.



a) sistema estrutural

b) diagrama de momentos das forças externas

c) diagrama de forças verticais em cada seção

Figura 28 – *Diagramas de solicitações internas*

Como indicado na Figura 29, as tensões de flexão não são uniformes ao longo de uma mesma seção transversal, assim como para cada seção transversal ao longo do comprimento da viga. Se a viga tem seção transversal constante, é fácil concluir que existirão trechos onde ocorrerão desperdícios de material, sem a máxima solicitação.

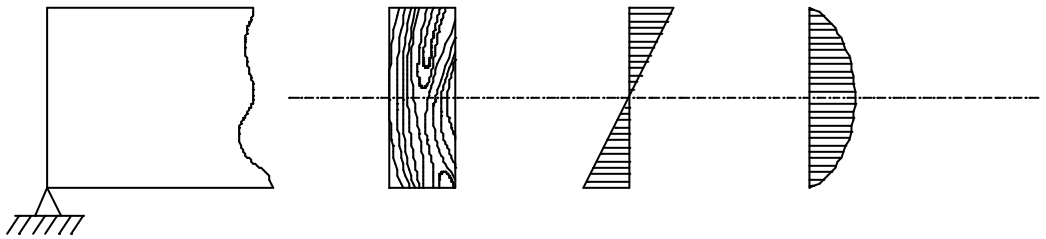


Figura 29 – *Distribuição de tensões sobre seção transversal de uma viga.*

Agora, supondo que no lugar da viga deseja-se empregar outro tipo de sistema estrutural, por exemplo, a chamada treliça, como indicado na Figura 30.

Para o carregamento externo, os diagramas de momentos fletores da estrutura da Figura 30, são exatamente os mesmos. Porém, agora as forças (ou tensões) internas serão absorvidas de outra forma, somente por forças normais nos eixos das barras.

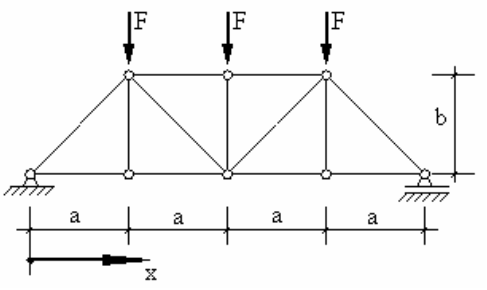


Figura 30 – *Sistema estrutural treliça.*

Pode-se fazer o equilíbrio de forças e momentos em qualquer posição ao longo da treliça. Seja por exemplo, na posição x = 1.5 a, Figura 31.

O momento na posição x = 1.5 m pode ser conseguido com o auxílio da Figura 28b, ou seja, M = 1.5 *a* = 1,75 *a F.* Sendo a treliça o sistema estrutural, este momento será absorvido pelas forças (internas) F_s, F_d e F_i, na forma de binários, ou seja, força (concentrada) multiplicada por distância.

De toda esta exposição é importante assimilar que o momento existe sobre qualquer sistema estrutural, assim como a resultante de forças verticais e horizontais e assim estas solicitações têm de ser absorvidas por qualquer que seja o sistema estrutural. Disto resulta que sendo treliça, ou viga, ou pórtico, ou outro sistema qualquer, os efeitos localizados serão diferentes.

Também é importante não confundir resultante de forças numa dada direção, com força cortante ou força normal. Estes termos são específicos para indicar solicitações, respectivamente, na direção vertical e paralela ao eixo de cada barra. Então, numa treliça não existe força cortante nas barras, mas existe resultante de forças verticais em qualquer posição ao longo do vão.

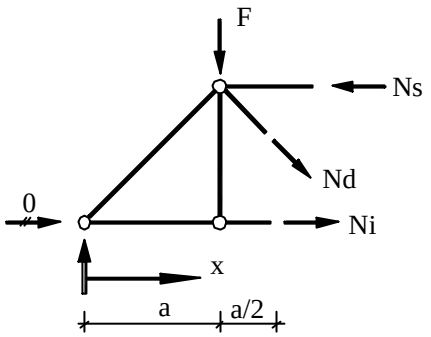


Figura 31 – *Corte transversal em treliça para a posição 1,5a.*

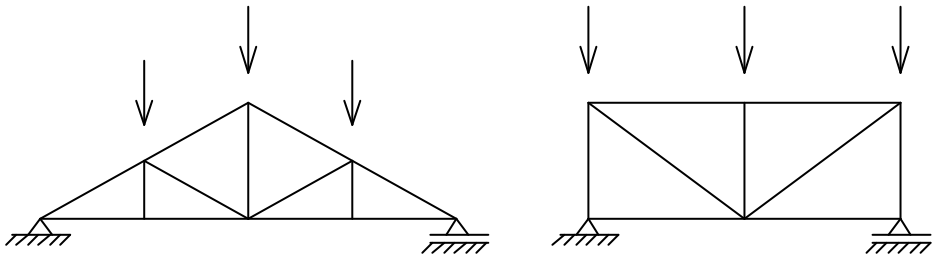


Figura 32 – *Tesoura de duas águas e viga treliçada.*

A partir do entendimento deste simples princípio de equilíbrio estático, fica fácil entender e criar formas para treliças. O exemplo mais comum é o da tesoura de duas águas, Figura 32a.

Neste caso há duas vantagens. A primeira relaciona-se à forma geométrica que favorece o bom escoamento das águas de chuva. Segundo, a maior distância entre os banzos na parte central favorece o combate ao efeito do momento (aumenta o braço de alavanca).

No caso da viga treliçada, Figura 32b, fatalmente os esforços nas barras dos banzos aumentam para as barras mais centrais, uma vez que o braço de alavanca (distância entre banzos) é constante.

Logicamente que é impossível optar definitivamente por um dos tipos de treliças citados. Outros fatores, tais como, a utilização do edifício, é que definirão a opção pela forma estrutural. Estes indicadores servem somente para alertar e informar sobre as características de cada tipo de treliça.

18.3 As articulações dos nós das treliças

A articulação dos nós de treliças sempre gera discussões. Este capítulo tem o objetivo de fornecer informações para justificar a razão de se adotar estruturas com nós articulados, quando realmente não o são e as limitações para estas considerações.

Quando se calcula uma estrutura formada por um conjunto de barras interligadas formando triângulos, é imediato calculá-la como treliça, ou seja, estrutura com nós articulados.

Ocorre que para o caso particular das estruturas com forma de treliças, destinadas a receber somente cargas sobre os nós e cujas ligações entre as barras tenham seus eixos (das barras) coincidindo num mesmo ponto, tornam-se indiferentes as articulações, ou não, como consequência de um cálculo simplicado.

As treliças são estruturas altamente hiperestáticas pela alta rigidez das ligações (para a grande maioria das estruturas), gerando a perfeita continuidade das barras. Porém, é fácil mostrar que calculá-la como contínua, ou articulada, os resultados são exatamente os mesmos, desde que as cargas estejam aplicadas sobre os nós, as ligações sejam centradas e as deformações axiais das barras são desprezadas para cálculo de grau de deslocabilidade dos nós - hipóteses adotadas no cálculo usual.

Assim, considerando-se a perfeita solidarização entre as barras, a estrutura apresenta várias hiperestaticidades, sendo também indeslocável. Portanto, para calcular seus esforços pode-se valer do emprego do processo dos esforços, dos deslocamentos, de Cross, etc.

Calculando-a pelo Processo de Cross, faz-se inicialmente o bloqueio de todos os nós da estrutura e a determinação dos momentos de engastamento perfeito. Estando as cargas aplicadas sobre os nós, os momentos de engastamento perfeito serão nulos.

Consequentemente, não haverá nenhuma compensação de momentos, implicando em momentos nulos nas extremidades das barras da estrutura não bloqueada. E assim, também as forças cortantes são nulas, resultando somente forças normais.

18.4 Hipóteses adotadas

Este texto apresenta informações em função da adoção das hipóteses usuais para cálculo de estruturas, quais sejam:

a) o encontro das barras (nós) são articulações perfeitas;
b) as cargas estão aplicadas somente sobre os nós;

c) a geometria da estrutura não varia com o carregamento.

Quando ocorrer cargas fora dos nós, muitos calculistas mantêm a hipótese da articulação nas extremidades das barras. Assim, a barra com carga fora do nó é calculada isoladamente e suas reações são aplicadas nos respectivos nós das extremidades da barra, na forma de cargas concentradas. A barra será dimensionada considerando flexo-tração (ou compressão).

19. Dados para ante-projeto de estruturas do tipo treliçado

As treliças de madeira são empregadas como estruturas de pontes, torres, coberturas, etc. O uso mais freqüente é como estrutura de cobertura.

É sugerida a ordem de grandeza das peças empregadas em tais estruturas como informação para ante-projeto, considerando coberturas com telhas de fibrocimento, distância entre tesouras variando de 3,5 m a 6,0 m. Considerou-se madeira Dicotiledônea da classe C30.

19.1 Treliças de contorno triangular

19.1.1 Tipo Howe ou também denominada tesoura com diagonais normais.

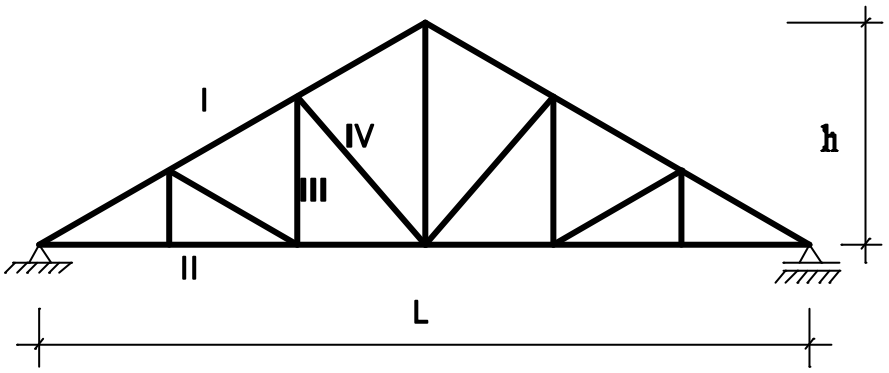


Figura 33 – *Tesoura tipo Howe (diagonais normais).*

Este é o tipo mais comum e o mais empregado para vencer vãos de pequena e média ordem, até 18 m.

As barras recebem nomes especiais de acordo com a posição das mesmas na treliça. Segundo as indicações da Figura 33 tem-se:

I - banzo superior, perna, loró, empena ou membrana;
II - banzo inferior, linha tirante ou arrochante;
III - montante ou pendural.
IV - diagonal ou escora.

Este tipo de tesoura apresenta para o carregamento principal (de cima para baixo), compressão nas diagonais e tração nos montantes.

A relação mais conveniente para a distância entre banzos (h) no ponto central e vão livre (L) situa-se no intervalo $1/7 \leq h/L \leq 1/4$.

As secões transversais normalmente satisfatórias são:

I - banzo superior - 6 x 12 ou 6 x 16 com eventuais reforços nas barras próximas aos apoios, quando as inclinações são mínimas e os vãos máximos.

II - banzo inferior - 6 x 12 ou 6 x 16 - dificilmente estas peças serão reforçadas, pois o esforço predominante 5w 1de tração.

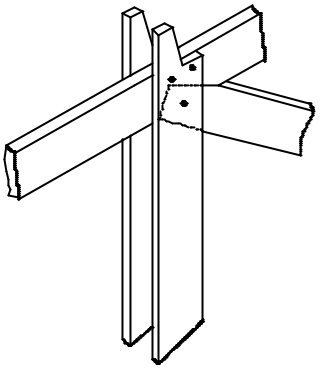


Figura 34 *– Ligação do banzo superior para treliça tipo Howe.*

III - montantes - 2 peças de 3 x 12 cm ou 2,5x15 cm espaçadas de 6 cm.

IV - diagonais - 6 x 12 ou 6 x 16 com eventuais reforços de 3 x 12 formando seção tipo T nas barras mais centrais devido a flambagem das mesmas, pois são peças predominantemente comprimidas e de elevado comprimento.

As seções transversais indicadas são recomendadas como garantia de resistência e de viabilidade construtiva. A distribuição das barras facilita a execução das ligações como se observa na Figura 34.

Deve-se lembrar do fato que sendo os montantes centrais barras de comprimentos elevados, estas não devem ter comprimentos acima de 4,0 metros.

19.1.2 Tipo Pratt ou tesoura com diagonais invertidas

Este tipo de tesoura é recomendável para vãos maiores, compreendido entre 18 e 30 m, Figura 35.

O arranjo de peças mais viável que justifica este tipo de tesoura é:

I e II - banzo superior compressão e inferior (tração): 2 peças de 6 x 12 ou 6 x 16, espaçadas de 6 cm.

III - montante compressão: 6 x 12 ou 6 x 16 - com eventuais reforços por peças 3 x 12, dada a solicitação predominante de compressão;

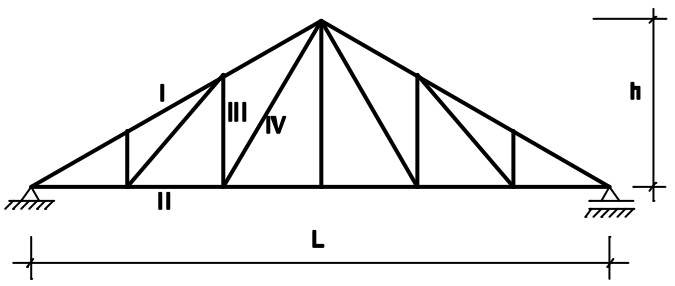


Figura 35 *– Tesoura tipo Pratt (diagonais invertidas).*

IV - diagonais (tração): 2 peças de 3 x 13 ou 3 x 16 espaçadas de 18 cm. O espaço 18 cm entre as peças é devido ao arranjo das barras, com o intuito de facilitar as ligações. As peças das diagonais, nas ligações, são colocadas na parte externa envolvendo as demais barras (montantes e banzo) resultando o espaçamento de 18 cm, conforme se observa na Figura 36.

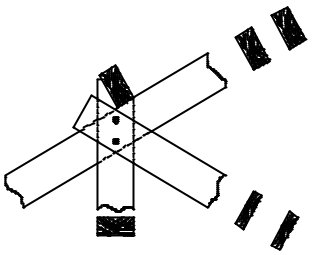


Figura 36 *– Ligação do banzo superior (tesoura Pratt).*

A relação h/L deve estar no intervalo: $1/7 \leq h/L \leq 1/4$.

A princípio as tesouras com diagonais invertidas (tipo Pratt) são convenientes para quaisquer vãos, pois têm a vantagem das peças comprimidas serem de comprimentos menores que as tracionadas (montantes comprimidos e diagonais tracionados). Porém, quando se trata de pequenos vãos, as seções transversais das barras são menores (mais leves), pois os esforços são menores, satisfazendo as peças simples, com arranjo do tipo empregado nas tesouras de diagonais normais (Tipo Howe). Então, quando as peças simples atendem aos esforços, (pequenos vãos) as tesouras do tipo Howe são mais convenientes construtivamente e, portanto, são as recomendadas.

Para este tipo de tesoura é mais comum questionar sobre a utilização de duas peças 3 x 12 ou 3 x 16 espaçadas de 18 cm, empregadas nas diagonais que são tracionadas, ao invés de empregá-las nos montantes comprimidos. Naturalmente, quando a seção transversal tem peças deslocadas em relação ao seu eixo central, esta terá momento de inércia maior e, consequentemente, maior rigidez à flambagem. Então, por que não inverter a seção das barras dos montantes pela barras das diagonais tracionadas que têm maior rigidez à compressão (flambagem)?

Sem dúvida a seção composta constituída por duas peças espaçadas tem maior resistência à flambagem. Porém, a grande resistência da seção composta não implica na grande resistência das peças isoladas. Quando se dimensiona uma barra comprimida faz-se a verificação da seção composta da seção das peças isoladas. Neste caso, se as peças espaçadas de 18 cm fossem comprimidas exigiria enchimentos de solidarização para as peças ao longo do comprimento da barra. Estes enchimentos seriam em grande quantidade, tornando-se antieconómico, pois somados os comprimentos dos enchimentos resultaria em comprimento maior que o da própria barra, além da mão-de-obra e material de fixação (parafusos) necessários para a execução deste enchimento.

É conveniente ressaltar que o tipo de seção tranversal discutido exige três peças para cada enchimento, devido a distância de 18 cm.

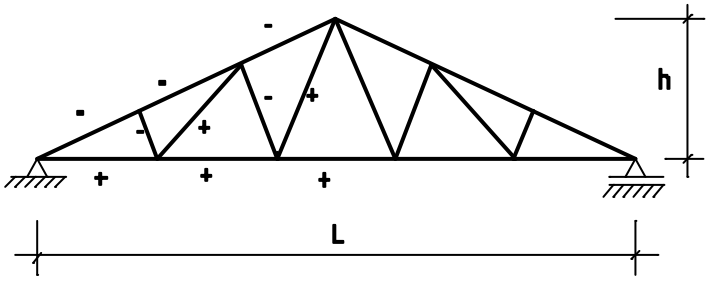


Figura 37 *– Treliça Belga.*

Assim sendo, tem-se maior economia reforçando as peças de 6 x 12 ou 6 x 16 com sarrafos 3 x 12 ou 3 x 16, ao invés de se utilizar seções compostas de grande resistência formada por peças isoladas de pequena resistência.

