UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil

Avaliação Bimestral: 2 / 2014 **TE14-AB-B2b**

Disciplina: Teoria das Estruturas

Nota:

Turma:

Aluno: GABARITO

Matrícula:

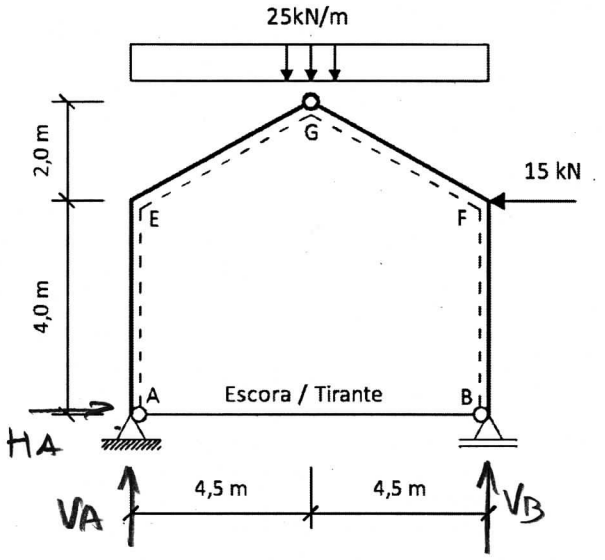
Orientações:

- Leia atentamente todas as instruções da prova;
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova;
- Não serão aceitas questões sem justificativa;
- **Respostas devem ser escritas com caneta azul ou preta nos quadros de respostas;**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- É permitida a consulta a 3 folhas A4 manuscritas a serem entregues junto com a prova. A não entrega destas folhas bem como a entrega fora dos padrões (fotocopiada, impressa ou com qualquer elemento não manuscrito) implicará na perda de 1,5 pontos na nota bimestral;
- Utilize as convenções definidas em sala de aula;
- Durante a realização das provas não é permitido ao aluno ausentar-se do salão para ida a sanitários ou por qualquer outro motivo. A saída do salão de provas implica na entrega da prova para correção.
- **Para todos os cálculos nas questões abaixo utilize 5 algarismos significativos**.
- **Em anexo segue uma folha pautada para anotação de resultados. Esta folha pode ser levada pelo aluno para conferência com o gabarito que será publicado no site de apoio.**

Questão 01: [Valor 3,2 pontos]

- Para o modelo estrutural ao lado determine:

a) As ***reações de apoio*** V_A , H_A e V_B *(indicar com setas os sentidos corretos das reações);* **[0,35 pontos cada]**
b) Qual é a intensidade (em kN) do ***esforço axial na barra AB***? ("+" para tração e "-" para compressão) **[0,65 pontos]**
c) O ***traçado do diagrama de momentos fletores*** para o ***trecho GF***; **[0,75 pontos]**



- Além das respostas solicitadas acima, assinale Verdadeiro "**V**" ou Falso "**F**" nas afirmações a seguir que dizem respeito ao modelo estrutural analisado nesta questão. **[0,25 pontos cada]**

01. (F) Analisando o modelo estrutural é possível afirmar que a reação horizontal H_A necessariamente tem que ser nula.
02. (V) Dada a presença do elemento AB, que pode ser uma ~~barra~~ ou um tirante, o modelo estrutural apresenta um quadro que garante 1 grau de hiperestaticidade interna.
03. (F) O modelo como um todo é hiperestático de grau 1.

(a) $\Sigma F_H = 0 \;\; \rightarrow\oplus \quad \boxed{H_A = 15\,kN} \rightarrow$

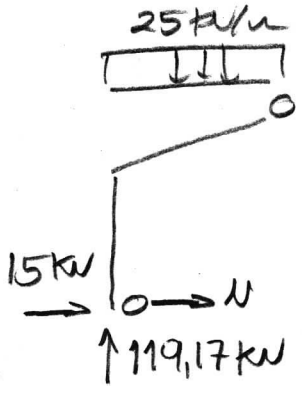
$\Sigma M_A = 0 \;\; \circlearrowright\oplus \quad -V_B \times 9m + 25kN/m \times \frac{(9m)^2}{2} - 15kN \times 4m = 0$

