UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil

Avaliação Bimestral: 2 / 2014 **TE14-AB-B2a**

Disciplina: Teoria das Estruturas

Nota:

Turma:

Aluno: GABARITO

Matrícula:

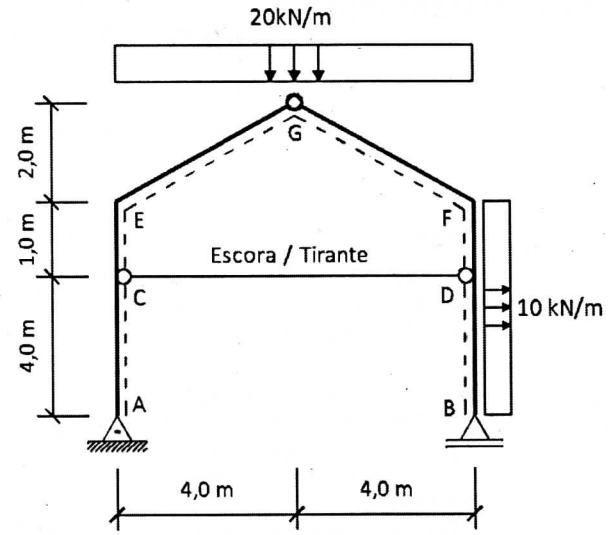
Orientações:

- Leia atentamente todas as instruções da prova;
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova;
- Não serão aceitas questões sem justificativa;
- **Respostas devem ser escritas com caneta azul ou preta nos quadros de respostas;**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- É permitida a consulta a 3 folhas A4 manuscritas a serem entregues junto com a prova. A não entrega destas folhas bem como a entrega fora dos padrões (fotocopiada, impressa ou com qualquer elemento não manuscrito) implicará na perda de 1,5 pontos na nota bimestral;
- Utilize as convenções definidas em sala de aula;
- Durante a realização das provas não é permitido ao aluno ausentar-se do salão para ida a sanitários ou por qualquer outro motivo. A saída do salão de provas implica na entrega da prova para correção.
- **Para todos os cálculos nas questões abaixo utilize 5 algarismos significativos.**
- **Em anexo segue uma folha pautada para anotação de resultados. Esta folha pode ser levada pelo aluno para conferência com o gabarito que será publicado no site de apoio.**

Questão 01: [Valor 3,2 pontos]

- Para o modelo estrutural ao lado determine:

a) As ***reações de apoio*** V_A , H_A **e** V_B *(indicar com setas os sentidos corretos das reações);* **[0,35 pontos cada]**
b) Qual é a intensidade (em kN) do ***esforço axial na barra CD***? ("+" para tração e "-" para compressão) **[0,65 pontos]**
c) O ***traçado do diagrama de momentos fletores*** para o ***trecho EG***; **[0,75 pontos]**



- Além das respostas solicitadas acima, assinale Verdadeiro **"V"** ou Falso **"F"** nas afirmações a seguir que dizem respeito ao modelo estrutural analisado nesta questão. **[0,25 pontos cada]**

01. (V) Analisando o modelo estrutural é possível afirmar que a reação horizontal H_A necessariamente não poder ser nula.
02. (F) Dada a presença do elemento CD que pode ser uma escora ou um tirante, o modelo estrutural apresenta um quadro que garante 3 graus de hiperestaticidade interna tornando o modelo como um todo hiperestático.
03. (V) O modelo estrutural é isostático.