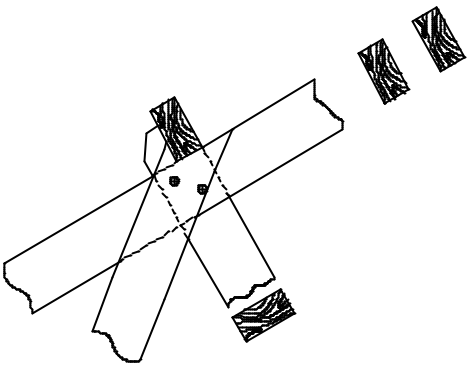


Figura 38 *– Ligação do banzo superior de treliça tipo Belga.*

19.1.3 Treliça Belga

E' uma variante da treliça Pratt, Figura 37. Os montantes são posicionados perpendicularmente ao banzo superior. Com isto tem-se melhor distribuição de esforços entre montantes e diagonais pelas posições mais adequadas das mesmas, tendendo aos 45° em relação ao banzo inferior.

A colocação dos montantes perpendicularmente ao banzo superior facilita o apoio das terças, conforme detalhe mostrado na Figura 38.

As dimensões da seção transversal para pré-dimensionamento são idênticas às da treliça Pratt.

Treliça Belga: $\begin{cases} 18m \le L \le 25m \\ \frac{1}{8} \le \frac{h}{L} \le \frac{1}{6} \end{cases}$

19.1.4 Treliça Fink (ou Polonceau)

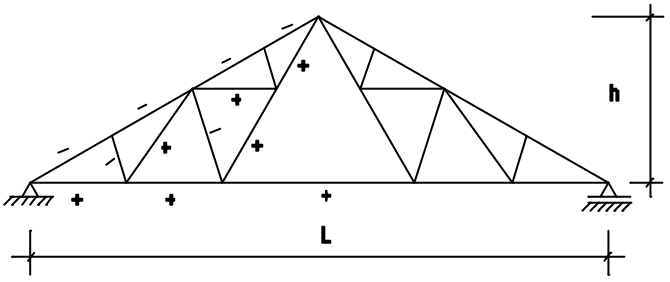


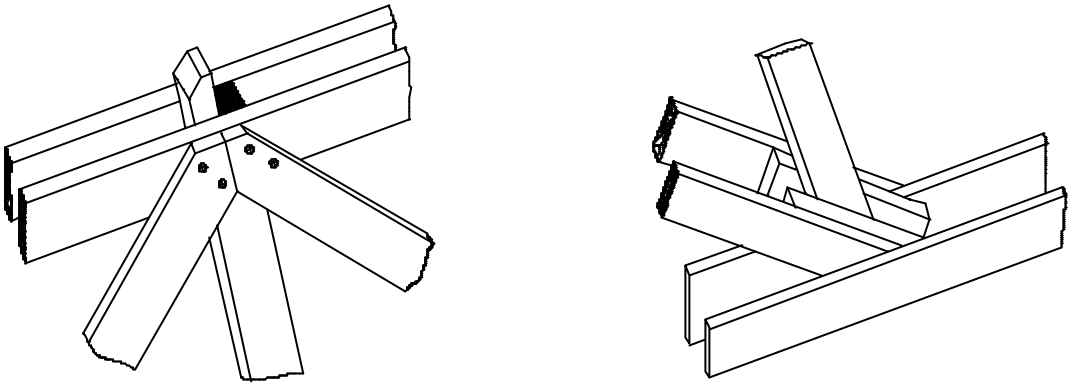
Figura 39 *– Treliça tipo Fink ou Polonceau.*

Também é uma variante da treliça Belga Figura 39. Para vãos maiores possui a conveniência de reduzir o comprimento das barras das diagonais e montantes mais centrais.

São recomendadas para vãos entre 20 e 30 m. A relação h/L varia entre 1/5 a 1/4. As seções transversais são próximas às da treliça Belga.

Neste tipo de treliça há inconvenientes quanto às ligações detalhadas na Figura 40. Na Figura 40a observa-se a existência de duas barras tracionadas (diagonais) convergindo para o mesmo ponto. Em geral, estas ligações de barras tracionadas exigem espaços maiores para distribuição de parafusos, ou cavilhas, usados como elementos de ligação (ver Figura 40a).

Salienta-se que as recomendações sobre as relações h/L referem-se à adequação dos comprimentos das barras de diagonais e montantes.



(a) Ligação do banzo superior *(b) Ligação do banzo inferior*

***Figura 40** - Detalhes de nós de treliça tipo Fink.*

A ligação detalhada na Figura 40b exige certos artifícios para sua execução. É necessária a utilização de enchimentos (peças de madeira complementares), devido à grande distância entre as peças das barras dos banzos.

A treliça apresentada na Figura 41 é uma combinação entre a treliça Howe e a Fink.

Este tipo de estrutura mostra-se eficiente para vãos em torno de 20 m. Empregam-se peças simples 6 x 12 ou 6 x 16 para as barras do banzo superior e inferior. Eventualmente há necessidade de reforços nas barras do banzo superior, formando seções do tipo T.

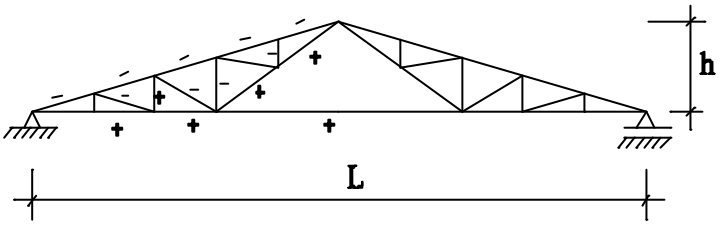


***Figura 41** – Combinação entre treliça Howe e Fink.*

Os pequenos comprimentos das barras comprimidas evitam problemas relativos à flambagem, o que torna a estrutura mais leve. As barras mais centrais de comprimentos maiores são tracionadas, favorecendo o dimensionamento.

Há o inconveniente do elevado comprimento da barra central do banzo inferior, capaz de tornar significativo o efeito do peso próprio da barra. Assim, deve-se optar pela colocação de um montante central, suficiente para reduzir o vão total da barra.

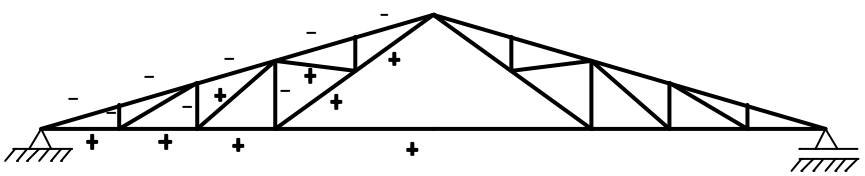
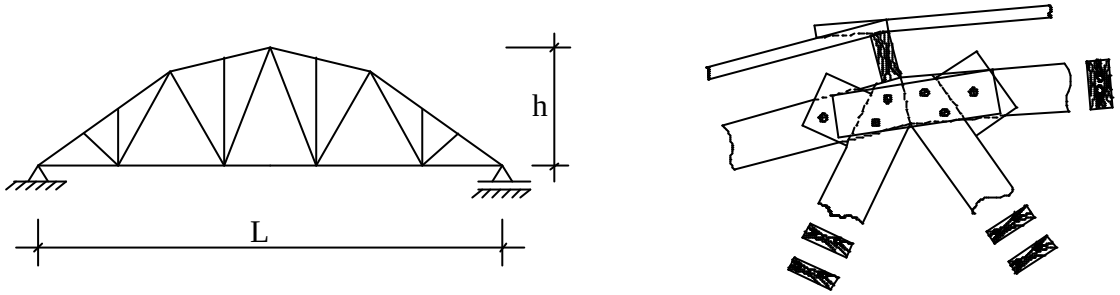


***Figura 42** – Treliça com montantes comprimidos*

Este tipo tem a conveniência do montante mais central ser comprimido, assim como a diagonal. Isto facilita a ligação por entalhe (ou contato). As demais ligações são comuns. Outra conveniência é que as barras mais centrais (I) e (II) de comprimentos maiores são tracionadas.

Outra opção é mostrada na Figura 42, onde as diagonais são colocadas em posição invertida.

19.2 Treliça com banzo superior poligonal (Bowstring)



(a) Treliça de contorno superior com trechos retos.

(b) Detalhe do banzo superior para treliça

***Figura 43** – Treliça do tipo Bowstring*

Estas estruturas têm a parte superior com o aspecto de arcos, embora o banzo inferior seja horizontal (reto) - Figura 43a.

A variação da inclinação do banzo superior ajusta-se a um eixo curvo, normalmente parábola ou círculo, através de trechos retos. Estas estruturas são usadas para vãos entre 15m e 25m, com a relação h/L em torno de 1/6.

A mudança de inclinação das barras do banzo superior favorece a distribuição dos esforços internos. Próximo aos apoios tem-se maior inclinação, adequada para absorver esforços de força cortante. Na parte central do do vão tem-se uma diminuição da inclinação, e aumento da distância entre banzos própria para combater momento das forças externas.

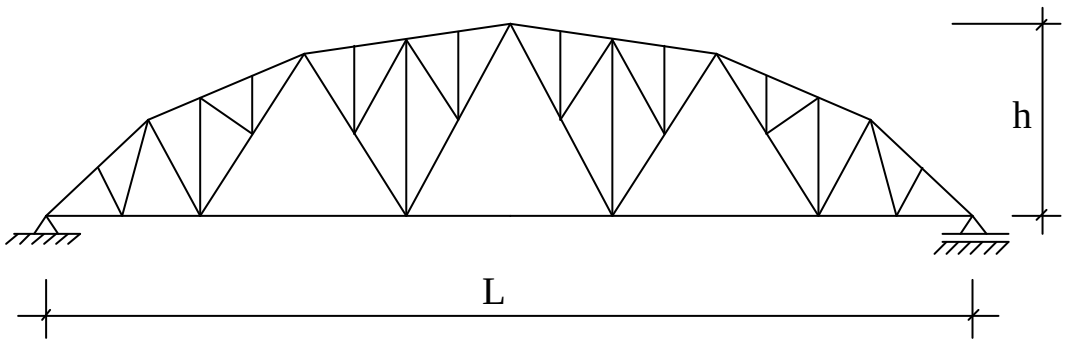


***Figura 44** – Treliça Bowstring para vãos maiores.*

Apresenta como desvantagens, alguns problemas construtivos, por exemplo, a fixação das telhas é dificultada nos pontos onde ocorre a mudança de inclinação, como ilustra a Figura 43b. O número de ligações das peças do banzo superior também aumenta, acarrentando maior mão-de-obra e maior consumo de material.

Para vencer vãos maiores (25m ≤ L ≤ 40m) faz-se a distribuição das barras de forma a diminuir os comprimentos das barras dos montantes e diagonais, conforme apresenta a Figura 44.

Como alternativa para resolver o problema da descontinuidade das barras do banzo superior, adota-se uma seção maciça e continua com a curvatura adequada. Tem-se, portanto, uma estrutura mista formada por peças contínuas curvas e por barras retas, Figura 45.

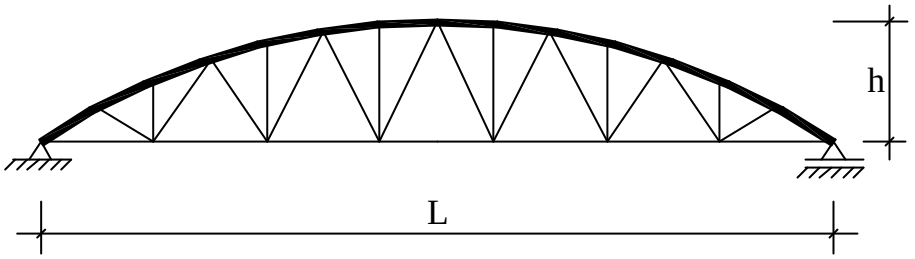
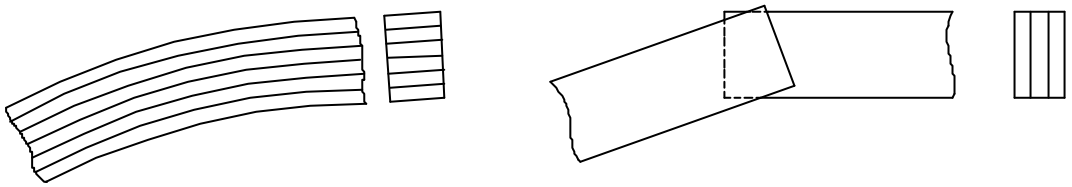


Figura 45 *– Treliça Bowstring com banzo superior formado por peça laminada.*

As características da distriuibção das barras e a relação entre h/L são idênticas às apresentadas para os tipos anteriores. São estruturas recomendáveis para vãos superiores a 20 m.

A seção transversal do banzo superior são peças laminadas coladas, pregadas, cavilhadas, etc. A laminação pode ser horizontal Figura 46a ou vertical Figura 46b.



(a) *(b)*

Figura 46 *– Seção transversal maciça do banzo superior.*

A laminação horizontal, em geral, é formada por peças sobrepostas coladas ou pregadas, fazendo a conformação desejada.

A laminação vertical se faz pela justaposição de peças de pequenos comprimentos formando trechos retos que variam de inclinação para se obter a curva desejada para o eixo do arco.

O dimensionamento destas barras deve levar em consideração a solicitação por flexo-compressão. A compressão é proveniente do cálculo da estrutura como treliça,

considerando as barras como se fossem retas. A flexão surge devido à curvatura, pois a carga axial aplicada na barra torna-se excêntrica nas seções ao longo da barra.

19.3 Meia tesoura em balanço

As meias tesouras em balanço são também usualmente chamadas de *meias tesouras para arquibancadas*, cujas vinculações correspondem a um apoio fixo e outro móvel sobre um mesmo pilar, conforme a Figura 47.

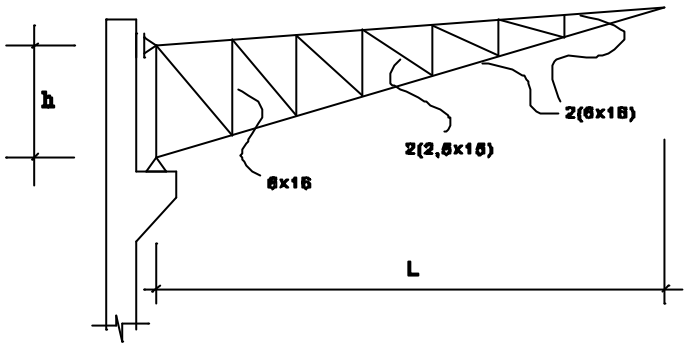


Figura 47 *– Meia tesoura em balanço.*

Este tipo de treliça é viável para vãos menores que 20 m. A relação h/L deve estar entre 1/5 e 1/4. As seções sugeridas logicamente, serão reduzidas à medida que houver a diminuição do vão.

Para vãos acima de 20m deve-se adotar soluções para minorar os esforços nas barras.

As soluções mais adequadas parecem ser pela utilização de tirantes de aço na parte superior da estrutura. Dependendo do vão livre, adotam-se um ou dois tirantes, conforme a Figura 48.

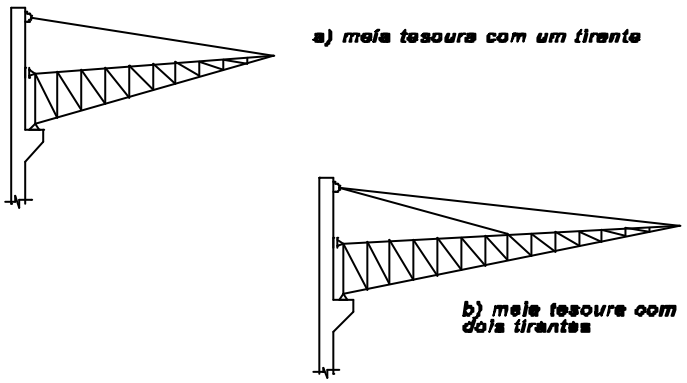


Figura 48 *–Tesouras em balanço com um e dois tirantes.*

Naturalmente a solicitação no pilar é bastante elevada, exigindo pilares robustos para resistirem aos altos esforços solicitantes. Nas ligações entre as peças usam-se, em geral, anéis metálicos, pois os esforços normalmente são bastante elevados.

19.4 Treliças de contorno retangular

São as chamadas vigas treliçadas ou vigas mestras dos telhados tipo Shed.

Este tipo de estrutura é usado nas coberturas com características especiais, que exigem obrigatoriamente o formato retangular.

Em geral apresentam grandes flechas. As seções transversais são mais robustas que as das outras estruturas. O efeito de flexão nas barras em geral é bastante significativo. Recomenda-se bastante cuidado quanto à avaliação de esforços, de preferência deve ser calculada como pórtico.

Para vãos superiores a 20 m não são estruturas adequadas. A relação h/L 1deve ser de aproximadamente 1/6.

Os dois tipos básicos são mostrados na Figura 49.

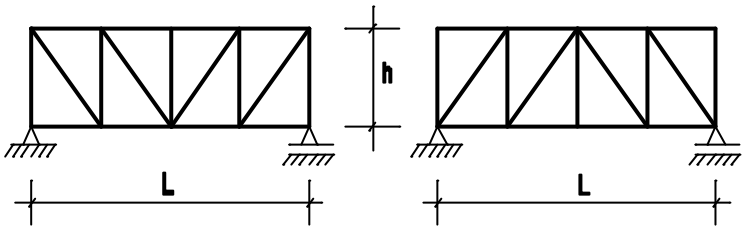


***Figura 49** – Vigas treliçadas com diferentes posições das diagonais.*

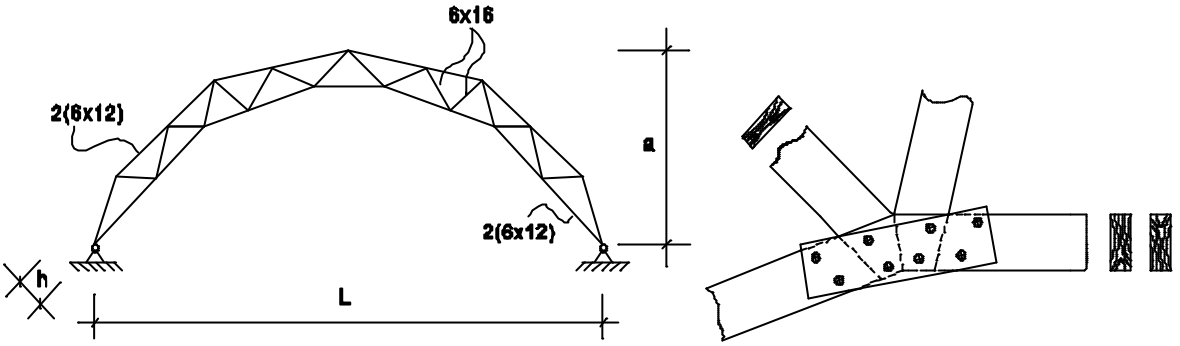
19.5 Arcos treliçados

São estruturas mais leves. Pela constante variação da curvatura, são construtivamente mais complexas. São viáveis economicamente para grandes vãos, superiores a 20 m.