$V_B = \frac{1}{9}\left(25 \times 9^2/2 - 15 \times 4\right) = \boxed{105,83\,kN} \uparrow$

$\Sigma F_V = 0 \;\; \uparrow\oplus \quad V_A - 25kN/m \times 9m + 105,83kN = 0$

$V_A = 25 \times 9 - 105,83 = \boxed{119,17\,kN} \uparrow$

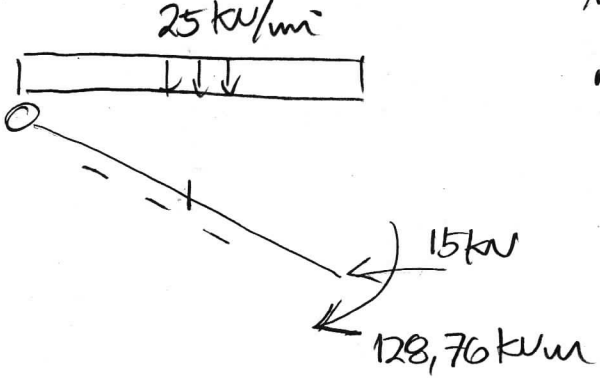
(b) $\Sigma M_C^{ESQ} = 0 \;\; \circlearrowright\oplus \quad -N \times 6m - 15kN \times 6m + 119,17kN \times 4,5m - 25\frac{kN}{m} \times \frac{(4,5m)^2}{2} = 0$



$N = \frac{1}{6}\left(-15 \times 6 + 119,17 \times 4,5 - 25 \times 4,5^2/2\right)$

$\boxed{N = +32,190\,kN}$ TIRANTE

(c)



$M_F = 32,190kN \times 4m$

$M_F = 128,76\,kNm$

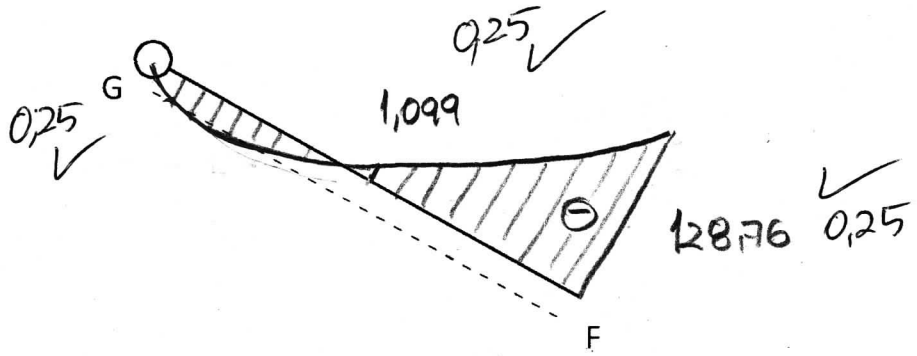
$M_\alpha = -128{,}76\,kN\,m/2 = -64{,}380\,kN\,m$

$M_\beta = +25\,kN/m \times (4{,}5\,m)^2/8 = 63{,}281\,kN\,m$

$-1{,}099\,kN\,m$

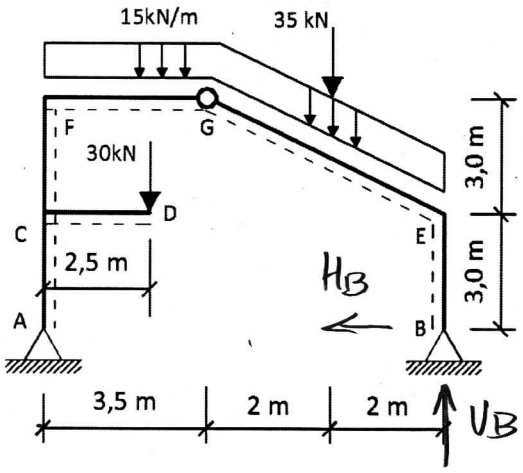
a)	V_A=	119,17 kN ↑ V 0,35	H_A =	15 kN → V 0,35	V_B =	105,83 kN ↑ V 0,35	
b)	(X) Tirante "+" ( ) Escora "-"		N_{AB} =	32,190 kN V 0,65			

c) (M) [kNm]