(a) $\Sigma M_A = 0 \curvearrowleft \oplus \quad V_B \times 8m - 20kN/m \times \frac{(8m)^2}{2} - 10kN/m \times \frac{(5m)^2}{2} = 0$

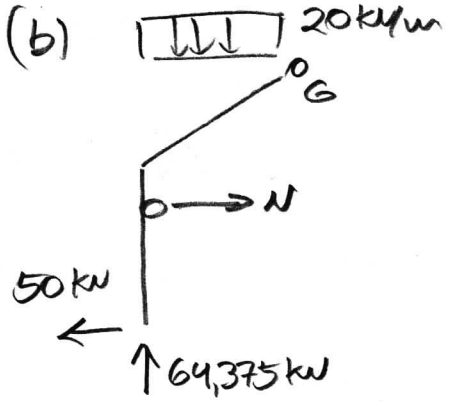
$V_B = \frac{1}{8}\left(20 \times 8^2/2 + 10 \times 5^2/2\right) = \underline{95,625\,kN}\ \uparrow$

$\Sigma F_V = 0 \uparrow \oplus \quad 95,625\,kN + V_A - 20kN/m \times 8m = 0$

$V_A = 20 \times 8 - 95,625 = \underline{64,375\,kN}\ \uparrow$

$\Sigma F_H = 0 \rightarrow \oplus \quad -H_A + 10kN/m \times 5m = 0 \qquad \underline{H_A = 50kN}\ \leftarrow$

(b)



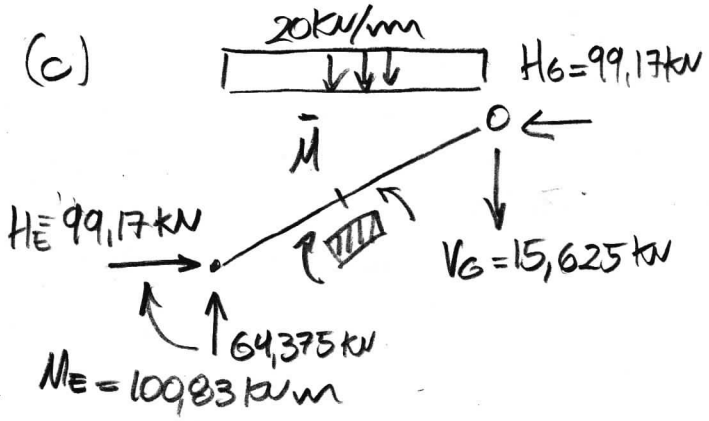
$\Sigma M_G^{ESQ} = 0 \curvearrowleft \oplus$

$N \times 3m + 20kN \times \frac{(4m)^2}{2} - 50kN \times 7m - 64,375kN \times 4m = 0$

$N = \frac{1}{3}\left(50 \times 7 + 64,375 \times 4 - 20 \times 4^2/2\right)$

$N = +149,17\,kN$ // **TIRANTE**

(c)



$\rightarrow H_E = 149,17\,kN - 50kN = \underline{99,17\,kN}$

$\curvearrowleft M_E = 50kN \times 5m - 149,17kN \times 1m$

$\curvearrowleft M_E = \underline{100,83\,kN.m}$

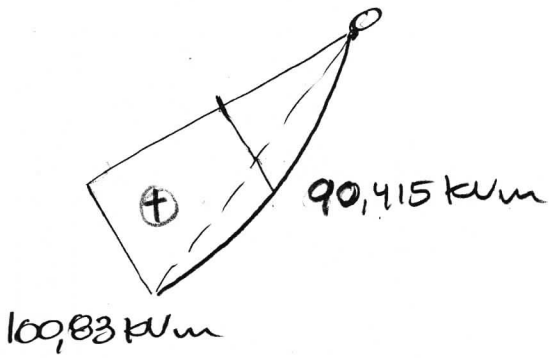
$\uparrow V_G = 64,375\,kN - 20kN/m \times 4m$