Predominam os esforços de compressão. As flechas são bastante reduzidas. As distâncias entre arcos (vãos das terças) devem estar entre 4,0 a 6,0 m, dependendo do vão livre do arco, para um melhor aproveitamento do mesmo.

Os dois apoios são fixos para tornar a estrutura com um grau de hiperestaticidade e produzir o efeito estrutural de arco. Estes apoios, em geral, são sobre pilares. É interessante o uso de tirante metálico horizontal, ligando os dois apoios para evitar a significativa solicitação horizontal no topo do pilar, que produz significativa flexocompressão no mesmo. Este procedimento alivia as solicitações no pilar, contudo produz uma limitação da altura livre sob o arco. Deve-se notar também que há uma inconveniência quando a estrutura é submetida à ação de ventos que provocam inversão de esforços nas barras. Com o alívio da estrutura, o tirante passa a ser comprimido, o que o torna sem efeito e, portanto, a estrutura trabalha como isostática, perdendo as características típicas de arco – sem empuxo horizontal. Na maioria dos casos, o alívio da estrutura sob ventos de sucção é bastante pequeno e, mesmo, trabalhando como estrutura isostática, as seções transversais dimensionados para absorver as cargas de peso próprio, em geral satisfazem os esforços atuantes, mesmo sob o efeito de alívio.

Alguns tipos de arcos podem ser citados como mostrado nas Figura 50 à Figura 52. Por exemplo, o arco ilustrado na Figura 50 possui distância constante entre banzos, ao contrário do arco ilustrado na Figura 51 que tem distância entre banzos aumentada à medida que se aproxima do meio do arco.



(a) arco treliçado *(b) Ligação do banzo superior*

***Figura 50** – Arco treliçado com banzo superior formado por trechos retos.*

19.5.1 Com montante de apoio

A curvatura destes arcos é obtida através de trechos retos. A cada mudança de inclinação são feitas ligações. Estas ligações são do tipo emenda (banzos ligados de topo), exigindo cobrejuntas externas, conforme mostrado na Figura 50b, o que representa uma inconveniência. Têm bom comportamento estrutural.

19.5.2 Sem montante de apoio

O arco ilustrado na Figura 51 tem distância entre banzos variável e representa uma opção interesante estruturalmente e arquitetonicamente.

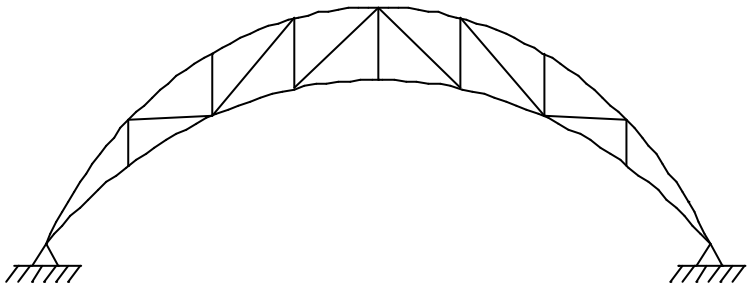


***Figura 51** – Arco treliçado sem montante de apoio*

Outra opção viável para evitar a hiperestaticidade interna refere-se aos arcos triarticulados, com articulações no ponto central - Figura 52. São estruturas próprias para armazenamento de cereais ou produtos do gênero. Os apoios em geral partem do solo. As solicitações nestes apoios são bastante elevadas, exigindo fundações mais pesadas. Porém, a utilização de tirante horizontal pode ser a solução mais viável, aliviando-se as fundações. A utilização do tirante é facilitada quando a estrutura parte do solo, pois este fica embutido no piso da edificação.

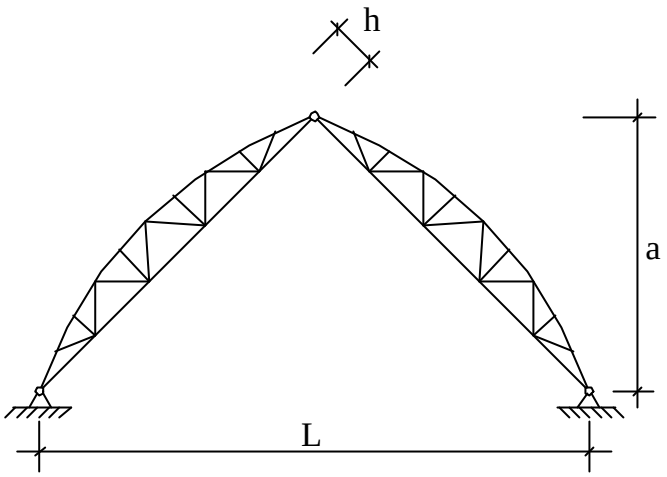


***Figura 52** – Arco treliçado triarticulado.*

20. Etapas para elaboração de projeto de uma estrutura de madeira

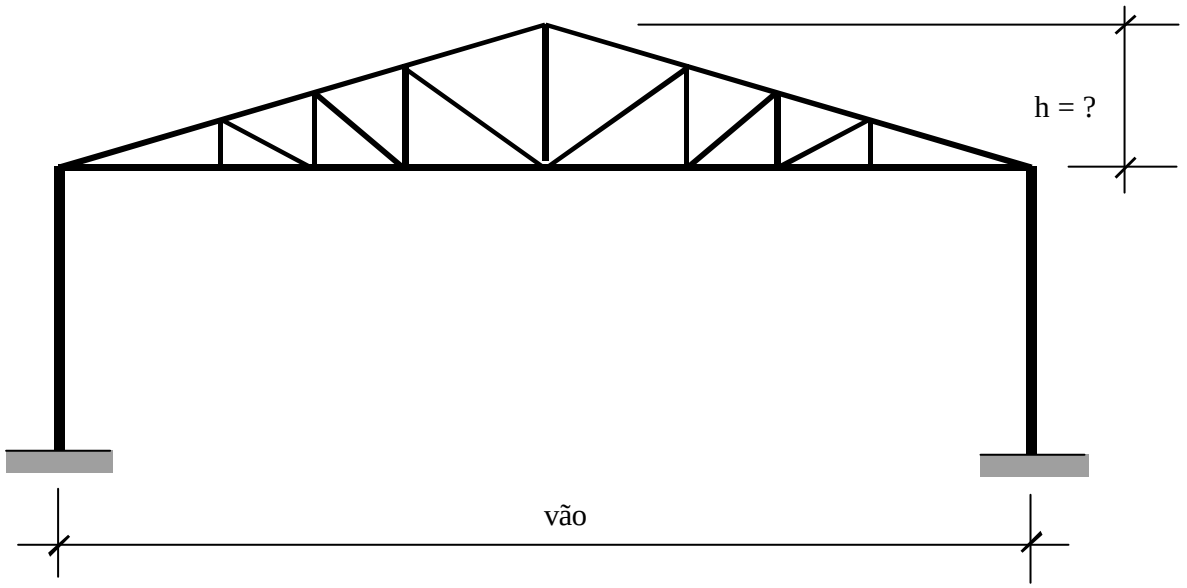


***Figura 53 –** Representação esquemática de uma estrutura de cobertura, formada por estrutura treliçada e pilares.*

Na elaboração de um projeto de estrutura de madeira, do tipo ilustrado na Figura 53, devem ser observados os seguintes aspectos:

- características da cobertura: área a ser coberta, condições do terreno, detalhes arquitetônicos, etc.
- disponibilidade financeira, tipo de madeira disponível, tipo de telha, mão-de-obra
- definir:
- distância entre tesouras
- inclinação do telhado

- classe de resistência da madeira
- verificar catálogo do fabricante de telha para conhecer as características específicas da telha a ser utilizada
- definição geométrica da estrutura
- cálculo do peso próprio: madeiramento, telhas e ferragens
- cargas devidas ao vento
- sobrecarga
- cálculo dos esforços
- dimensionamento para o estado limite último e estado limite de utilização
- contraventamentos
- desenhos
- orçamento

21. Algumas características de telhas onduladas de fibrocimento

A seguir são apresentadas informações relacionadas ao uso de telhas de fibrocimento, obtidas a partir de catálogos de fabricantes. Vale lembrar que o uso destas telhas apresenta alguma discussão, pois estas telhas contém amianto (asbesto) prejudicial à saúde. Assim, o seu manuseio deve ser feito tomando-se medidas preventivas de segurança. Especialmente quando forem executados furos e cortes, tarefas que geram poeira, deve-se obrigatoriamente usar máscaras protetoras.

Basicamente, as telhas são comercializadas com duas espessuras, correspondentes a 6 e 8mm. Existem diversos acessórios, tais como, cumeeiras e elementos de fixação, que são indispensáveis para o uso destas telhas.

21.1 Peso das telhas por m² de cobertura considerando as sobreposições, acessórios de fixação e absorção de água

e = 6mm $\Rightarrow$ 0,18 kN/m^2
e = 8mm $\Rightarrow$ 0,24kN/m^2

21.2 Dimensões das telhas

Largura: 110cm
Comprimentos em cm: 91, 122, 153, 183, 213, 244, 305, 366

Para telhados com inclinações entre 15° e 75°, deve-se usar sobreposições laterais de ¼ de onda (5cm), e longitudinalmente, a sobreposição mínima é de 14cm.

21.3 Vão livre máximo para as telhas e beirais

A Tabela 23 fornece estes valores que também podem ser visualizados na Figura 54.

21.4 Formas de fixação

A fixação das telhas deve ser feita através de parafusos com rosca soberba, Figura 55, parafusados sobre as terças de madeira.

Tabela 24 – Mínimos e máximos vãos de telhas de fibrocimento.

telha de e = 6mm	*dois apoios*	*169cm*
	três apoios	*176cm*
telha de e = 8mm	*dois apoios*	*199cm*
	três apoios	*199cm /153cm*
beiral com calha	*min. 10cm*	*max. 25cm*
beiral sem calha	*min. 25cm*	*max. 40cm*

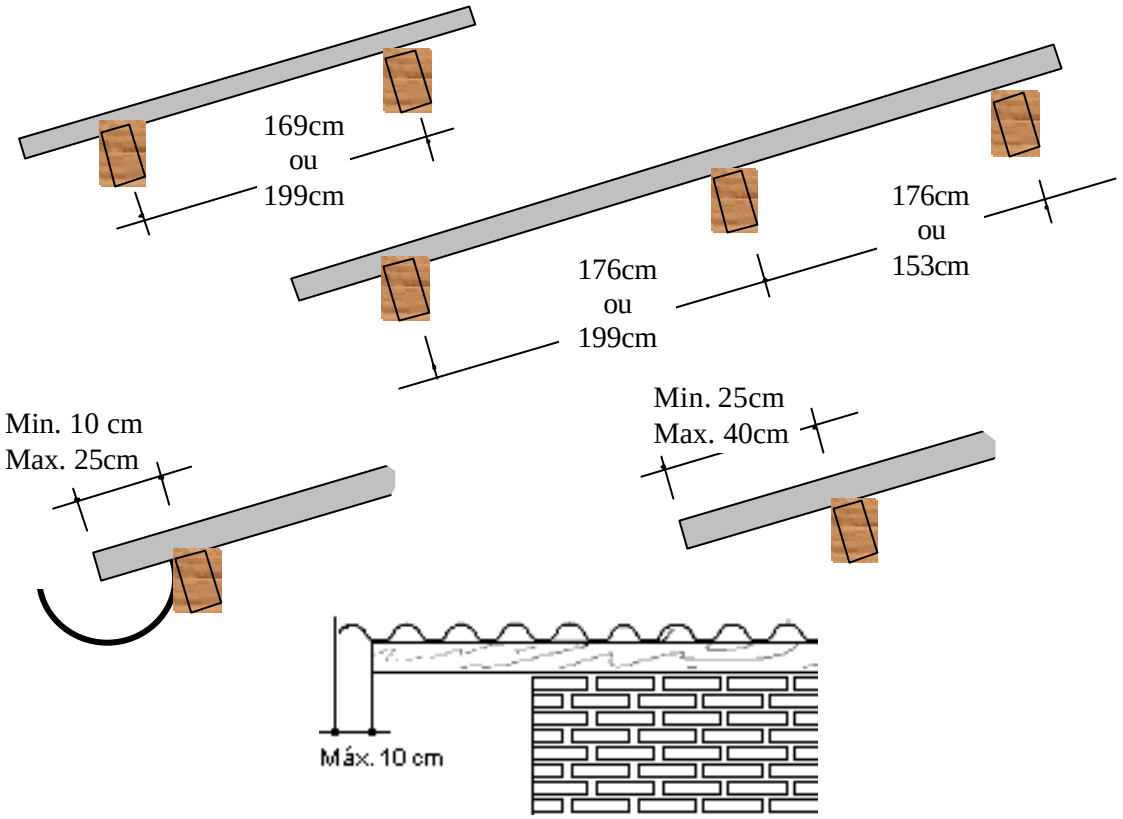


Figura 54 – *Máximos vãos usados em telhas de fibrocimento.*

21.5 Cumeeiras

As cumeeiras são peças especiais que dão o acabamento na parte mais alta do telhado, no ponto de mudança de inclinação das faces do telhado (águas). Estas peças, basicamente, podem ser do tipo cumeeira normal ou universal.

A Figura 56 mostra a cumeeira universal e suas dimensões. Cada peça tem o peso de 7.2 kg. São usadas para inclinações de telhados entre 10° e 30°, que corresponde a faixa de inclinação entre 18% e 58%.

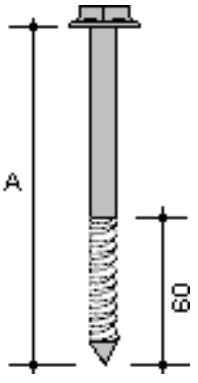


Figura 55 *– Parafuso de rosca soberba.*

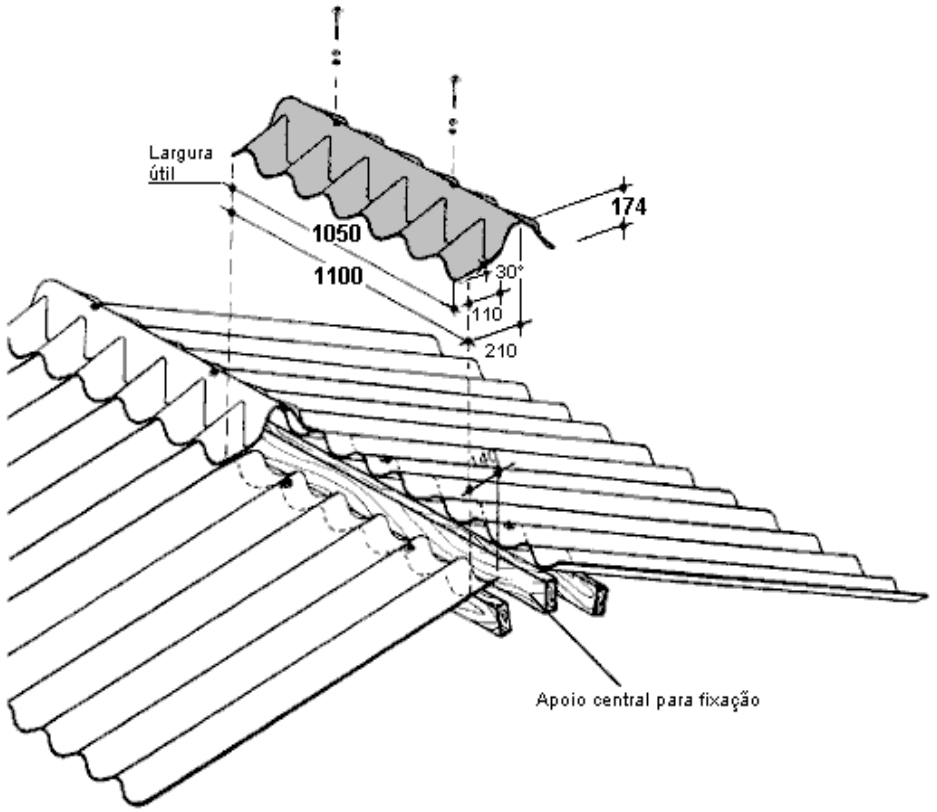


Figura 56 – *Cumeeira universal.*

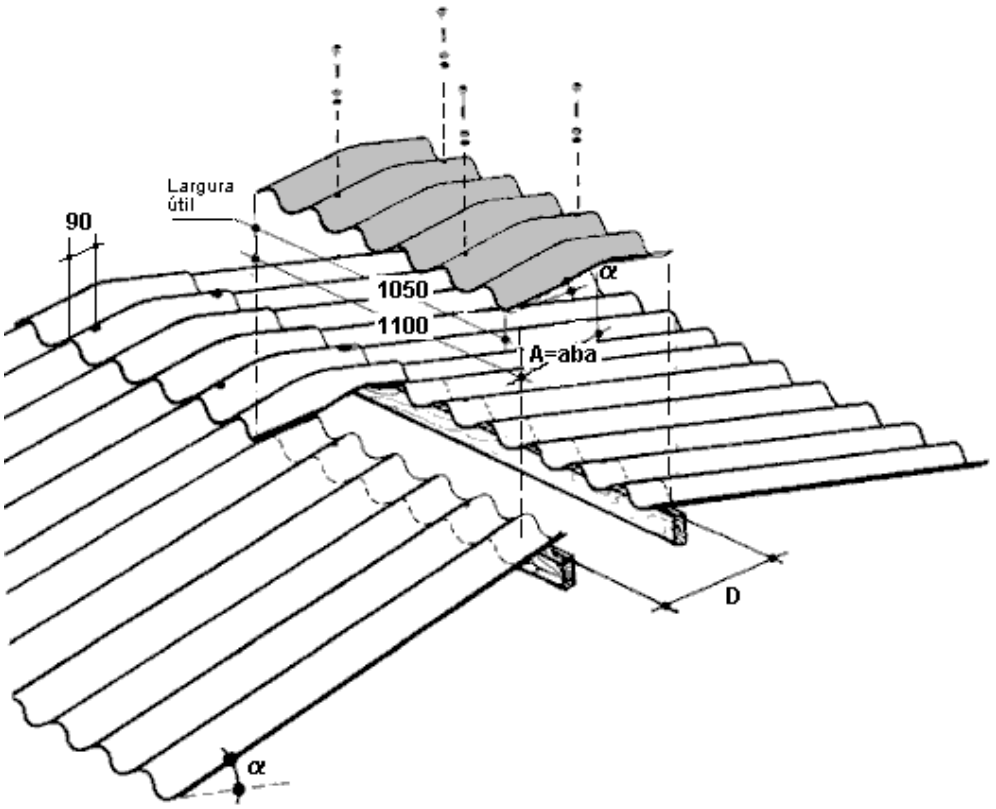


Figura 57 *– Cumeeira normal.*

As cumeeiras do tipo normal são específicas para cada faixa restrita de inclinações. As características destas cumeeiras são dadas na Tabela 25 e seu aspecto geral e dimensões estão indicados na Figura 57.