Questão 02: [Valor 3,4 pontos]

Para o modelo estrutural ao lado determine:



a) As ***reações de apoio V_B e H_B*** *(indicar com setas os sentidos corretos das reações)* **[0,40 pontos cada]**
b) O ***traçado do diagrama de esforços axiais (normais)*** *para o* ***trecho BE;*** **[0,60 pontos]**
c) O ***traçado do diagrama de esforços cortantes*** *para o* ***trecho EG;*** **[0,75 pontos]**
d) O ***traçado do diagrama de esforços axiais (normais)*** *para o* ***trecho EG;*** **[0,75 pontos]**

- Além das respostas solicitadas acima, assinale Verdadeiro "**V**" ou Falso "**F**" nas afirmações a seguir que dizem respeito ao modelo estrutural analisado nesta questão. **[0,25 pontos cada]**

01. (F) O modelo estrutural possui reações horizontais H_A e H_B com direções iguais, sentidos contrários e valores em módulo diferentes .
02. (F) O momento fletor no ponto E é nulo.

(a) $L_{EG} = 5m$

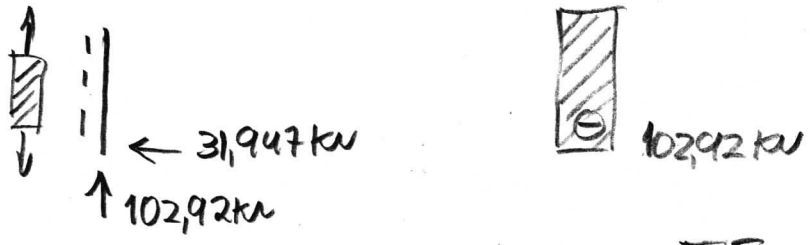
$\Sigma M_A = 0 \circlearrowright^{\oplus} -V_B \times 7{,}5m + 30kN \cdot 2{,}5m + 35kN \times 5{,}5m + 15kN/m \times (3{,}5m)^2/2$
$+ 15kN/m \times 5m \times 5{,}5m = 0$

$V_B = \frac{1}{7{,}5}(30 \times 2{,}5 + 35 \times 5{,}5 + 15 \times 3{,}5^2/2 + 15 \times 5 \times 5{,}5) = \underline{102{,}92\ kN \uparrow}$

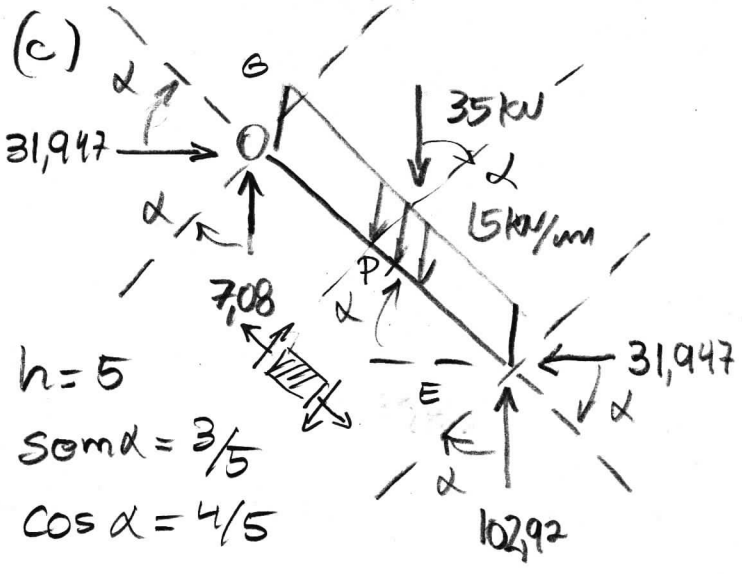
$\Sigma M_G^{pir} = 0 \circlearrowleft^{\oplus} -H_B \times 6m + 102{,}92kN \times 4m - 35kN \times 2m - 15kN/m \times 5m \times 2m = 0$

$H_B = \frac{1}{6}(102{,}92 \times 4 - 35 \times 2 - 15 \times 5 \times 2) = \underline{31{,}947\ kN \leftarrow}$