$\downarrow V_G = 15,625\,kN$

$M_A = 100{,}83 / 2 = 50{,}415$ kNm

$M_B = 20 \times 4^2 / 8 = 40{,}000$ kNm

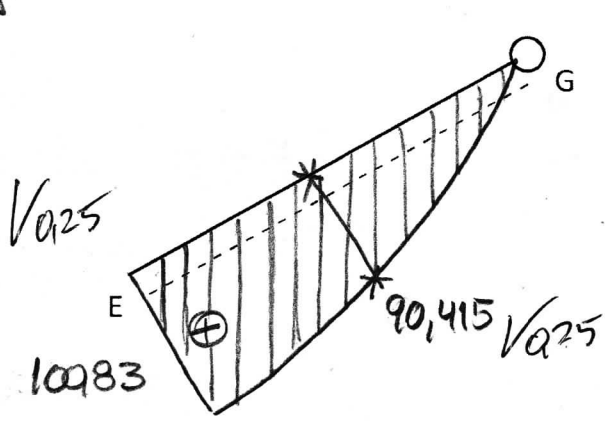
$90{,}415$ kNm



a)	V_A=	64,375 kN ↑	H_A =	50 kN ←	V_B =	95,625 kN ↑	
b)	(X) Tirante "+" ( ) Escora "-"		N_{CD} =	149,17 kN			

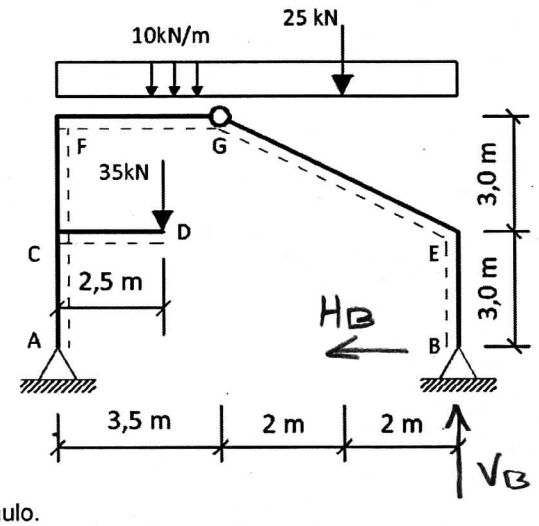
c)

(M) [kNm]



Questão 02: [Valor 3,4 pontos]

Para o modelo estrutural ao lado determine:



a) As ***reações de apoio V_B e H_B*** *(indicar com setas os sentidos corretos das reações)* **[0,40 pontos cada]**
b) O ***traçado do diagrama de esforços cortantes*** *para o* ***trecho BE;*** **[0,60 pontos]**
c) O ***traçado do diagrama de esforços cortantes*** *para o* ***trecho EG;*** **[0,75 pontos]**
d) O ***traçado do diagrama de esforços axiais (normais)*** *para o* ***trecho EG;*** **[0,75 pontos]**

- Além das respostas solicitadas acima, assinale Verdadeiro **"V"** ou Falso **"F"** nas afirmações a seguir que dizem respeito ao modelo estrutural analisado nesta questão. **[0,25 pontos cada]**

01. (V) O modelo estrutural possui reações horizontais H_A e H_B com módulos e direções iguais porém com sentidos contrários.
02. (F) Dado que no ponto G o momento fletor é nulo, consequentemente, no ponto E o momento fletor também será nulo.

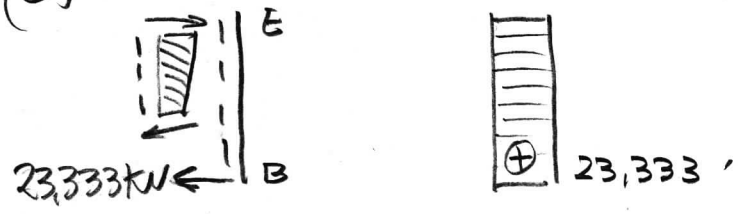
(a) $\Sigma M_A = 0 \circlearrowright^{\oplus} \quad -V_B \times 7{,}5m + 35kN \times 2{,}5m + 25kN \times 5{,}5m + 10\frac{kN}{m} \times \frac{(7{,}5m)^2}{2} = 0$

$V_B = \frac{1}{7{,}5}(35 \times 2{,}5 + 25 \times 5{,}5 + 5 \times 7{,}5^2) = \underline{67{,}500\ kN} \uparrow$