Cada peça de cumeeira normal têm um peso de 8kg quando a aba (A) é de 300mm, e de 11kg para aba de 400mm. Estas cumeeiras são fabricadas na espessura de 6mm. É importante lembrar que a distância entre a extremidade da aba e o ponto de fixação (furo) deve ser de 90mm.

Tabela 25 – Distância (D) em mm entre eixos das terças de cumeeira.
(ABA: Comprimento de cada lado da cumeeira conforme Figura 57)

ABA (mm)	INCLINAÇÃO α						
	5°	10°	15°	20°	25°	30°	45°
ABA = 300	418	414	406	395	380	364	296
ABA = 400	618	611	599	583	561	537	-

22. Exemplo numérico de cálculo das ações do vento sobre uma cobertura

A seguir será analisada a cobertura com as características indicadas na Figura 58.

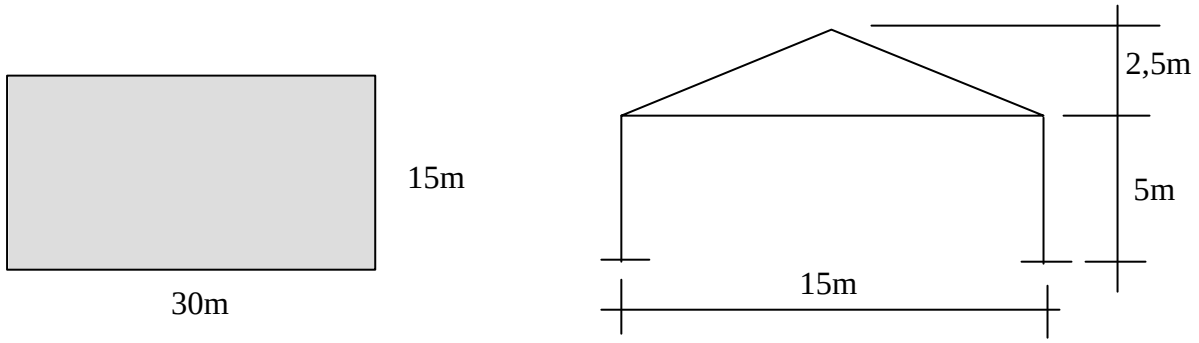


Figura 58 – *Dimensões da cobertura analisada.*

Espaçamento entre tesouras: 3,75m

Altura total da cobertura em relação ao solo: 5m + 2,5m = 7,5m

Inclinação da cobertura: 18,43°

Efeito causado pelo vento

22.1 Velocidade característica do vento

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3$$

22.1.1 Velocidade básica do vento

Uberlândia – estação 46 – $V_0 = 33{,}75$ *m/s*

22.1.2 Fator topográfico (S_1)

S_1 = 1,00 (terreno plano)

22.1.3 Rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno

Rugosidade: categoria IV

Dimensões: classe B

Altura sobre o terreno: 7,5m

$S_2 = 0,85 \times 0,98 \times (7,5/10)^{0,125} = 0,8036 \approx 0,80$

22.1.4 Fator estatístico: grupo 2 ® $S_3 = 1,0$

Velocidade característica do vento:

$V_k = 33,75 \cdot 1,0 \cdot 0,80 \cdot 1,00 = 27$ m/s

22.2 Pressão de obstrução

$q = 0,613 \cdot v_k^2 = 0,613 \cdot 27^2 = 446,88$ N/m^2 = 0,45 kN/m^2

Coeficiente de forma externo (c_e):

Este coeficiente depende da relação entre a altura da cobertura em relação ao solo (h) e o vão (b). Considera o vento agindo a 0° e 90° em relação ao eixo longitudinal da edificação. É importante lembrar que estes coeficientes sempre apresentam um sinal para caracterizar o sentido da ação. Este sinal é convencionado da seguinte forma: sendo positivo significa que atua sobre o elemento de vedação "empurrando-o". Será negativo em caso contrário. Contudo, estes coeficientes podem ser internos ou externos. Assim, este sentido de "empurrar" tem como referência a posição interna ou externa. A Figura 59 ilustra estas situações, considerando que a parte inferior seja interna e a superior externa.

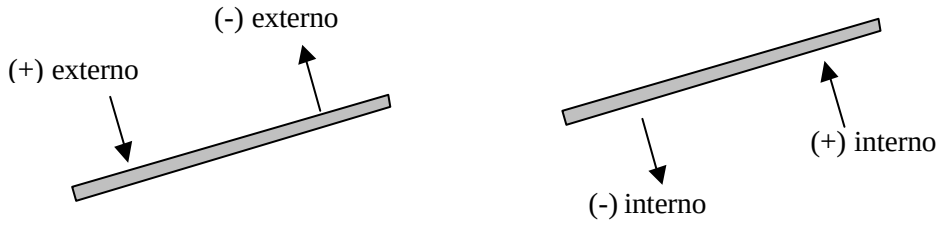


Figura 59 – *Sinais associados aos coeficientes de pressão e de forma, externos e internos.*

Para o caso de projeto considerado, o valor de h vale 5m e o vão b é igual a 15m. Portanto h/b = 5/15 = 0.3333. Assim, deve-se usar os coeficientes dados na primeira parte da Tabela 5 da NBR 6123.

Sendo a inclinação (θ) do telhado igual a 18,4°, deve-se fazer uma interpolação entre os valores dados para θ = 15° e θ = 20°, conforme Tabela 26.

Tabela 26 – Valores encontrados para o coeficiente de forma externos.

	α = 90°		α = 0°	
θ	EF	GH	EG	FH
15°	-1.0	-0.4	-0.8	-0.6
18.4°	*-0.6*	*-0.4*	*-0.8*	*-0.6*
20°	-0.4	-0.4	-0.7	-0.6

O valor do coeficiente de forma na região IJ (Figura 60), para vento atuando na direção α = 0°, é calculado em função da relação a/b. O valor de a corresponde ao comprimento da edificação. Neste caso, a = 30m. Assim, a/b = 30/15 = 2. Portanto, pela observação (d) da Tabela 5 da NBR 6123, C_e = -0.2.

Quando o vento atua na direção α = 90°, o coeficiente da região I, obviamente, vale o mesmo que o calculado para a região EF, e para a região J, o mesmo que o da região GH.

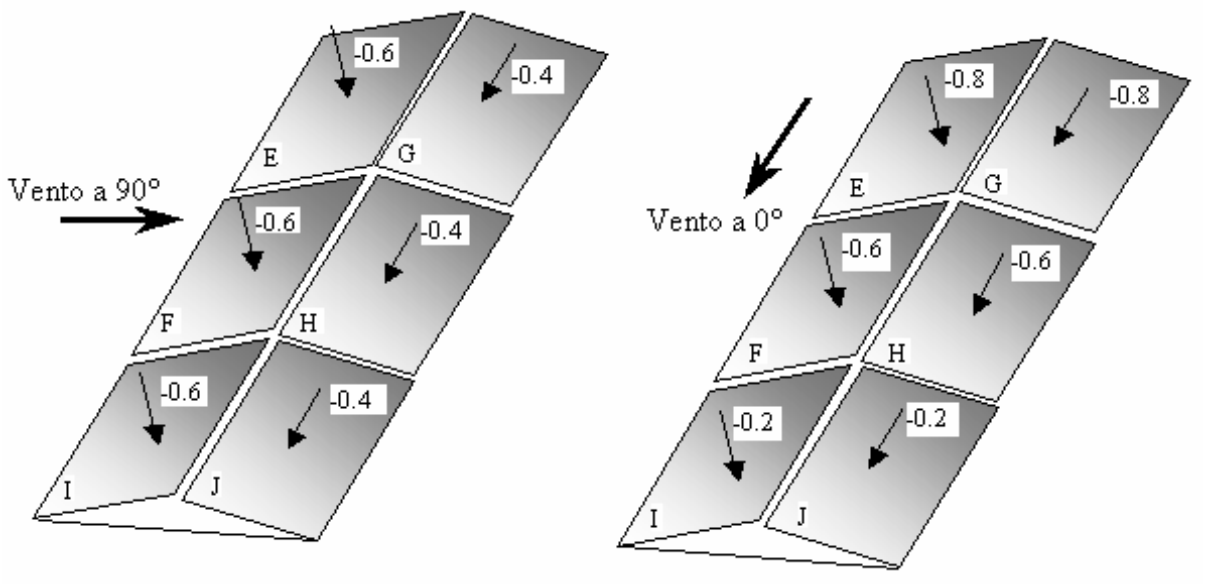


Figura 60 – *Coeficientes de forma externos atuantes sobre a cobertura.*

Coeficiente de pressão interno (c_{pi})

Este coeficiente será considerado uniforme atuando sobre a superfície e, assim, poderá ser confundido com o coeficiente de forma. Isto significa que no cálculo da pressão efetiva poderão ser combinados os coeficientes de forma externo e de pressão interno.

Será admitida uma determinada condição de permeabilidade, ou seja, que a edificação esteja na condição correspondente ao caso do item 6.2.5 da NBR 6123, onde duas faces opostas são igualmente permeáveis e as outras faces impermeáveis. Neste caso, têm-se dois valores:

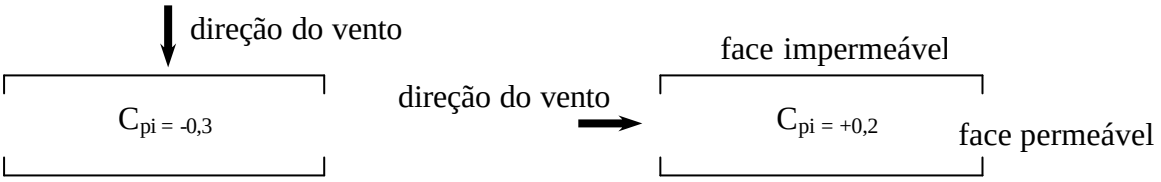


Figura 61 **–** Coeficientes de pressão externos.

$c_{pi} = +0,2$ para vento perpendicular a uma face permeável
$c_{pi} = -0,3$ para vento perpendicular a uma face impermeável

Será admitido que a cobertura tenha as faces permeáveis nas paredes de fechamento de extremidades. Com isto, pode-se definir que estes coeficientes estão associados às direções do vento dadas na Figura 61.

Pressões efetivas no telhado

$\Delta pi = (C_e - C_i) \cdot q$

Neste caso, o valor de C_i será considerado igual a C_{pi}, conforme já comentado anteriormente.

As combinações mais críticas serão feitas pela combinação dos coeficientes mostrados na Figura 62.

Vento a 90° :

A composição mais crítica, pelos seus valores, acontece para coeficientes que geram sucção na cobertura. Lembrar da convenção de sinais. Portanto:

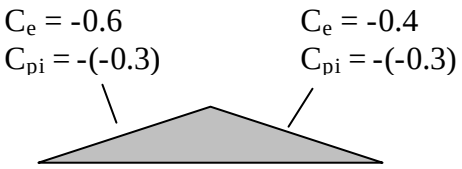


Figura 62

$(\Delta_{p1})_{esq} = [-0.6 - (-0.3)]\ 0,45 = -0,14\ kN/m^2$
$(\Delta_{p2})_{dir} = [-0.4 - (-0.3)]\ 0,45 = -0,05\ kN/m^2$

O valor mais crítico dentre os dois anteriores é 0,14 kN/m^2 de sucção na cobertura.

Vento a 0° :

Para todas as possíveis combinações os coeficientes são simétricos. Todos os coeficientes de forma externos geram sucção do telhado e iguais a –0.8, -0.6 e –0.2. O coeficiente de pressão interno é igual a +0.2, o que significa sucção na cobertura. Assim, todas as possíveis combinações críticas representam sucção, e portanto, deve-se combinar o coeficiente de pressão interna com o maior coeficiente de forma externo. Portanto, tem-se:

$\Delta_p = [-0.8 - (+0.2)] \cdot 0,45 = -0.45\ kN/m^2$

Valores a serem considerados:

Dos valores anteriores calculados, o mais crítico representa a maior sucção, ou seja:

Sucção da cobertura : -0,45 kN/m^2

Sendo o espaçamento entre tesouras igual a 3,75m tem-se a força uniformemente distribuída por metro linear ao longo do banzo superior. A força concentrada sobre a estrutura nos pontos de apoio das terças são calculadas pela área de influência.

23. Combinação de ações em estado limite último

Para este projeto estão sendo consideradas três ações atuantes sobre a estrutura, formadas pela ação de carga permanente (peso próprio) e de cargas acidentais (sobrecarga e vento). Vale lembrar que a ação do vento provoca efeitos de sucção e sobrepressão sobre a cobertura, que deve ser considerado na composição do carregamento crítico.

Sendo o carregamento composto por uma carga permanente e duas acidentais, incluindo o vento, a NBR 7190/97 recomenda a utilização da mais crítica das duas composições a seguir:

$$F_d = \sum \gamma_{Gi} G_{i,k} + \gamma_Q [Q_k + \psi_{0w} W_k]$$

$$F_d = \sum \gamma_{Gi} G_{i,k} + \gamma_Q [0.75 \cdot W_k + \psi_{0Q} Q_k]$$

Para o caso em estudo, tem-se:

a) $F_d = 1.3\ G + 1.4\ (S + 0.5\ W)$
b) $F_d = 1.3\ G + 1.4\ (0.75\ W + 0.4\ S)$

Nas duas combinações anteriores tem-se a combinação mais crítica relacionada com cargas de cima para baixo. Contudo, outra possibilidade seria combinar o peso próprio com o vento de sucção, desprezando-se a sobrepressão, onde poderia surgir um caso de inversão de esforços. Considerando que o efeito do vento de sucção é muito pequeno, para o caso, esta situação pode ser desprezada. Caso fosse desejado analisar este caso, a combinação seria a seguinte:

c) $F_d = 1.0\ G + 1.4 \times 0.75 \times W = G + 1.05\ W$

OBS: Notar que o coeficiente aqui usado para a carga permanente é igual a 1.0, conforme prescreve a norma, como situação favorável para ações permanentes de pequena variabilidade. Lembrar que o valor de W é negativo para vento de sucção.

Estas combinações devem ser consideradas na obtenção da força de cálculo para o dimensionamento. Assim, devem ser obtidos os esforços isoladamente para cada solicitação, uma vez que para alguns casos de verificação de estabilidade utilizam-se valores característicos de esforços e não esforços de cálculo.

EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

Verificar a barra simplesmente apoiada de comprimento 132cm, de seção transversal 6x16cm solicitada por cargas de compressão, sendo uma permanente (ação permanente de grande variabilidade) de 24kN, sobrecarga de 13kN e uma carga variável devida ao vento igual a 7kN. Considerar madeira Dicotiledônea da classe C40.

Solução:

A combinação de carregamento inclui uma carga permanente e duas cargas variáveis (sobrecarga e vento). Assim, deve-se usar a recomendação da norma aqui indicada no item 9.7 (página 17), usando-se a mais crítica das duas expressões:

$$F_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q \times (S + 0.5 \times W_k)$$

ou

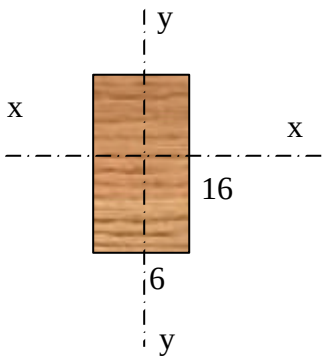
$$F_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q \times (0.75 \times W_k + 0.4 \times S)$$

O coeficiente ψ_0 foi considerado igual a 0.5 para o vento e 0.4 para a sobrecarga (locais em que não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas). No caso, a primeira equação produz valores maiores e, portanto, será a equação considerada. Portanto:

F_d = 1.4x24 + 1.4x(13 + 0.5x7.0) = 56.7kN

A ação F_d corresponde a uma força de compressão centrada, sem flexão. Portanto, deverá ser verificada a sua condição de resistência e de estabilidade. Neste caso, $N_d = F_d$.

