UNIVERSIDADE POSITIVO

**Engenharia Civil**
Avaliação de Teoria das Estruturas - 2014 / Bimestre 1
Professor: Juliano J. Scremin

**TE14-AB-B1a**

Aluno: GABARITO Turma:

**Orientações:**

- Leia atentamente todas as instruções da prova;
- É permitida a consulta a 3 folhas A4 manuscritas a serem entregues junto com a prova. A não entrega destas folhas bem como a entrega fora dos padrões (fotocopiada, impressa ou com qualquer elemento não manuscrito) implicará na perda de 1,5 pontos na nota bimestral;
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova;
- As provas serão corrigidas sem a presença dos alunos, portanto, a resolução das questões deverá ser auto-explicativa;
- Utilize as convenções definidas em sala de aula;
- Quais que aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas.
- Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado "tentativa de cola" e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- Durante a realização das provas não é permitido ao aluno ausentar-se do salão para ida a sanitários ou por qualquer outro motivo. A saída do salão de provas implica na entrega da prova para correção.
- **É TERMINANTEMENTE PROIBIDO DESMONTAR ESTE CADERNO DE PROVA**

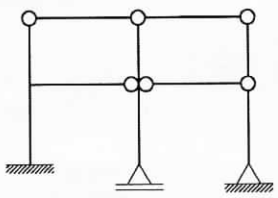
---

**- Para todos os cálculos nas questões abaixo utilize 4 algarismos significativos.**

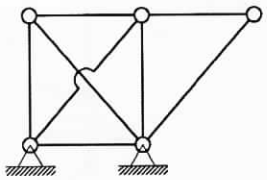
**Questão 01:**

- Determine o grau estático dos modelos estruturais ao lado:

**[ Total: 2,0 pontos – 1,0 ponto cada ]**



(a)



(b)

(a) $h_{ext} = 6 - [(2-1)\times 4 + (3-1)\times 2] - 3$

$h_{ext} = 6 - [4+4] - 3 = 6 - 8 - 3 = -5$

$h_{int} =$ $3 \times 2 = +6$ / $+1$

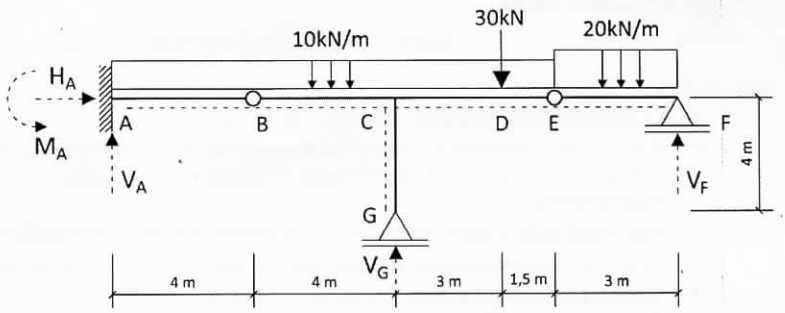
HIPERESTÁTICA GRAU 1

(b) $h_{trel} = 4 + 8 - 2\times 5 = 12 - 10 = +2$

HIPERESTÁTICA GRAU 2

**Questão 02:**

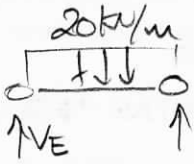
- Para o modelo estrutural ao lado determine:
  a) As ***reações de apoio (indicadas com setas tracejadas)*** adotando como sentidos positivos os indicados pelas setas; **[ 0,20 pontos cada ]**
  b) A equação de momentos fletores para os ***trechos BC e CD;*** **[ 0,50 pontos cada ]**
  c) A equação de esforços cortantes para os ***trechos BC e CD;*** **[ 0,50 pontos cada ]**
  d) O ***traçado do diagrama de momentos fletores*** para todo o modelo estrutural. **[ 1,0 ponto ]**



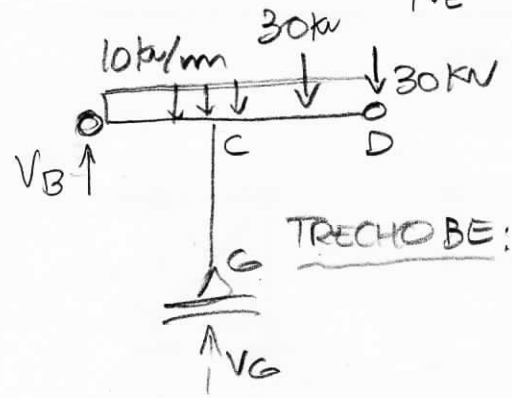

**OBS:** para as equações considerar a cada trecho de barra um novo sistema de eixos com o zero na esquerda e o sentido positivo orientado para a direita.