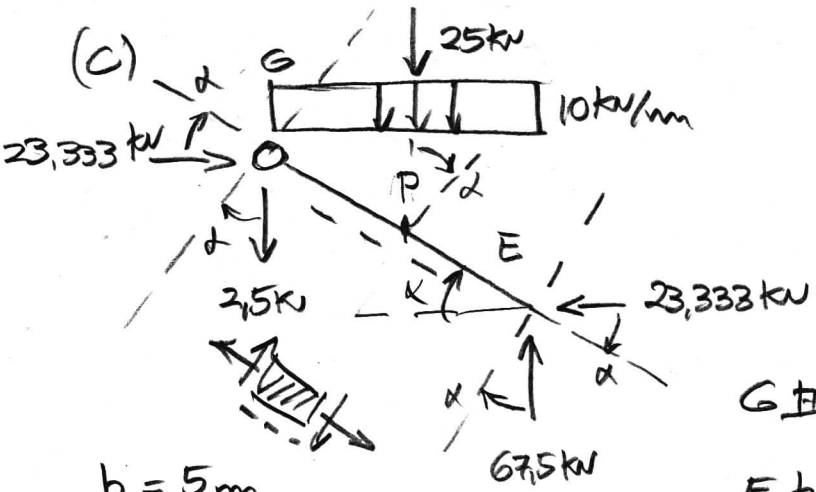
$\Sigma M_G^{DIR} = 0 \circlearrowleft^{\oplus} \quad +67{,}5kN \times 4m - 25kN \times 2m - 10\frac{kN}{m} \times \frac{(4m)^2}{2} - H_B \times 6m = 0$

$H_B = \frac{1}{6}(67{,}5 \times 4 - 50 - 5 \times 4^2) = \underline{23{,}333\ kN} \leftarrow$

(b)



(c)



$\uparrow^{\oplus} \Sigma V_G = 0$

$V_G - 25kN - 10\frac{kN}{m} \times 4m + 67{,}5kN = 0$

$V_G = 25 + 40 - 67{,}5 = \underline{-2{,}5kN}$

$G_{\perp} = -2{,}5 \times \frac{4}{5} + 23{,}333 \times \frac{3}{5} = \underline{+12\ kN}$

$E_{\perp} = 23{,}333 \times \frac{3}{5} - 67{,}5 \times \frac{4}{5} = \underline{-40kN}$

$q_{\perp} = 10\frac{kN}{m} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 6{,}4\ kN/m$

$h = 5m$

$\cos\alpha = 4/5$

$\operatorname{sen}\alpha = 3/5$

$P_{\perp}^{ESQ} = 12\,kN - 6,4\,kN/m \times 2,5\,m = -4\,kN$ //

$P_{\perp}^{DIR} = -4\,kN - 25\,kN \times 4/5 = -24\,kN$ //

(d) $G_{//} = -2,5 \times 3/5 - 23,333 \times 4/5 = -20,166\,kN$ //

$E_{//} = -67,5 \times 3/5 - 23,333 \times 4/5 = -59,166\,kN$ //

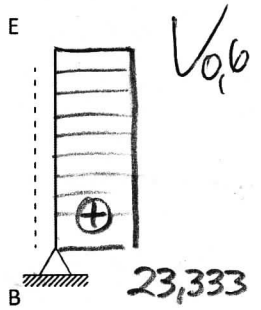
$q_{//} = 10\,kN/m \times 3/5 \times 4/5 = 4,8\,kN/m$ //

$P_{//}^{ESQ} = -20,166\,kN - 4,8\,kN/m \times 2,5\,m = -32,166\,kN$ //

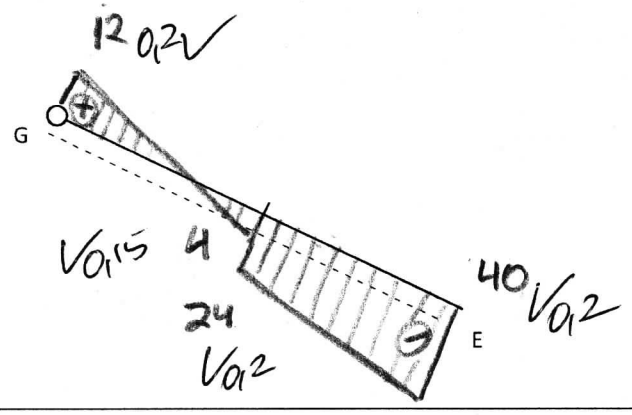
$P_{//}^{DIR} = -32,166\,kN - 25\,kN \times 3/5 = -47,166\,kN$ //