Características da seção transversal:



$A = 6x16 = 96cm^2$

$I_x = 6x16^3/12 = 2048cm^4$

$I_y = 16x6^3/12 = 288cm^4$

L_o = comprimento teórico de referência = 132cm (barra apoiada-apoiada)

Sendo o comprimento teórico de referência igual para flambagem em torno de x e y, será verificada a instabilidade em torno de y.

Índice de esbeltez = $\lambda = \dfrac{132}{\sqrt{\dfrac{288}{96}}} = 76.2$ $\quad \therefore$ peça medianamen te esbelta $(40 < \lambda \leq 80)$

Assim, devem ser usados os procedimentos descritos no item 12.2.

A condição de segurança é dada pela verificação da expressão: $\dfrac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \dfrac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} \leq 1.$ (1)

Sendo a madeira uma Dicotiledônea da classe C40, e considerando os coeficiente k_{mod} convencionais, tem-se:

$$f_{c0,d} = k_{mod} \times \frac{f_{c0,k}}{\gamma_{wc}} = 0.56 \times \frac{4{,}0}{1.4} = 1.6 kN/cm^2$$

$E_{c0,ef} = k_{mod} \times E_{c0,m} = 0.56 \times 1950 = 1092\ kN/cm^2$

Na expressão (1) os valores das tensões atuantes são calculados da seguinte forma:

$$\sigma_{Nd} = \frac{N_d}{A} = \frac{56.7}{96} = 0.591\, kN/cm^2$$

$$\sigma_{Md} = \frac{M_d}{I} y = \frac{M_d}{288} \times 3$$

O valor de M_d corresponde a um momento de cálculo dado em função da excentricidade e_d, ou seja, $M_d = N_d \times e_d$.

A carga crítica F_E é dada por:

$$F_E = \frac{\pi^2 \times 1092 \times 288}{132^2} = 178.14\, kN$$

A excentricidade e_d é calculada em função da excentricidade e_1, sendo $e_1 = e_i + e_a$.

$e_a = \frac{L_0}{300} = \frac{132}{300} = 0.44cm$ ou $e_a = \frac{h}{30} = \frac{6}{30} = 0.2cm$. Portanto, $e_a = 0.44cm$.

$e_i = 0$, pois $M_{1d} = 0$

(lembrar que o índice numérico 1, associado a momento corresponde a ação efetiva atuante sobre a barra – neste caso não existe ação que provoque flexão)

Contudo, existe uma restrição de e_i ser maior ou igual a h/30.

Assim:

$e_i = 0.2cm$

$e_1 = 0.44 + 0.2 = 0.64cm$

$$e_d = 0.64 \times \left(\frac{178.14}{178.14 - 56.7} \right) = 0.94 cm$$

Portanto: $M_d = 56.7 \times 0.94 = 53.30 kN.cm$

$$s_{Md} = \frac{53.30}{288} \times 3 = 0.555\, kN/cm^2$$

Verificação da segurança em relação à estabilidade:

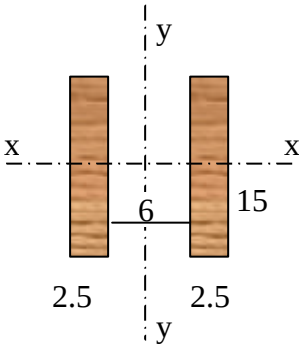
$$\frac{0.591}{1.6}+\frac{0.555}{1.6}=0.369+0.347=0.716 \quad < \quad 1$$

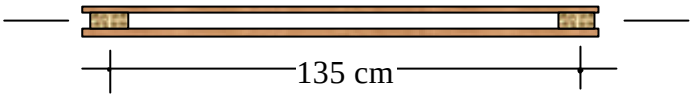
Conclusão: a barra tem estabilidade pela verificação anterior.

Para este exemplo, vale observar que a tensão devida à força normal é praticamente igual à tensão devida ao efeito do momento de cálculo gerado pelas excentricidades consideradas.

EXERCÍCIO 2

Verificar uma barra bi-apoiada de comprimento igual a 135cm, solicitada por uma ação permanente de 23 kN, uma ação de sobrecarga de 15 kN e outra devida ao vento igual a 5kN, todas comprimindo a barra. A princípio considere que a seção múltipla está fixada através de peças interpostas colocadas nas extremidades da barra. A madeira é uma Dicotiledônea da classe C60.





Deve ser observado de acordo com a NBR 7190/97 que a distância entre as duas peças não seja maior que três vezes a espessura das peças isoladas. Neste caso, a condição é satisfeita, ou seja, 3x2.5 > 6. Portanto, estruturalmente é possível ter uma seção transversal como esta.

Características da seção transversal (ver Figura 6 das Notas de Aula):

n = 2 a = 6cm a_1 = 4.25cm b_1 = 2,5cm h_1 = 15cm h = 11cm

$A = 2\times2.5\times15 = 75cm^2$

$I_x = 2\times(2.5\times15^3/12) = 1406.25\ cm^4$

$A_1 = 2.5\times15 = 37.5\ cm^2$

$I_1 = 2.5\times15^3/12 = 703.125\ cm^4$ $I_2 = 15\times2.5^3/12 = 19.53\ cm^4$

$I_y = 2\times19.53 + 2\times37.5\times4.25^2 = 1393.75\ cm^4$

Para se calcular o valor da inércia reduzida efetiva em torno de y ($I_{y,ef}$), calcula-se o valor β_I que depende de m que é a relação entre o comprimento da barra (L) e a distância entre espaçadores (L_1). Portanto, a princípio m = 135/135 = 1. O valor de α_y é igual a 1.25 para este caso onde o contato é feito por espaçadores interpostos.

Assim o valor do coeficiente β_I será:

$$\beta_I = \frac{19.53 \times 1^2}{19.53 \times 1^2 + 1.25 \times 1393.75} = 0.011$$

Isto representa uma redução extremamente significativa para o valor da inércia em torno de y, ou seja:

$I_{y,ef} = 0.011 \times 1393.75 = 15.33\ cm^4$

Analisando este resultado e comparando-o com o valor da inércia de uma peça isolada, nota-se que este valor é menor que I_2, o que não faz sentido. Neste caso seria mais adequado dimensionar a barra considerando metade da carga atuando em cada peça isolada:

$N_d = 56.7/2 = 28.35kN$

$$\lambda_{y2} = \frac{135}{\sqrt{\frac{19.53}{37.5}}} = 187.06$$

Sendo este valor de $\lambda_{y2} > 140$ torna a barra inviável em termos de estabilidade.

Uma alternativa é tentar a utilização de um espaçador intermediário ao longo do comprimento da barra.

Tentando a utilização de um espaçador no ponto central, tem-se m = 135/67.5 = 2. Assim, $\beta_I = 0.043$, ou seja, $I_{y,ef} = 0.043 \times 1393.75 = 59.81\ cm^4$, o que já é um valor viável.

A verificação da condição de segurança é dada pela norma como sendo:

$$\frac{N_d}{A} + \frac{M_d I_2}{I_{y,ef} W_2} + \frac{M_d}{2a_1 A_1}\left(1 - n\frac{I_2}{I_{y,ef}}\right) \leq f_{c0,d}$$

O valor de cálculo da força de compressão (Nd) deve ser calculado pela condição mais crítica dada pelas expressões:

$$N_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q \times (S + 0.5 \times W_k)$$

ou

$$N_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q \times (0.75 \times W_k + 0.4 \times S)$$

A primeira expressão apresenta um valor maior e, portanto ser considerado como o valor de cálculo:

$N_d = 1.4 \times 23 + 1.4 \times (15 + 0.5 \times 5) = 56.7\ kN$

$W_2 = I_2/(b_1/2) = 19.53/(2.5/2) = 15.624$

Para a barra definem-se os seguintes valores:

$L_o = 135cm$

$$\lambda_y = \frac{135}{\sqrt{\frac{59.81}{75}}} = 151.2$$

Sendo λ_y maior que 140, torna-se obrigatório o uso de mais um espaçador para aumentar o valor de $I_{y,ef}$, tornando m = 3. Assim, $\beta_I = 0.092$, ou seja, $I_{y,ef} = 0.092 \times 1393.75 = 128.225 cm^4$,

$$\lambda_y = \frac{135}{\sqrt{\frac{128.225}{75}}} = 103.25$$

Neste caso a barra fica caracterizada como esbelta, tendo como condição de verificação de estabilidade a expressão já apresentada anteriormente. O procedimento de cálculo é feito conforme apresentado no item 12.3.

$e_a = 135/300 = 0.45$ ou $h/30 = 11/30$ 0.37cm. Portanto, $e_a = 0.45$cm.

e_i e e_{ig} são nulos, pois M_{1d} é igual a zero.

$$F_E = \frac{\pi^2 \times 1372 \times 128.225}{135^2} = 95.28 kN$$

Cálculo de K´:

A norma não é clara sobre quais valores devem ser tomados para a parcela da carga variável, ou seja, deve-se tomar a soma de todas estas cargas ou deve-se considerar apenas a situação mais crítica? No caso, será adotado o caso mais crítico considerando-se a carga variável isoladamente.

K´ = 23 + (0.3 + 0.2)×15 = 30.5 kN (considerando a sobrecarga como N_{qk})

K’ = 23 + (0.2 + 0)×5= 24 kN (considerando o vento como carga N_{qk})

Valor adotado: K´= 30.5 kN

$$K = \frac{0.8 \times 30.5}{95.28 - 30.5} = 0.38$$

$e_c = (0 + 0.45)(e^{0.38} - 1) = 0.21$cm

Portanto:

$$M_d = 56.7 \times 0.66 \times \frac{95.28}{95.28 - 56.7} = 92.42 \text{ kN.cm}$$

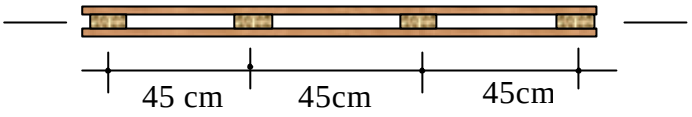
$$\frac{56.7}{75}+\frac{92.42\times19.53}{128.225\times15.624}+\frac{92.42}{2\times4.25\times37.5}\left(1-2\frac{19.53}{128.225}\right)\le f_{c0,d}$$

isto é :

$$0.76+0.90+0.20=1.86\,kN/cm^2\le f_{c0,d}=0.56\times\frac{6}{1.4}=2.4kN/cm^2$$

Portanto, a seção transversal é suficiente para que não ocorra perda de estabilidade.

Os espaçadores serão colocados a cada 45cm, conforme a Figura a seguir:



As fixações dos espaçadores devem ser verificadas para um esforço de cisalhamento igual a

$$V_d=A_1f_{v0,d}\frac{L_1}{a_1}=37.5\times0.25\times\frac{45}{4.25}=99.26kN\ \text{(este valor parece absurdo !!!!)}.$$

OBS : $f_{vo,d}=0{,}56\times\frac{0{,}8}{1{,}4}=0{,}25\,kN/cm^2$

A norma deverá ser reavaliada quanto a este cálculo.

23.1 Verificação da estabilidade das peças isoladas

A norma dispensa a verificação da estabilidade local das barras desde que sejam verificadas as condições:

a) $9\times b_1 \le L_1 \le 18\times b_1 \Rightarrow 9\times2.5 \le 45 \le 18\times2.5 \Rightarrow 22.5 \le 45 \le 45$ (condição respeitada!)

b) $a \le 3\times b_1 \Rightarrow 6 \le 7.5$ (condição respeitada!)

Portanto, a barra poderá ser utilizada conforme anteriormente mostrado.

EXERCÍCIO 3:

Verificar a barra da Figura 63 solicitada por um carregamento composto por forças de compressão, sendo uma permanente de 28 kN, uma sobrecarga de 15 kN e uma força devida ao vento igual a 10 kN. Considerar a madeira como Dicotiledônea da classe C20.

Valores das ações:

Permanente: Fp = 28 kN
Sobrecarga: Fs = 15 kN
Vento: Fv = 10 kN

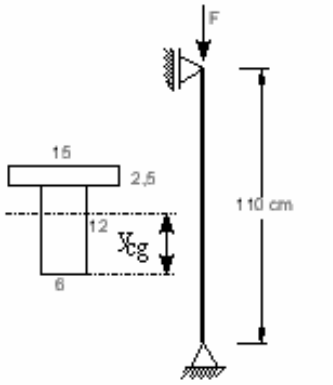


Figura 63

$$y_{cg} = \frac{6\times12\times6 + 2{,}5\times15\times\left(12+\frac{2{,}5}{2}\right)}{6\times12+15\times2{,}5} = 8{,}48\,cm$$

A = 2,5 ×15 + 6×12 = 109,5

$$I_x = \frac{6\times12^3}{12} + \frac{15\times2{,}5^3}{12} + 6\times12\times2{,}48^2 + 2{,}5\times15\times4{,}77^2 = 2180{,}67\,cm$$

Deve-se observar que a solidarização tem influência para flambagem em torno de x, devido ao possível escorregamento relativo entre as partes ligadas. O mesmo não acontece para o eixo y, onde os eixos centrais das peças isoladas coincidem com o eixo da seção composta. Assim, o novo valor de Ix será reduzido pelo coeficiente 0.95.

Portanto:

$I_{x,ef}$ = 0,95 I_x = 0,95 × 2180,67 = 2071,63 cm^4

$$I_y = \frac{12\times6^3}{12} + \frac{2{,}5\times15^3}{12} = 919{,}13\,cm^4$$

$L_x = L_y$ = 110 cm. Portanto: L_0 = 110 cm

I_{min} = 919 cm^4 $i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = 2{,}897\,cm^3$

$$\lambda = \frac{110}{i_{min} = 37{,}97} \quad \therefore \quad \textit{peça curta}$$

Como não prevalece a instabilidade da peça, o dimensionamento refere-se ao caso de estado limite último de resistência.

Coeficientes de ponderação:

γ_g = 1,4 : ação permanente de grande variabilidade, efeito desfavorável (item 4.6.4)
γ_q= 1,4 : ação variável - normal (item 4.6.5)

$$F_d = \Sigma\gamma_{Gi}G_{ik} + \gamma_Q\left[Q_k + \psi_{ow}W_k\right]$$

Contudo, para este caso onde as ações correspondem a uma carga permanente e duas cargas variáveis, pode-se utilizar a recomendação da norma referente à situação onde aparecem uma carga permanente e duas variáveis (ver item 9.7 destas notas de aula).

Os coeficientes de minoração das ações $?_0$ para a sobrecarga será considerado igual a 0.4 (cargas acidentais em edifícios: locais em que não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas) e 0.5 para a ação do vento (pressão dinâmica do vento).

Portanto:

$F_{d1} = 1.4\ Fp + 1.4\ (Fs + 0.5\ Fv)$ $\qquad F_{d1} = 67.2$ kN

$F_{d2} = 1.4\ Fp + 1.4\ (0.75\ Fv + 0.4\ Fs)$ $\qquad F_{d2} = 58.1$ kN

Assim, o valor da ação de cálculo é $F_d = F_{d1} = 67.2$ kN.

O valor de cálculo da resistência da madeira ($f_{c0,d}$) é dado por: $f_{c0,d} = K_{mod} \dfrac{f_{c0,k}}{\gamma_{wc}}$

O valor de K_{mod} é o resultado do produto dos três valores individuais dos coeficientes $K_{mod,1}$, $K_{mod,2}$ e $K_{mod,3}$, ou seja:

$$K_{mod} = K_{mod,1} \times K_{mod,2} \times K_{mod,3}$$

Este valores individuais são considerados de acordo com o tipo de ação, classe de umidade e natureza do material usado. Como a própia norma recomenda:

$K_{mod,1} = 0.70$ (ação de longa duração - madeira serrada)
$K_{mod,2} = 1.00$ (classe de umidade 1 e madeira serrada)
$K_{mod,3} = 0.80$ (madeira de 2ª categoria)

Então: $K_{mod} = 0.70 \times 1.00 \times 0.80 = 0.56$.
Sendo o coeficientede ponderação da resistência para estados limites últimos ($?_{wc}$) igual a 1.4 e, sendo no caso, considerada madeira Dicotiledônea da classe C20, ou seja, $f_{c0,k} = 2$ kN/cm^2, então:

$$f_{c0,d} = 0.8 \text{ kN/cm}^2$$

A tensão atuante vale: $s_{cd} = F_d/A = 67.2/109.5 = 0.61$ kN/cm^2 .

Portanto, a barra está verificada quanto à sua resistência, pois $s_{cd} < f_{c0,d}$.

EXERCÍCIO 4:

Um pilar de seção transversal formada por duas peças de 2,5x15 cm e uma peça de 6x12 cm, é solicitado conforme mostra a Figura 64. Este pilar sustenta uma estrutura onde não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas. Considerar que as solicitações axiais são causadas por cargas concentradas permanentes de 25.00 kN (permanente), 7.00 kN (sobrecarga) e 8.00 kN (vento), todas no sentido da compressão da barra. Considerar madeira Conífera da classe C25 e classe de umidade (1) e (2).