**[ Total: 4,0 pontos ]**

a) TRECHO EF:




$V_E = V_F = 20kN/m \times 3m / 2 = \underline{30kN}$ //




TRECHO BE:

$\Sigma M_B = 0 \curvearrowleft^{+}$

$V_G \times 4m - 10kN/m \times (8,5m)^2/2 - 30kN \times 7m - 30kN \times 8,5m = 0$

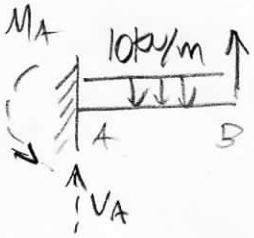
$V_G = \frac{1}{4}(5 \times 8,5^2 + 30 \times 7 + 30 \times 8,5) = \underline{206,6kN}$ //

$\Sigma F_V = 0 \uparrow^{+}$

$V_B - 10kN/m \times 8,5m - 30kN - 30kN + 206,6kN = 0$

$V_B = 10 \times 8,5 + 60 - 206,6 = \underline{-61,6kN}$

TRECHO AB:




$\underline{H_A = 0kN}$ //

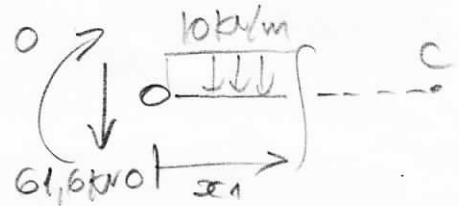
$\Sigma F_V = 0 \uparrow^{+}$ $V_A - 10kN/m \times 4m + 61,6kN = 0$

$V_A = 40kN - 61,6kN = \underline{-21,6kN}$ //

$\Sigma M_B = 0 \curvearrowleft^{+}$ $M_A + 21,6kN \times 4m + 10kN/m \times (4m)^2/2 = 0$