a)	V_B=	67,5 kN ↑ V q//	H_B =	23,333 kN ← V q//

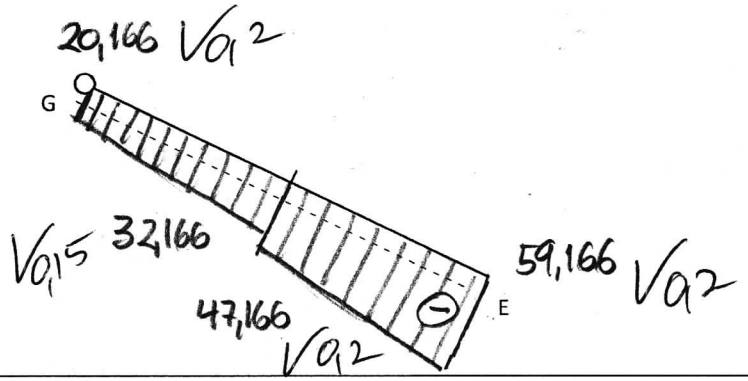
b) Q [kN]



c) Q [kN]



d) N [kN]

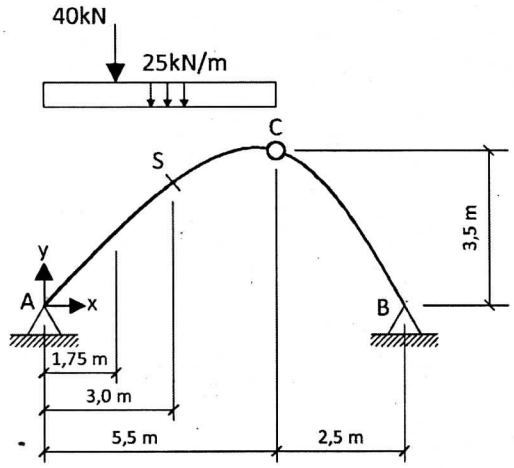


Questão 03: [Valor 3,4 pontos]

- Para o modelo estrutural de arco tri-articulado parabólico ao lado determine:

a) A ***equação do arco y= f(x)*** adotando como origem do sistema cartesiano indicado na figura; **[0,65 pontos]**
b) As ***reações de apoio*** V_A , H_A, V_B e H_B *(indicar com setas os sentidos corretos das reações);* **[0,25 pontos cada]**
c) O **esforço cortante Qs** na seção **"S"** indicada; **[0,50 pontos]**
d) O **esforço axial (normal) Ns** na seção **"S"** indicada; **[0,50 pontos]**

OBS: utilizar as convenções de sinais considerando o tracejado para dentro do arco.



- Além das respostas solicitadas acima, assinale Verdadeiro **"V"** ou Falso **"F"** nas afirmações a seguir que dizem respeito ao modelo estrutural analisado nesta questão. **[0,25 pontos cada]**

01. (F) O modelo de arco esboçado é hiperestático de grau 1.
02. (F) As reações de apoio horizontais são nulas dado que há somente carregamento na vertical.
03. (V) Caso a carga distribuída de 25kN/m fosse prolongada preenchendo toda a distância na horizontal (correspondendo à distância horizontal entre os pontos A e B e não somente de A até C como está definida) as reações de apoio no ponto A seriam alteradas provocando um aumento no esforço cortante e no esforço axial na seção S (Ns e Qs).