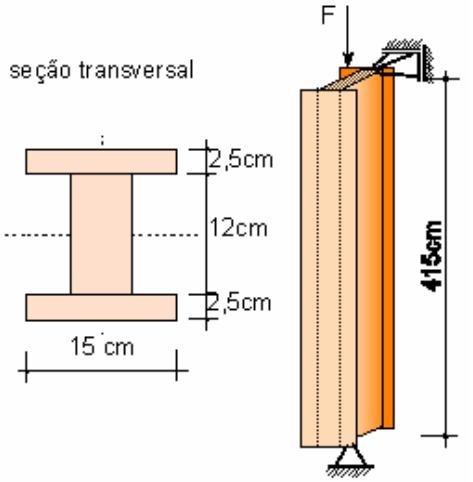


Figura 64

$A = 6x12 + 2x2,5x15 = 147\ cm^2$

$I_x = (15x17^3)/12 - 9x12^3/12 = 4845\ cm^4$

O valor de I_x deve ser reduzido pelo fato de existirem duas superfícies de solidarização quando para a estabilidade em torno de x. Pela norma deve-se aplicar o coeficiente 0.85, pois trata-se de uma seção transversal do tipo I. A estabilidade em torno de y não depende da solidarização, portanto não se faz redução da inércia em torno de y. Assim:

$I_{x,ef} = 0.85 \times 4845 = 4118.25\ cm^4$

$I_y = 2x(2,5x15^3)/12 + 12x6^3/12 = 1622,25 cm^4$

$L_{o,x} = L_{o,y} = 415\,cm$ Sendo ? = 125, a peça é esbelta.

$$\therefore L_o = 415cm \Rightarrow \lambda = \frac{415}{\sqrt{\frac{1622}{147}}} = 125 \geq 80$$

Condição de segurança:

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{co,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{co,d}} \leq 1$$

Para a determinação de σ_{Nd} e σ_{Md} deve ser calculado o valor de F_d (valor de cálculo das ações). De acordo com a NBR 7190/97, item 7.1.3, quando existe uma carga permanente e duas cargas variáveis, as combinações normais de ações podem ser calculadas pelas expressões a seguir apresentadas. Notar que os valores de ψ_{0w} e ψ_{0q} foram calculados pela Tabela 2 da NBR 7190/97 (Tabela 11 deste texto) considerando, respectivamente, pressão dinâmica do vento e a situação de barra de estrutura onde não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas. $\gamma_g = 1,4$ (ação permanente de grande variabilidade - combinação normal) e $\gamma_q = 1,4$ (ação variável - combinação normal).

caso 1: $$F_d = \sum \gamma_{Gi} G_{ik} + \gamma_Q \left[Q_k + \psi_{0w} W_k \right]$$

caso 2: $$F_d = \sum \gamma_{Gi} G_{ik} + \gamma_Q \left[0,75 Q_k + \psi_{0Q} Q_k \right]$$

$F_{d1} = 1,4x25.00 + 1,4x[7.00 + 0,5x8.00] = 50.40$ kN (caso 1)

ou

F_{d2} = 1,4x25.00 + 1,4x[0,75x8.00 + 0,4x7.00] = 47.32 kN (caso 2)

Portanto: $F_d = 50.40$ kN = N_d

Assim:

$$\begin{cases} \sigma_{Nd} = \dfrac{50.40}{147} = 0.343\ \text{kN/cm}^2 \\ \sigma_{Md} = \dfrac{M_d}{I} \cdot y = \dfrac{M_{dy}}{1622} \times 7{,}5 = \dfrac{M_{dy}}{216{,}3} \end{cases}$$

Os valores das características da madeira usada são:

k_{mod} = 0,7 x 1,0 x 0,8 = 0,56 (ver Tabela 12 da NBR 7190/97)

$f_{c0,d}$ = 0,56 x 2,50 / 1,4 = 1,00 kN/cm^2

$E_{co,ef} = k_{mod} \times E_{co,m} = 0{,}56 \times 850 = 476$ kN/cm^2

(**OBS:** $E_{co,m}$ =8500 MPa = 850 kN/cm^2 - classe 25 - Conífera)

O valor de F_E será calculado para o eixo Y que tem o menor índice de esbeltez:

$$F_E = \frac{\pi^2\ E_{co,ef}\ I}{L_o^2} \qquad F_{E,y} = \frac{\pi^2 \times 476 \times 1622}{415^2} = 44{,}24\ kN$$

Portanto: F_E = 44,24kN. Como F_E é menor que o valor de F_d, então não é possível usar esta barra nas circunstâncias dadas. Assim, será analisado o caso da peça com um contraventamento (apoio) intermediário que impede a flambagem em torno do eixo y. Neste caso, o comprimento de flambagem ficará reduzido à metade, tendo-se os seguintes índices de esbeltez:

$$\left.\begin{array}{l} L_{o,x} = 415\ \text{cm} \Rightarrow \lambda = \dfrac{415}{\sqrt{\dfrac{4118{,}25}{147}}} = 78{,}4 \\ \therefore L_{oy} = \dfrac{415}{2} = 207{,}5cm \Rightarrow \lambda = \dfrac{207.5}{\sqrt{\dfrac{1622}{147}}} = 62.46 \end{array}\right\}$$

Portanto, o eixo x é o crítico.

Assim, ? = 78,4 (peça medianamente esbelta, pois 40 ≥ ? < 80).

Portanto, o novo valor de F_E será:

$$F_{E,x} = \frac{\pi^2 \times 476 \times 4118}{415^2} = 112.34$$

A excentricidade acidental e_a é calculada por:

$e_{a,x}$ = 415/300 = 1.38cm, que satisfaz a condição $e_a > h_x / 30 = 17 / 30$. Portanto, e_a = 1.38cm.

O valor da excentricidade e_i será:

$$e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} = 0$$

(M_{1d} é o momento fletor atuante sobre a barra. No caso, a barra está exclusivamene solicitada por forças de compressão, portanto M_{1d} vale zero)

Contudo, a NBR 7190/97 exige que este valor não deverá ser inferior a h_x / 30 = 17 / 30, ou seja, e_i = 0.57cm.

O valor $e_i + e_a$ corresponde, então, a 1,38 + 0.57 = 1,95cm

Assim, pode-se calcular o valor da excentricidade de cálculo e_d vale:

$$e_d = e_1\left(\frac{F_E}{F_E - N_d}\right) = 1{,}95 \times \left(\frac{112{,}34}{112{,}34 - 50{,}40}\right) = 3{,}54cm$$

Sendo $M_d = N_d \times e_d = 50{,}40 \times 3{,}54 = 178{,}17$ kNcm.

$$\sigma_{Md} = \frac{M_d}{I} \times y = \frac{178{,}17}{4118{,}25} \times 8{,}5 = 0{,}368\,\text{kN/cm}^2$$

Verificação da condição de segurança:

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} = \frac{0{,}343}{1{,}00} + \frac{0{,}368}{1{,}00} = 0{,}711$$

Sendo este valor menor que 1, então, a condição de segurança é aceitável.

EXERCÍCIO 5:

Avaliar a condição de segurança de uma barra de seção transversal 6x12 cm, considerada como bi-apoiada em torno do eixo X e com dois apoios em torno do eixo Y, conforme mostra a Figura 65. Considerar que as solicitações axiais são causadas por cargas concentradas de 3450 daN (permanente de grande variabilidade), 1300 daN (sobrecarga) e 700 daN (vento), todas no sentido da compressão da barra. Considerar uma madeira Dicotiledônea classe C60. Admitir que esta barra faz parte de uma estrutura que suporta cargas provenientes de uma oficina.

A = 6x12 cm2
I_x = (6x123)/12 = 864 cm4
I_y = (12x63)/12 = 216 cm4

$$L_{o,x} = 2 \times 165 = 330cm \Rightarrow l_x = \frac{330}{\sqrt{\frac{864}{72}}} = 95{,}3$$

$$L_{o,y} = 165cm \qquad \Rightarrow \qquad l_y = \frac{165}{\sqrt{\frac{216}{72}}} = 95{,}3$$

Como $?_x = ?_y$, então: ?= 95,3
Portanto: peça esbelta

Condição de segurança: $\dfrac{\sigma_{Nd}}{f_{co,d}} + \dfrac{\sigma_{Md}}{f_{co,d}} \leq 1$

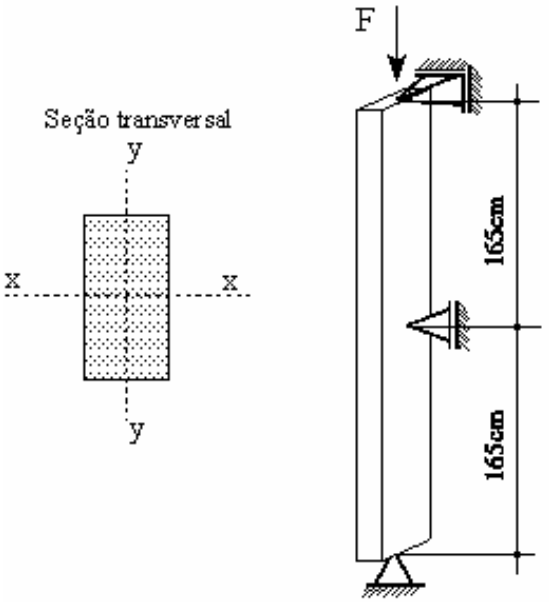


Figura 65

Para a determinação de σ_{Nd} e σ_{Md} deve ser calculado o valor de F_d (valor de cálculo das ações). De acordo com a NBR 7190/96, item 6.1.3, quando existe uma carga permanente e duas cargas variáveis, as combinações normais de ações podem ser calculadas pelas expressões a seguir apresentadas. Notar que os valores de $?_{ow}$ e $?_{oq}$ foram calculados pela Tabela 11 considerando, respectivamente, pressão dinâmica do vento e a situação de barra de treliça como parte de uma estrutura destinada a uma garagem. $?_g$ = 1,4 (ação permanente de grande variabilidade - combinação normal) e $?_q$ = 1,4 (ação variável - combinação normal).

caso 1: $F_d = \Sigma \gamma_{Gi} G_{ik} + \gamma_Q \left[Q_k + \psi_{ow} W_k \right]$

caso 2: $F_d = \Sigma \gamma_{Gi} G_{ik} + \gamma_Q \left[0{,}75 W_k + \psi_{0Q} Q_k \right]$

F_{d1} = 1,4x3450 + 1,4x[1300 + 0,5x700] = 7140 daN (caso 1)
ou
F_{d2} = 1,4x3450 + 1,4x[0,75x700 + 0,8x1300] = 7021daN (caso 2)

Portanto: F_d = 7140 daN = N_d

Assim:

$$\begin{cases} s_{Nd} = \dfrac{7140}{72} = 99{,}17 \text{ daN/cm}^2 \\ s_{Md} = \dfrac{M_d}{I} \cdot y \quad \begin{cases} \dfrac{M_{dx}}{864} \times 6 = \dfrac{M_{dx}}{144} \\ \dfrac{M_{dy}}{216} \times 3 = \dfrac{M_{dx}}{72} \end{cases} \end{cases}$$

O valor de M_d é calculado pela expressão sequinte, observando-se que o valor de F_E deve ser maior que o valor de N_d:

$$M_d = N_d \cdot e_{1,ef} \left(\frac{F_E}{F_E - N_d} \right)$$

onde: $F_E = \dfrac{p^2 E_{c0,ef} I}{L_0^2}$

$k_{mod} = 0{,}7 \times 1{,}0 \times 0{,}8 = 0{,}56$ (ver Tabela 12 da NBR 7190/97)

$E_{co,ef} = k_{mod} \times E_{co,m} = 0{,}56 \times 245.000 = 137.200$ daN/cm^2

(**OBS:** $E_{co,m} = 245.000$ daN/cm^2 - classe C60 - Dicotiledônea)

Os valores de F_E calculados para os eixos X e Y serão iguais, pois $?_x = ?_y$:

O valor de $e_{1,ef}$ é calculado pela expressão: $e_{1,ef} = e_1 + e_c = e_i + e_a + e_c$

$$F_{E,x} = \frac{p^2 \times 137200 \times 864}{330^2} = 10.743 \text{ daN}$$

$$F_{E,y} = \frac{p^2 \times 137200 \times 216}{165^2} = 10.743 \text{ daN}$$

Portanto: $F_E = 10.743$ daN

Para garantir a verificação nas duas direções serão calculados dois valores:

$$\begin{cases} e_{a,x} = \dfrac{330}{300} = 1{,}1 > \dfrac{h_x}{30} = \dfrac{12}{30} \\ e_{a,y} = \dfrac{165}{300} = 0{,}55 > \dfrac{h_y}{30} = \dfrac{6}{30} \end{cases}$$

O valor de e_c é calculado pela expressão:

$$e_c = \left(e_{ig} + e_a\right) \left\{ \exp \left[\frac{\phi \cdot K'}{F_E - K'} \right] - 1 \right\}$$

$$\text{onde } K' = N_{gk} + \left(\psi_1 + \psi_2\right) N_{qk}$$

$$\text{com } \psi_1 + \psi_2 \leq 1$$

Lembrar que F_d foi calculado tendo o vento como ação variável secundária. Assim, os valores dos coeficientes $?_1$ e $?_2$ foram determinados para o caso da ação variável principal (sobrecarga) que não é o efeito do vento. Assim, admitindo que a estrutura é de uma oficina,

conforme enunciado, então têm-se os coeficientes $\psi_1 = 0,7$ e $\psi_2 = 0,6$. Como a soma dos dois valores não pode ser maior que um então, $\psi_1 + \psi_2 = 1$.

Os valores usados no cálculo de K' são:

$$N_{gk} = 3450 \text{ daN}$$

$$N_{qk} = 1300 + 700 = 2000$$

(OBS: para N_{qk} tomou-se a soma simples dos dois valores das ações variáveis)

Portanto: $K' = 3450 + (1)\times 2000 = 5450$ daN

O coeficiente de fluência f foi considerado igual a 0,8 para a situação de classe de umidade (1) e (2) e classe de carregamento permanente ou de longa duração.

O valor e_{ig} é igual a zero, pois $M_{1g,d} = 0$ ($e_{ig} = M_{1g,d}/N_{gd}$) , uma vez que se trata do caso de uma barra solicitada exclusivamente por compressão. Vale lembrar que para o caso de peças esbeltas, a NBR 7190/97 não especifica que este valor deve ser no mínimo igual à relação h/30, como é feito para o caso de peças medianamente esbelta. Assim:

$$e_{ig,x} = e_{ig,y} = 0$$

Lembrando que $F_E = 10743$ daN, então:

$$e_{c,x} = (0 + 1,1)\cdot\left[\exp\left(\frac{0,8\times 5450}{10743-5450}\right)-1\right] = 1,41 \text{ cm}$$

$$e_{c,y} = (0 + 0,55)\cdot\left[\exp\left(\frac{0,8\times 5450}{10743-5450}\right)-1\right] = 0,70 \text{ cm}$$

Assim:

$$(e_{1,ef})_x = 0 + 1,1 + 1,41 = 2,51 \text{ cm}$$

$$(e_{1,ef})_y = 0 + 0,55 + 0,70 = 1,25 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} M_{d,x} = 7140\times 2,51\times\left[\dfrac{10743}{10743-7140}\right] = 53436 \text{ daN}\cdot\text{cm} \\ M_{d,y} = 7140\times 1,25\times\left[\dfrac{10743}{10743-7140}\right] = 26612 \text{ daN}\cdot\text{cm} \end{cases}$$

$$\sigma_{Md} = \begin{cases} \sigma_{Md,x} = \dfrac{53436}{144} = 371 \text{ daN/cm}^2 \\ \sigma_{Md,y} = \dfrac{26612}{72} = 370 \text{ daN/cm}^2 \end{cases} \qquad \text{Portanto: } \sigma_{Md} = 371 \text{ daN/cm}^2$$

Verificação da condição de segurança:

$$\frac{S_{Nd}}{f_{co,d}} + \frac{S_{Md}}{f_{co,d}} = \frac{99,17}{240} + \frac{371}{240} = 1,96 \geq 1$$

Portanto, a condição de segurança é inaceitável.

EXERCÍCIO 6

Verificar a viga considerando-a solicitada por uma força axial de compressão e momentos nas extremidades. A força axial corresponde a uma força permanente de 15kN e uma acidental de 10kN. Os momentos nas extremidades são dados por:

i) extremidade inicial: 33,4 kNcm permanente mais 22,3 kNcm acidental
ii) extremidade final: 2,2 kNcm permanente mais 1,4 kNcm acidental

A Figura 66 apresenta as características gerais da viga. A madeira é uma Dicotiledônea C40.

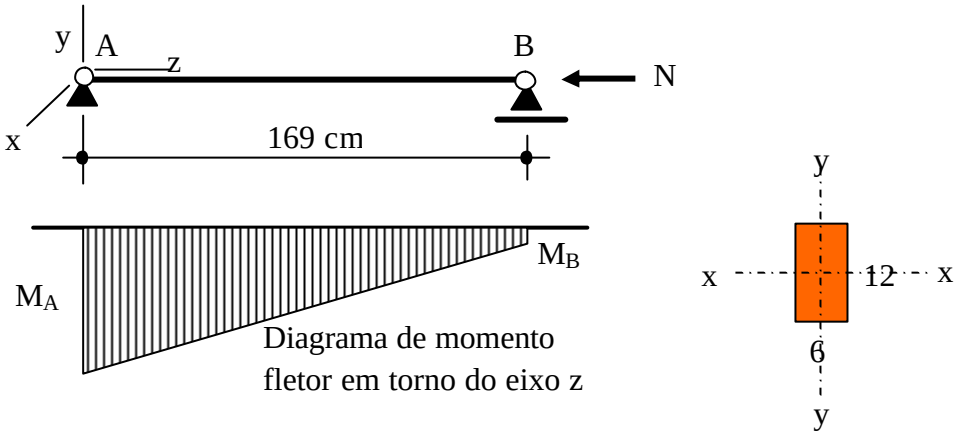


Figura 66 - ***Dimensões e solicitações na viga.***

Solução: unidades de medida a serem utilizadas: kN e cm

Características físicas e mecânicas

A = 6×12 = 72 cm^2

$I_x = \frac{6 \times 12^3}{12} = 864 cm^4$ $\qquad$ $I_y = \frac{12 \times 6^3}{12} = 216 cm$

$f_{c0,d} = 0,56 \times \frac{4,0}{1,4} = 1,6\ kN/cm^2$ $\qquad$ $f_{v0,d} = 0,56 \times \frac{0,6}{1,8} = 0,19 kN/cm^2$

$E_{c0,ef}$ = 0,56 × 1950 kN/cm^2 = 1092 kN/cm^2

Verificações

Devem ser verificados o estado limite último e o de utilização. O primeiro inclui a verificação da resistência (tensão normal e cisalhamento) e a estabilidade; o segundo a flecha.