$M_A = -21,6 \times 4 - 10 \times 8 = \underline{-166,4\ kN.m}$ //

b) $M_B = 0$ | $Q_B = V_B = -61,6kN$

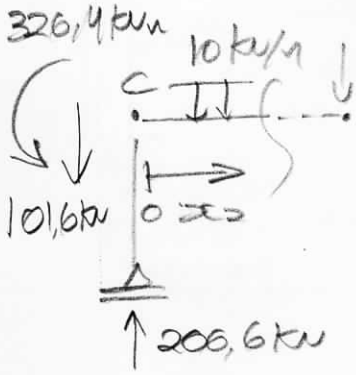



$\underline{M_{BC}(x_1) = -61,6x_1 - 5x_1^2}$ //

$\underline{Q_{BC}(x_1) = -61,6 - 10x_1}$ //

c) $M_C = M_{BC}(4) = -61,6 \times 4 - 5 \times 4^2 = -326,4$ kNm

$Q_C = Q_{BC}(4) = -61,6 - 10 \times 4 = -101,6$ kN




$M_{CD}(x_2) = -326,4 + (206,6 - 101,6)x_2 - 5x_2^2$

$M_{CD}(x_2) = -326,4 + 105x_2 - 5x_2^2$ //

$Q_{CD}(x_2) = 105 - 10x_2$ //

d) $M_D = M_{CD}(3) = -326,4 + 105.3 - 5.3^2 = -56,4$ kNm

$M_{AB\ VÃO} = 166,4/2 + 10 \times 4^2/8 = +103,1$ kNm

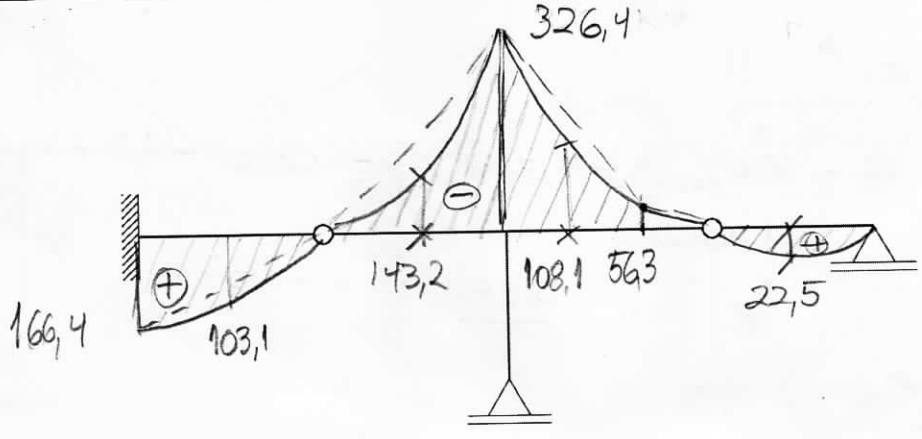
$M_{BC\ VÃO} = -326,4/2 + 10 \times 4^2/8 = -143,2$ kNm

$M_{CD\ VÃO} = \frac{-326,4 - 56,3}{2} + 10 \times 3^2/8 = -108,1$ kNm

$M_{EF\ VÃO} = 20 \times 3^2/8 = 22,5$ kNm

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | $V_A$= | -21,6 kN | $H_A$ = | 0kN | $M_A$ = | -166,4 kN | $V_G$ = | 206,6 kN | $H_F$ = $V$ | 30kN |
| b) | $M_{BC}(x_1)$ = | $-61,6x_1 - 5x_1^2$ | | | $M_{CD}(x_2)$ = | $-326,4 + 105x_2 - 5x_2^2$ | | | | |
| c) | $Q_{BC}(x_1)$ = | $-61,6 - 10x_1$ | | | $Q_{CD}(x_2)$ = | $105 - 10x_2$ | | | | |

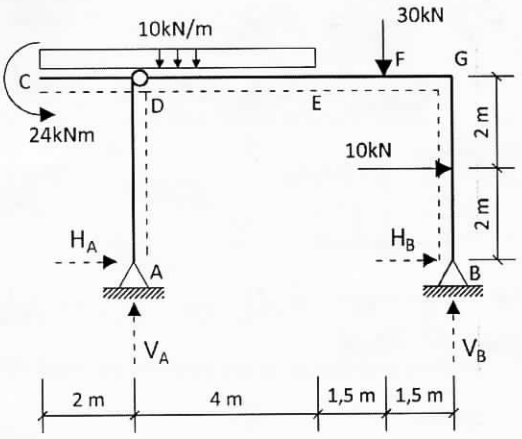
d)



**Questão 03:**

- Para o modelo estrutural ao lado determine:
  a) As ***reações de apoio (indicadas com setas tracejadas)*** adotando como sentidos positivos os indicados pelas setas; **[ 0,20 pontos cada ]**
  b) A equação de momentos fletores para o ***trecho DE*** ; **[ 0,50 pontos ]**
  c) A equação de esforços cortantes para os ***trechos EF e FG;*** **[ 0,25 pontos cada ]**
  d) O ***traçado do diagrama de esforços cortantes*** para todo o modelo estrutural; **[ 1,0 ponto ]**
  e) O ***traçado do diagrama de esforços normais (axiais)*** para todo o modelo estrutural. **[ 1,0 ponto ]**

**OBS:** para as equações considerar a cada trecho de barra um novo sistema de eixos com o zero na esquerda e o sentido positivo orientado para a direita.




**[ Total: 4,0 pontos ]**

a) $\Sigma M_D^{ESQ} = 0$ ↺⊕ $24kNm + 10kN/m \times 2m \times 1m + H_A \times 4m = 0$

$H_A = \frac{1}{4}(-24 - 10\times 2) = \underline{-11\,kN}$ //

$\Sigma F_H = 0$ →⊕ $-11kN + 10kN + H_B = 0$

$H_B = 11kN - 10kN = \underline{1\,kN}$ //

$\Sigma M_D^{DIR} = 0$ ↻⊕ $V_B \times 7m + 1kN \times 4m + 10kN \times 2m - 30kN \times 5{,}5m - 10kN/m \times 4m \times 2m = 0$

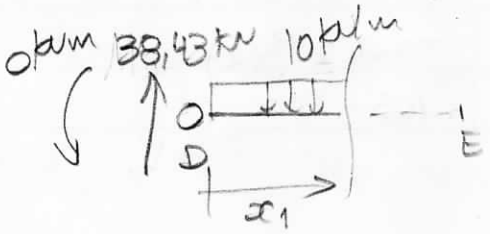
$V_B = \frac{1}{7}(-4 - 20 + 30\times 5{,}5 + 10\times 8) = \underline{+31{,}57\,kN}$ //