(a) $A(0,0)$ $C(5,5 ; 3,5)$ $B(8;0)$

$0 = a + b0 + c0 \Rightarrow \boxed{a = 0}$

$3,5 = 5,5b + 30,25c$

$0 = 8b + 64c$

$b = -64c/8 \Rightarrow b = -8c$

$5,5 \times (-8c) + 30,25c = 3,5$

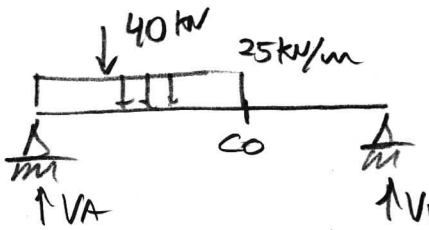
$-13,75c = 3,5$

$\boxed{c = -0,25455}$

$\boxed{b = +2,0364}$

$y(x) = 2,0364x - 0,25455x^2$

(b)



$\Sigma M_A = 0 \circlearrowleft\oplus \quad -V_B \times 8m + 40kN \times 1,75m + 25kN/m \times (5,5m)^2/2 = 0$

$V_B = 1/8\,(40 \times 1,75 + 25 \times 5,5^2/2) = 56,016\ kN$

$M_{C0} = V_B \times 2,5m = 56,016\ kN \times 2,5m = 140,04\ kNm$

$H_A = H_B = H = M_C/f = 140,04\ kNm / 3,5m = 40,011\ kN$

$\Sigma F_V = 0 \uparrow\oplus \quad V_A + 56016\ kN - 40kN - 25kN/m \times 5,5m = 0$

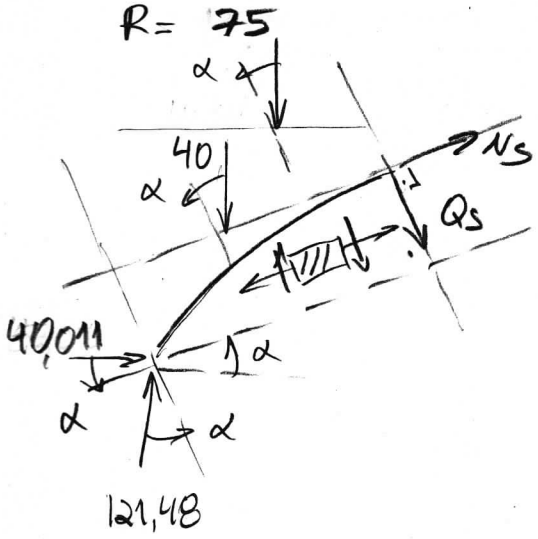
$V_A = -56,016 + 40 + 25 \times 5,5 = +121,48\ kN$

(c) $\alpha(x=3)$ $\quad y' = 2{,}0364 - 0{,}5091\,x$

$y'(x=3) = 2{,}0364 - 0{,}5091 \times 3 = \underline{0{,}5091}$ //

$\alpha(x=3) = \operatorname{arctg}(0{,}5091) = 0{,}4709$

$\cos\alpha = 0{,}89116 \quad | \quad \operatorname{sen}\alpha = 0{,}45369$



$R = 25\,kN/m \times 3{,}0\,m = \underline{75{,}0\,kN}$ /

$Q_S = 121{,}48 \times 0{,}89116 - 40{,}011 \times 0{,}45369$
$\quad - (40 + 75) \times 0{,}89116$

$\boxed{Q_S = -12{,}378\,kN}$ //

(d) $N_S = -40{,}011 \times 0{,}89116 - 121{,}48 \times 0{,}45369$
$\quad + (40 + 75{,}0) \times 0{,}45369$

$\boxed{N_S = -38{,}614\,kN}$ //

a)	y(x) =	$2{,}0364\,x - 0{,}25455\,x^2$ ✓Q5						
b)	V_A=	121,48kN ↑ ✓0,25	H_A =	40,011kN → ✓Q25	V_B =	56,016kN ↑ ✓Q25	H_B =	40,011kN ← ✓Q25
c) Q_S=		−12,378 kN ✓Q5		d) N_S=		−38,614 kN ✓Q5		