As tensões são distribuídas sobre a seção transversal como indicado na Figura 67. As solicitações em torno de y têm predominância da força axial de compressão, porém há a

participação do momento fletor que atua em torno do eixo z (perpendicular ao plano xy). Em torno de y, a tensão σ_M é constante em cada nível, porém com valor diferente. Esta tensão é de compressão nas fibras superiores e de tração nas inferiores. Para a verificação em torno de y, será considerado o caso mais crítico que é a tensão de compressão.

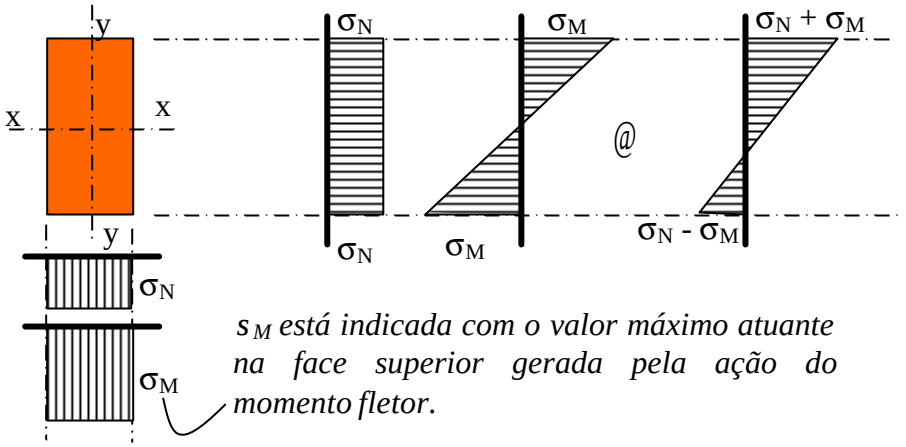


Figura 67 – ***Distribuição de tensões ao longo da seção transversal***

a) Estado limite último

Valores de cálculo (considerando γ_G e γ_Q iguais a 1,4):

N_d = 1,4×15 + 1,4×10 = 35 kN

$M_{A,d}$ = 1,4×33,4 + 1,4×22,3 = 78 kNcm

$M_{B,d}$ = 1,4×2,2 + 1,4×1,4 = 5 kNcm

a.1) Verificação da resistência

a.1.1) Tensões normais s_d:

As tensões atuantes valem:

$$s_N = \frac{35}{72} = 0{,}486\ kN/cm^2 \quad ; \quad s_M = \frac{78}{864}\times 6 = 0{,}542\ kN/cm^2$$

O eixo x é o crítico. No caso as fibras superiores estão na situação mais crítica com as tensões σ_N e σ_M produzindo compressão. Utiliza-se a expressão:

$$\left(\frac{s_{Nd}}{f_{c0,d}}\right)^2 + \frac{s_{Mx,d}}{f_{c0,d}} + k_M \frac{s_{My,d}}{f_{c0,d}} \le 1 \quad \text{ou seja:}$$

$$\left(\frac{0{,}486}{1{,}6}\right)^2 + \frac{0{,}542}{1{,}6} + 0{,}5\frac{0}{1{,}6} = 0{,}09 + 0{,}34 = 0{,}43\ \text{kN/cm}^2$$

Como 0,43 < 1 então a viga está verificada quanto à tensão normal σ_d.

a.1.2) Tensões tangenciais t_d:

A força cortante é gerada pela ação dos momentos fletores nas extremidades, portanto é constante ao longo do vão e vale (78 - 5)/169 = 0,43 kN.

No cálculo de τ_d o momento estático corresponde à seção superior (ou inferior) a partir do eixo neutro da seção transversal, ou seja,

$S = 6 \times 6 \times 3 = 108\ cm^3$

A tensão cisalhante vale $t_d = \frac{0{,}43 \times 108}{6 \times 864} = 0{,}01 kN/cm^2$

Como 0,01 < 0,19 então a viga está garantida quanto ao cisalhamento.

a.2) Verificação da estabilidade

A viga deve ser verificada para os dois eixos (x e y) simultaneamente.

a.2.1) Verificação para o eixo X

$l_x = \frac{169}{\sqrt{\frac{864}{72}}} = 48{,}7 \Rightarrow$ peça medianamente esbelta

$F_E = \frac{p^2 \times 1092 \times 864}{169^2} = 326{,}03 kN$

$e_a = L_0/300 = 169/300 = 0{,}56cm$ ou $h/30 = 12/30 = 0{,}4cm$. Portanto: $e_a = 0{,}6$ cm

$e_i = M_{1d}/N_d \geq h/30$, ou seja, $e_i = 78/35 = 2{,}2cm$

$e_1 = e_a + e_i = 0{,}6 + 2{,}2 = 2{,}8cm$

$e_d = 2{,}8 \times \left(\frac{326{,}03}{326{,}03 - 35} \right) = 3{,}1 cm$

$M_d = N_d \times e_d = 35 \times 3{,}1 = 108{,}5$ kN cm

$s_{Mdx} = \frac{108{,}5}{864} \times 6 = 0{,}75 kN/cm^2$

$s_{Mdy} = 0$

Condição de segurança:

$\frac{0{,}486}{1{,}6} + \frac{0{,}75}{1{,}6} + \frac{0}{1{,}6} = 0{,}30 + 0{,}47 = 0{,}77$ kN/cm²

Como 0,77 < 1 então a viga tem estabilidade em relação ao eixo x.

a.2.2) Verificação para o eixo Y

$l_y = \frac{169}{\sqrt{\frac{216}{72}}} = 97{,}57 \Rightarrow$ peça esbelta

$F_E = \frac{p^2 \times 1092 \times 216}{169^2} = 81{,}51 kN$

$s_{Nd} = 0{,}486$ kN/cm²

$e_a = 0{,}56$ cm (Lo/300 = 0,56 e h/30 = 0,20)

$\psi_1 = 0{,}30$; $\psi_2 = 0{,}20$ ==> $(\psi_1 + \psi_2) = 0{,}50$

K´ = 15,00 + (0,50) × 10,00 = 20,00
K= 0,80 ×20.00 / (81,51 - 20.00) = 0,260
e_c = (0,00 + 0,56) × [exp(0,260) - 1] = 0,17 cm
e_{ig} = 0 cm ei = 0 cm
e_{1ef} = 0,00 + 0,56 + 0,17 = 0,73 cm
M_d = 35,00 × 0,73 × 81,51 / (81,51 - 35,00) = 44,82 kN.cm

$$s_{Md,x} = \frac{78}{864} \times 6 = 0{,}542\ kN/cm^2$$

σ_{Mdy} = 44,82 × 3,00 / 216,00 = 0,623 kN/cm²

Condição de segurança:

$$\frac{0{,}486}{1{,}6} + \frac{0{,}542}{1{,}6} + \frac{0{,}623}{1{,}6} = 0{,}30 + 0{,}34 + 0{,}39 = 1{,}03\ \text{kN/cm}^2$$

Como 1,03 > 1, então a viga não tem estabilidade em relação ao eixo y dentro do rigor de precisão. Observa-se que a deficiência está associada ao eixo y e, portanto este deve ser reforçado. Assim, para solucionar o processo poderia ser avaliada a possibilidade de aumentar a espessura da seção transversal. Esta alternativa pode ser interessante, pois bastaria considerar a fixação por pregos de um sarrafo ao longo do vão.

Outra solução seria adotar um contraventamento lateral impedindo deslocamentos na direção Y. Isto significa que o valor de $L_{o,y}$ é reduzido pela metade e, conseqüentemente o índice de esbeltez para o eixo y também. A peça agora classifica-se como medianamente esbelta. Assim, execute as operações e encontre que o novo valor de σ_{Mdy} torna-se igual a 0,26 kN/cm^2. Portanto, a viga estará verificada uma vez que a condição de segurança resultará na verificação: 0,81 < 1.

b) Verificação do estado limite de utilização

Valores de cálculo: será considerado o caso de ações de longa duração, em local onde não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevada concentração de pessoas. Deve ser lembrado que a combinação de carregamento neste caso é dada pela expressão:

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^{n} y_{2j} F_{Qj,k}$$

Como não está sendo exigida a verificação do encurtamento da peça, então nada será verificado em termos de deformações envolvedo a força N_d. Assim, as flechas deverão ser verificadas ao longo do vão considerando a ação dos momentos nas extremidades. Com isto, a combinação crítica será dada pelos valores a seguir com ψ_2 = 0,2:

$M_{A,d}$ = 33,4 + 0,2 ×22,3 = 37,9 kNcm
$M_{B,d}$ = 2,2 + 0,2×1,4 = 2,5 kNcm

Pela linha elástica de uma barra submetida à ação de momentos em suas extremidades observa-se que o valor máximo de deslocamento está no trecho compreendido entre o apoio A e o centro da viga (a flecha não é máxima no centro do vão). Portanto, não é possível aplicar as expressões mostradas na Tabela 23. Para conhecer o ponto exato, pode-se utilizar o princípio dos trabalhos virtuais. Contudo, este cálculo levará a uma equação do segundo grau, que demanda uma manipulação algébrica. A solução da equação é facilmente obtida usando-se programas computacionais matemáticos.

b.1) Aplicação do PTV para análise da flecha

O deslocamento máximo para o caso, viga bi-apoiada, é igual a L/200 (item 9.2.1 da NBR 7190/97), ou seja, 169/200 = 0,85 cm.

Os diagramas de momentos fletores mostrados na Figura 68 serão envolvidos no cálculo do deslocamento. O diagrama do estado de carregamento refere-se à viga com a carga unitária numa posição genérica a uma distância x do apoio da esquerda. A integral do produto destas duas funções (momentos fletores) - Equação 1, dividida pelo momento de inércia e módulo de deformação longitudinal resultará no valor do deslocamento. Como esta expressão é dependente da variável x, primeiro se deve buscar o ponto onde o deslocamento é máximo, fazendo-se a primeira derivada de *d* igual a zero. Substituindo-se x na Equação 1, determina-se o valor do máximo deslocamento.

$$d = \int_0^L \frac{M \times M_1}{EI} dx \qquad \textit{Equação 1}$$

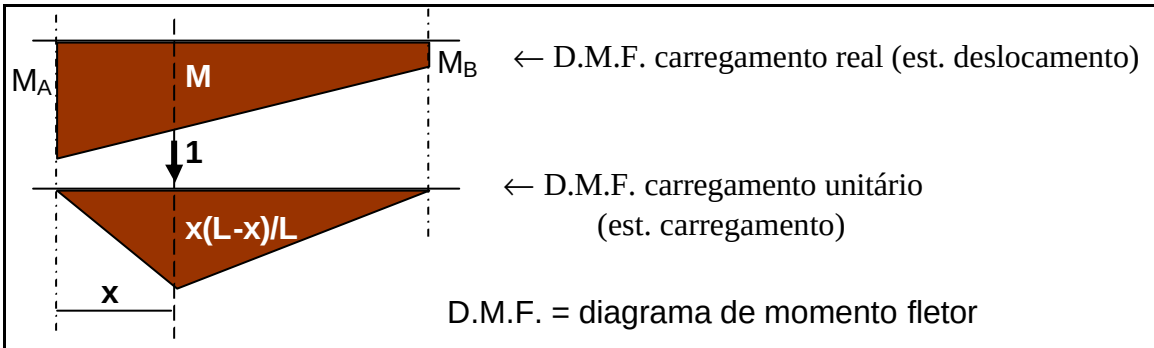


Figura 68 – DMF para cálculo do máximo deslocamento

O resultado da aplicação da Equação 1 aos diagramas da Figura 68 resulta na expressão:

$$EId = (M_A + 2M) \times \frac{x^2(L-x)}{6L} + (2M + M_B) \times \frac{x(L-x)^2}{6L}.$$

Fazendo-se $\frac{dd}{dx} = 0$ tem-se $x = \left(\frac{3M_A - 1{,}732\sqrt{M_A^2 + M_A M_B + M_B^2}}{3(M_B - M_A)} \right) \times L$ para $M_A \neq M_B$.

Obviamente que se $M_A = M_B$ *x* valerá L/2.

O deslocamento máximo valerá: $d_{max} = \frac{x(L-x)\left[x(M_B - M_A) + L(2M_A + M_B)\right]}{6 \times L \times E \times I}$

Para o exemplo *x* = 72,9 e *d* = 0,078 cm. Como esperado o valor é bastante pequeno, bem menor que L/200 que é 0,85 cm. Como dito, o exemplo é apenas ilustrativo para o procedimento de busca de valor de máximo deslocamento.

EXERCÍCIO 7

Faça todas as verificações necessárias para a viga da Figura 69, de acordo com a NBR 7190/97. Considerar uma única carga *q* permanente (ação permanente de grande

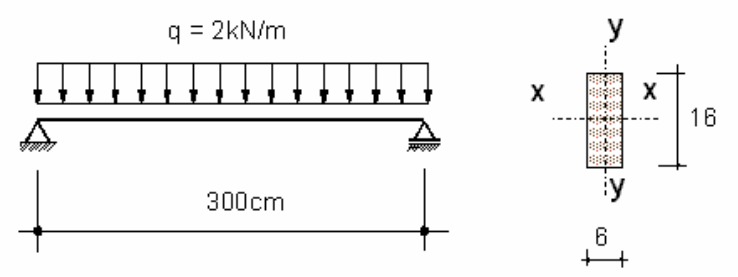


Figura 69

variabilidade) igual a 2,0 kN/m. A seção transversal é igual a 6x16cm. Considerar contraventamentos laterais nas extremidades da viga. Madeira: Conífera da classe C30.

Trata-se de um problema de flexão simples reta. Neste caso as verificações devem ser feitas para o estado limite último (momento fletor, força cortante, instabilidade lateral) e para o estado limite de utilização associado às deformações.

Para os itens que caracterizam o estado limite último, deve-se determinar a carga de cálculo usando-se o coeficiente de ponderação 1,4 por se tratar de uma carga permanente de grande variabilidade (caso desfavorável). Assim: $q_d = 1,4 \times 2 = 2,8$ kN/m.

Esta carga uniformemente distribuída aplicada sobre a viga produzirá momento fletor e força cortante indicados na Figura 70. Os valores indicados são valores de cálculo.
A flexão ocorre para solicitações atuantes em torno do eixo X-X da seção transversal 6x16 cm. Assim, o momento de inércia a ser considerado no cálculo vale:

$I_x = 6 \times 16^3/12 = 2048$ cm^4

a) verificação da tensão normal s :

Tensão normal (s):

$M_d = 315$ kNcm

Resistência $f_{c0,d}$:

$f_{c0,d} = 0,56 \times 3,0/1,4 = 1,20$ kN/cm^2

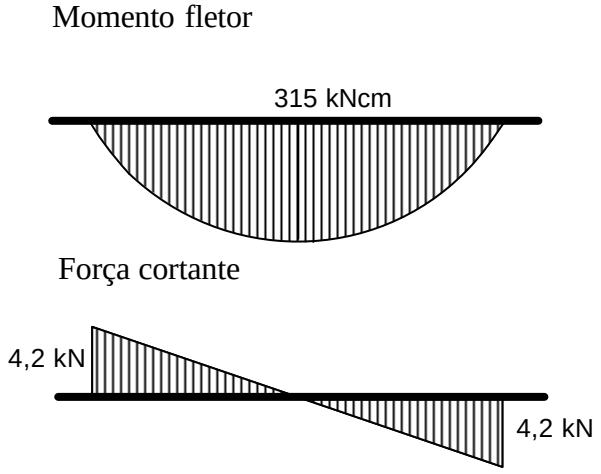


Figura 70

$\sigma_{c1,d} = s_{t1,d} = 315 \times 8 / 2048 = 1{,}23$ kN/cm^2 ($k_{mod} = 0{,}56$ e $?_c = 1{,}4$)

Portanto, comparando-se a tensão normal atuante de cálculo com a resistência da madeira na compressão paralela, verifica-se que os valores são praticamente iguais, ou seja, 1,23?1,20. Assim, considera-se que a condição de segurança quanto à resistência normal (σ) é aceitável.

b) verificação da tensão tangencial t :

tensão tangencial t : **Resistência $f_{v0,d}$:**

$S = 6\times8\times4 = 192$cm^3 $f_{v0,d} = 0{,}56\times0{,}60/1{,}8 = 0{,}19$ kN/cm^2

$\tau = 4{,}2\times192/(6\times2048) = 0{,}07$ kN/cm^2 ($k_{mod} = 0{,}56$ e $?_c = 1{,}8$)

Portanto, comparando-se a tensão tangencial atuante de cálculo ($\tau = 0{,}07$ kN/cm^2) com a resistência da madeira ao cisalhamento ($f_{v0,d} = 0{,}19$ kN/cm^2), verifica-se que a condição de segurança quanto ao cisalhamento (τ) é aceitável.

c) verificação da estabilidade lateral

$L_1 = 300$ cm (distância entre pontos de contraventamentos)

$E_{c0,ef} = 0{,}56\times1450 = 812$ kN/cm^2

$$\frac{L_1}{b} = \frac{300}{6} = 50$$

$$b_M \Rightarrow \frac{h}{6} = \frac{16}{6} = 2{,}67 \begin{cases} 2 \rightarrow 8{,}8 \\ 2{,}67 \rightarrow 11{,}13 \\ 3 \rightarrow 12{,}3 \end{cases}$$

$$\therefore b_M = 11{,}13$$

$$\frac{E_{c0,ef}}{b_M f_{c0,d}} = \frac{812}{11{,}13\times1{,}2} = 60{,}8$$

Como $\frac{L_1}{b} < \frac{E_{c0,ef}}{ß_M f_{c0,d}}$, ou seja, 50 < 60,8, então a estabilidade lateral da viga está garantida.

d) Estado limite de utilização (deformação):

A flecha máxima para o caso em questão pode atingir o valor 1/200 do vão, de acordo com a NBR 7190/97. Neste caso o cálculo da carga de cálculo tem o coeficiente de ponderação igual a 1.00, para a combinação de ações nos estado limite último de utilização. Assim, a carga que produz as deformações deve ser considerada igual a 2kN/m = 0,02kN/cm.