$\Sigma F_V = 0$ ↑⊕ $V_A - 10kN/m \times 6m - 30kN + 31{,}57kN = 0$

$V_A = 10\times 6 + 30 - 31{,}57 = \underline{+58{,}43\,kN}$ //

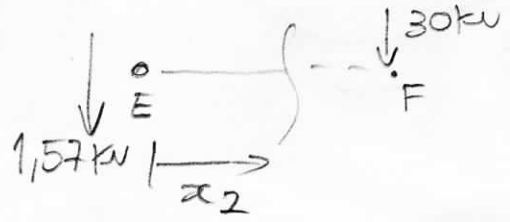
b) $M_D = 0$

$Q_D = +V_A - 10kN/m \times 2m = 58{,}43 - 20 = 38{,}43\,kN$



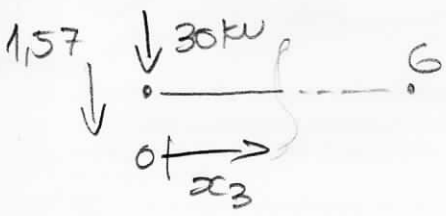

$\underline{M_{DE}(x_1) = 38{,}43\,x_1 - 5x_1^2}$ //

c) $Q_E = V_A - 10kN/m \times 6m = 58{,}43 - 60 = -1{,}57\,kN$




$\underline{Q_{EF}(x_2) = -1{,}57}$ //

$Q_F = -1{,}57\,kN$




$Q_{FG}(x_3) = -1{,}57 - 30$

$Q_{FG}(x_3) = -31{,}57$ //

d) $Q_D^{(CD)} = -10\,kN/m \times 2m = -20\,kN$

$Q_C^{(CD)} = 0\,kN$

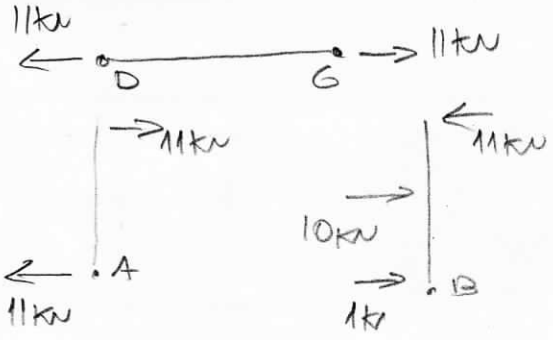
$Q_D^{(DE)} = -20\,kN + V_A = -20 + 58{,}43 = +38{,}43\,kN$

$Q_{BGUELO} = -1\,kN - 10\,kN = -11\,kN$

e) $V_A = 58{,}43\,kN$

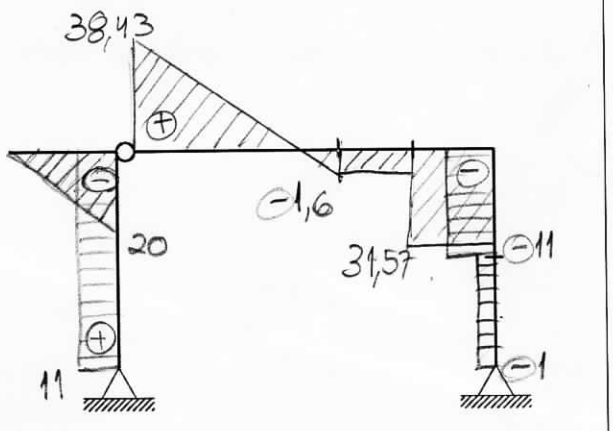
$V_B = 31{,}57\,kN$

$N_D = +11\,kN$




| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | $V_A$= | +58,43 kN | $H_A$ = | −11 kN | $V_B$ = | +31,57 kN | $H_B$ = | +1 kN |
| b) | $M_{DE}(x_1)$ = | $38{,}43x_1 - 5x_1^2$ | | | | | | |
| c) | $Q_{EF}(x_1)$ = / 2 | −1,57 | | | $Q_{FG}(x_2)$ = / 3 | −31,57 | | |

d)




e)