Usando o Princípio dos Trabalhos Virtuais, a flecha para o caso de viga apoiada-apoiada com carga uniformemente distribuída corresponde a $\frac{5}{384}\times\frac{ql^4}{E_{c0,ef}\times I}$. Esta expressão também pode ser obtida através da Tabela 23.

$$u_{\lim}=\frac{300}{200}=1{,}5cm$$

$$u_{d,uti}=\frac{5\,q\,l^4}{384\,E_{c0,ef}\;I}=\frac{5\times 0{,}02\times 300^4}{384\times 812\times 2048}=1{,}27cm$$

$\therefore\ u_{\lim} > u_{d,uti}$

Portanto, o estado limite de deformação também é atendido.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

EXERCÍCIO PROPOSTO 1

Verificar a viga solicitada por ações normais, sendo duas cargas de 1kN consideradas como cargas variáveis correspondentes ao caso onde não predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas. A carga uniformemente distribuída é considerada permanente igual 1.20kN/m. A viga tem vão de 4m e seção transversal conforme indicado na Figura 71. A madeira considerada é Dicotiledônea da classe C60.

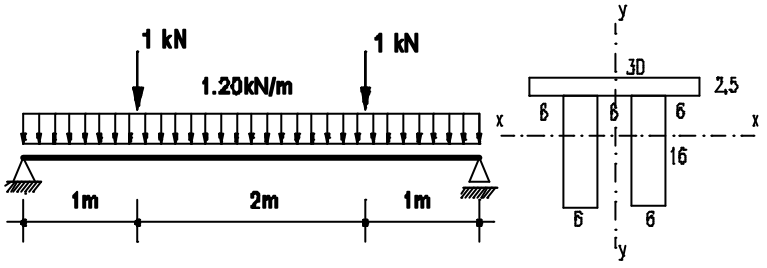


Figura 71

EXERCÍCIO PROPOSTO 2

Faça a verificação da ligação parafusada do nó C da estrutura da Figura 72, considerando que sobre a mesma atue uma ação permanente (grande variabilidade) proveniente das cargas das telhas, terças e peças de madeira que totaliza 0,40 kN/m^2, a ser considerada como uniformemente distribuída sobre o trecho ABCD da estrutura. Esta carga distribuída é aplicada na estrutura na forma de forças concentradas nos pontos onde existem as terças (A, B, C e D). Além disto, considere um efeito de vento (sobrepressão) igual a 0,15 kN/m^2 (atua perpendicularmente à superfície associada ao trecho ABCD) e uma sobrecarga de 0,25 kN/m^2 distribuídas sob as mesmas condições da carga permanente. Para cálculo dos esforços, utilize o esquema estático mostrado na Figura 72, lembrando que a carga é distribuída uniformemente (verticalmente) ao longo do trecho ABCD. A distância entre estruturas é igual

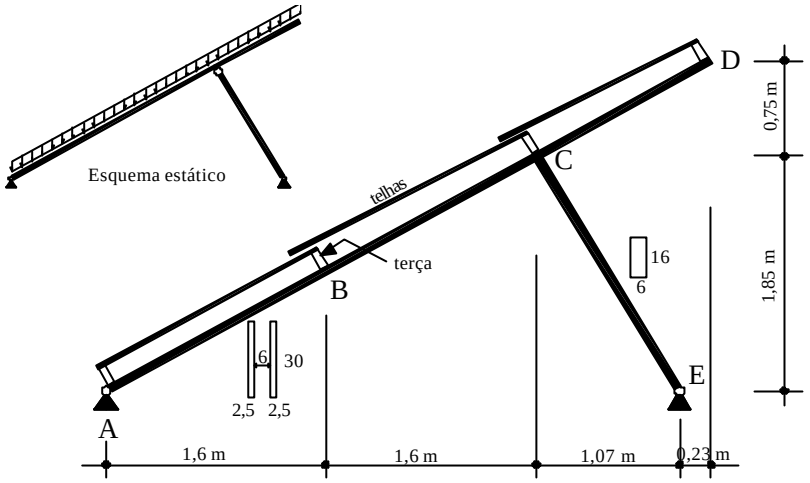


Figura 72 – Representação geral da estrutura.

a 3 m. Madeira: Dicotiledônea C40. O trecho ABCD é formado por duas peças de 2,5×30 cm^2 e o trecho CE por vigotas de 6×16 cm^2. Adotar f_{yd} = 240 MPa.

EXERCÍCIO PROPOSTO 3

Verificar o caibro de 5 × 6 cm² de comprimento 150 cm ilustrado na Figura 73 Considerar o mesmo comprimento de flambagem para as direções X e Y. Usar k_{mod} = 0,56. A madeira é Dicotiledônea C60. A força indicada é permanente e representa o valor característico. Classe de umidade 1.

EXERCÍCIO PROPOSTO 4

Determinar a carga uniformemente distribuída "q" aplicada sobre a viga biapoiada, com um balanço, indicada na Figura 74. A madeira é Dicotiledônea C30. Considerar q como carga de longa duração. Madeira de 2ª categoria. A viga é contraventada lateralmente nos pontos A, B e C. Classe de umidade 1.

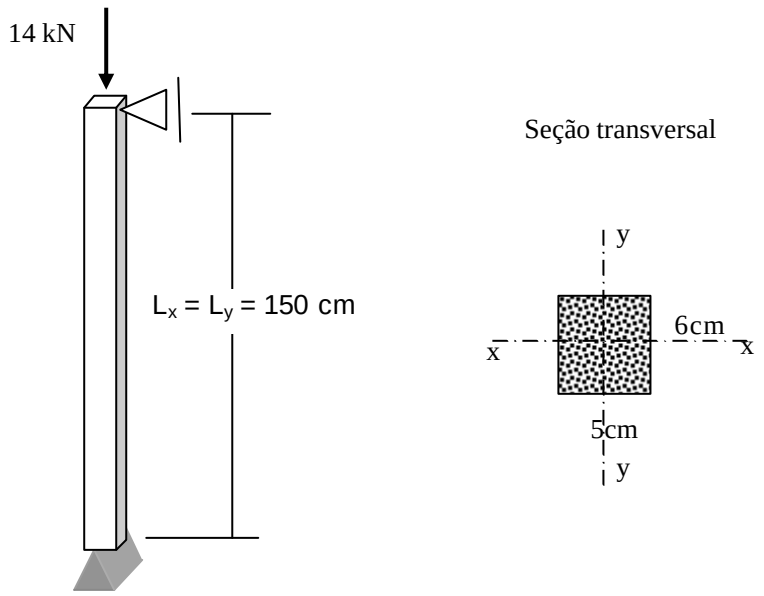


Figura 73

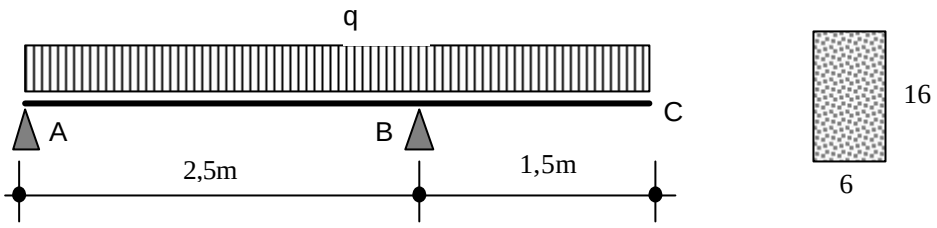


Figura 74

ANEXOS

Classes de resistência de algumas espécies de madeiras

DICOTILEDÔNEAS

Espécie	f_{c0} (MPa)	0.7 f_{c0} (MPa)	Classe $f_{c0,k}$ (MPa)
Eucalipto Grandis	40,30	28,21	20
Cedro Doce	31,50	22,05	20
Cedro Amargo	39,00	27,30	20
Eucalipto Umbra	42,70	29,89	20
Angico Vermelho	41,80	29,26	20
Peroba Rosa	42,50	29,75	20
Quarubarana	37,80	26,46	20
Eucalipto Camaldulensis	48,00	33,60	30
Eucalipto Dunnii	48,90	34,23	30
Eucalipto Cloeziana	51,80	36,26	30
Eucalipto Maidene	48,30	33,81	30
Eucalipto Triantha	53,90	37,73	30
Eucalipto Urophylla	46,00	32,20	30
Louro Preto	56,50	39,55	30
Eucalipto Microcorys	54,90	38,43	30
Eucalipto Propinqua	51,60	36,12	30
Eucalipto Saligna	46,80	32,76	30
Casca Grossa	56,00	39,20	30
Castelo	54,80	38,36	30
Canafístula	52,00	36,40	30
Angelim Araroba	50,50	35,35	30
Branquilho	48,10	33,67	30
Cupiúba	54,40	38,00	30
Eucalipto Alba	47,30	33,11	30
Guarucaia	62,40	43,00	40
Ipê	76,00	53,20	40
Garapa Roraima	78,40	54,88	40
Guaiçara	71,40	49,00	40
Angelim Ferro	79,50	55,65	40
Oiticica Amarela	69,90	48,93	40
Tatajuba	79,50	55,65	40
Maçaranduba	82,90	58,03	40
Mandioqueira	71,00	49,98	40
Eucalipto Punctata	78,50	54,95	40
Cafearana	59,10	41,37	40

Catiúba	83,80	58,66	40
Eucalipto Maculata	63,50	44,45	40
Eucalipto Paniculata	72,70	50,89	40
Angelim Pedra Verdadeiro	76,70	53,69	40
Angelim Pedra	59,80	41,86	40
Eucalipto Citriodora	62,00	43,40	40
Eucalipto Tereticornis	57,70	40,39	40
Jatobá	93,30	65,31	60
Sucupira	95,20	66,64	60
Champagne	93,20	65,24	60

Classes de resistência de algumas espécies de madeiras

CONÍFERAS

Espécie	**f_{c0} (MPa)**	**0.7 f_{c0} (MPa)**	**Classe $f_{c0,k}$ (MPa)**
Pinus bahamensis	32,60	22,82	20
Pinus caribea	35,40	24,78	20
Pinus elliotii	40,40	28,28	25
Pinho do Paraná	40,90	28,63	25
Pinus hondurensis	42,30	29,61	25
Pinus oocarpa	43,60	30,52	30
Pinus taeda	44,40	31,08	30

TABELA DE CARACTERÍSTICAS DE PREGOS

Bitolas comerciais	Diâmetro (mm)	Comprimento (mm)	Nº de pregos por pacote de 1 kg
12x12	1.6	22	1970
13x15	2.0	28	1430
14x18	2.2	36	895
15x18	2.4	36	685
16x18	2.7	36	520
17x24	3.0	50	320
17x27	3.0	54	285
18x24	3.4	50	255
18x30	3.4	60	205
19x30	3.9	60	170
19x36	3.9	72	140
20x30	4.4	60	135
20x42	4.4	84	97
22x36	5.4	72	75
22x48	5.4	100	56
24x48	6.0	100	34
25x60	6.6	137	27
26x84	7.2	190	17

CONVERSÕES DE UNIDADES

Os engenheiros brasileiros acostumaram-se a utilizar unidades de forças iguais a *kgf* ou *tf*, confundindo, de certa forma, massa com força. Para as unidades de comprimentos sempre foram utilizados *mm*, *cm* ou *m*. Contudo, o sistema internacional de unidades exige que as unidades de forças sejam efetivamente unidades de força, resultando nas unidades Newton e seus múltiplos.

Para facilitar estas conversões são apresentadas a seguir algumas transformações usuais. Observa-se uma tendência da utilização da unidade *daN* (deca-Newton), que numericamente é equivalente a *kgf*. Com isto tem-se a vantagem da facilidade de raciocínio para aqueles acostumados com o sistema de unidades normalmente empregado pelos engenheiros brasileiros. Resta saber se esta unidade (*daN*) está sendo empregada no meio internacional, pois apesar de satisfazer o sistema internacional de unidades, pode-se continuar tendo problemas de conversões quando em trocas de informações em comunicações técnicas com o exterior, dificultando da mesma forma o raciocínio. As unidades *kN* e *cm* também parecem uma boa composição para representar força e unidade de comprimento.

$$deca = 10 \qquad kilo = 10^3 \qquad mega = 10^6$$

$$1\,kN = 100\,kgf$$

$$MPa = \frac{N}{mm^2}$$

$$Pa = \frac{N}{m^2} = (10)^{-6}\,\frac{N}{mm^2} = 10^{-6}\,MPa$$

$$MPa = 10^6\,Pa$$

$$1\,MPa = 10\,\frac{daN}{cm^2}$$

$$1\,kN = 1000\,N$$

$$1\,MPa = \frac{N}{mm^2} = 10^2\,\frac{N}{cm^2} =$$

$$1\,daN = 10\,N$$
$$1\,daN = 1\,kgf$$

$$1\,\frac{daN}{cm^2} = 1\,\frac{kgf}{cm^2} = 10^{-1}\,MPa$$

$$1\,MPa = 10\,daN = 10\,kgf$$

Com o objetivo de melhor compreender o significado destas unidades, considera-se importante entender as transformações feitas anteriormente. Para isto, deve-se saber os conceitos de massa e força.

Partindo-se da definição do valor associado a 1 *N* tem-se: *"1 N é a força necessária para produzir uma aceleração de 1 m/s em uma massa de 1 kg"*. Lembrando que *força = massa ´ aceleração*, então uma massa de 1 *kg* sujeita ao efeito da gravidade produz uma força igual a aproximadamente 10 vezes a sua massa (aproximando aceleração da gravidade para 10 *m/s*), ou seja, esta massa produz uma força equivalente a 10 vezes a definição de 1 *N*. Portanto, pode-se concluir que a massa de 1 *kg* tem o efeito equivalente a 10 *N* em força. Considerando que no "antigo" sistema de unidades confundia-se massa com força, fazia-se a transformação direta de *kg* para *kgf*. Por isto, diz-se que 1 *kg* = 1 *kgf* = 10 *N*.

Transformações do sistema imperial para o internacional:

Tensões: lbf/in^2 = 0.006894757 MPa

Momento:
lbf.in = 0.1129848 N.m
lbf.ft = 1.355818 N.m
kgf.cm = 0.0980665 N.m

Força:
lbf = 4.448222 N
kgf = 9.806650 N
lbf = 0.004448222 kN

Força por comprimento:
lbf/ft = 14.59390 N/m
lbf/in = 0.1751268 N/mm

Outras conversões:

1in = 2.54 cm

1 ft = 30.48 cm = 12 in

1 kgf = 9.81 N = 2.2 lbf

1 Pa = 1 N/m^2

1 MPa = 10^6 Pa = N/mm^2

1 kgf m = 86.71 lb.in

1 kpsi = 1000 psi = 6.867 MPa

1 psi = 0.006867 MPa = 0.07031 kgf/cm^2 = 0.0007031 kgf/mm^2

1 in.lb = 1.1521 kgf.cm

1 in.lb = 0.1152 N.m

1 lb = 0.4536 kgf = 4.536 N

BIBLIOGRAFIA

Anais do I ao VIII Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira, IBRAMEM, 1983 – 2002.

Associação Brasileira de Normas Técnicas: Projeto de Estruturas de Madeira.- NBR 7190/97. São Paulo - ABNT - 1997.

BODIG, J.& JAYNE, B. A. **Mechanics of wood and wood composites.** New York. Van Nostrand Reinhold Company. 1982. 711p.

CALIL JR., C.; LAHR, F.A.R.; DIAS, A.A. **Dimensionamento de elementos estruturais de madeira.** Barueri, SP: Manole, 2003. 152p.

HELLMEISTER, João César. **Estruturas de madeira - Notas de Aula**. 3ª ed. São Carlos-SP, Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira - EESC-USP, 1978. 80p.

KARLSEN, G. G. **Wooden structures**. Moscou, Mir Publishers, 1976.

KOLLMANN, Franz F. P. & CÔTE, Wilfred A. Jr. **Principles of wood science and technology / solid wood.** New York, Springer-Verlag. 1984. 703p.

MASCARENHAS, A. C. **Fôrmas para concreto**. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBa. 1993. 97p.

MOLITERNO, Antonio. **Caderno de projetos de telhados em estruturas de madeira**. 2.ed. São Paulo, Edgard Blücher, 1992. 461p.

MOLITERNO, Antonio. **Escoramentos, cimbramentos, fôrmas para concreto e travessias em estruturas de madeira** - São Paulo, Edgard Blücher, 1989. 379p.

OZELTON, E. C. & BAIRD, J. A. - **Timber designer's manual**. London, Crosby Lockwood Staples, 1976. 518p.

PFEIL, Walter. **Cimbramentos**. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora.

PFEIL, Walter. **Estruturas de madeira**. 4.ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1985. 295p.