(b)



(c)



$h = 5$

$\operatorname{sen}\alpha = 3/5$

$\cos\alpha = 4/5$

$\Sigma F_{V_{EG}} = 0 \uparrow^{\oplus}$

$V_G - 35kN - 15kN/m \times 5m + 102{,}92kN = 0$

$V_G = 35 + 15 \cdot 5 - 102{,}92 = \underline{7{,}08\ kN}$

$G_{\perp} = 31{,}947 \times 3/5 + 7{,}08 \times 4/5$

$\underline{G_{\perp} = +24{,}832\ kN}$

$E_{\perp} = 31{,}947 \times 3/5 - 102{,}92 \times 4/5$

$\underline{E_{\perp} = -63{,}168\ kN}$

$q_{\perp} = 15\,kN/m \times 4/5 = \underline{12\,kN/m}$

$P_{\perp}^{ESQ} = 24{,}832\,kN - 12\,kN/m \times 2{,}5\,m = \underline{-5{,}168\,kN}$

$P_{\perp}^{DIR} = -5{,}168\,kN - 35\,kN \times 4/5 = \underline{-33{,}168\,kN}$

(d) $G_{//} = -31{,}947 \times 4/5 + 7{,}08 \times 3/5 = \underline{-21{,}310\,kN_{//}}$

$E_{//} = -31{,}947 \times 4/5 - 102{,}92 \times 3/5 = \underline{-87{,}310\,kN_{//}}$

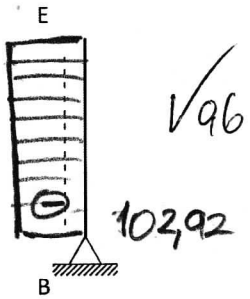
$q_{//} = 15\,kN/m \times 3/5 = \underline{9\,kN/m}$

$P_{//}^{ESQ} = -21{,}31\,kN - 9\,kN/m \times 2{,}5\,m = \underline{-43{,}810\,kN_{//}}$

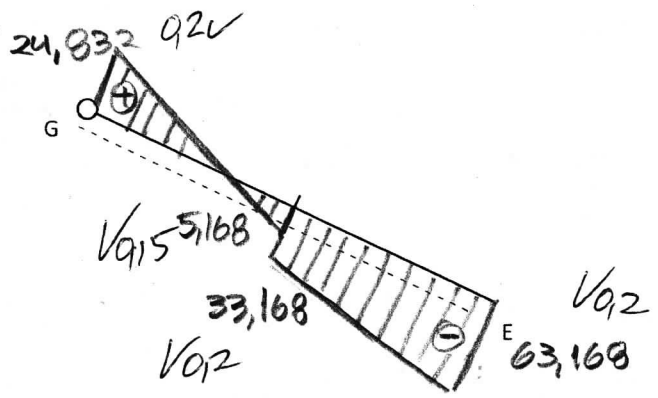
$P_{//}^{DIR} = -43{,}81\,kN - 35\,kN \times 3/5 = \underline{-64{,}810\,kN_{//}}$

a)	V_B=	102,92kN ↑ $V_{0,4}$	H_B =	31,947kN ← i_{Q4}

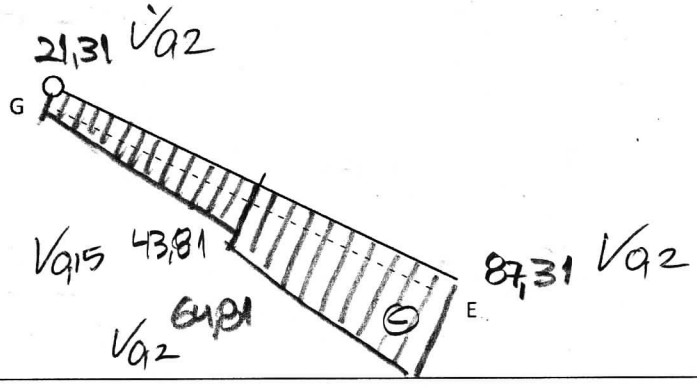
b) N[kN]



c) Q[kN]



d) N[kN]

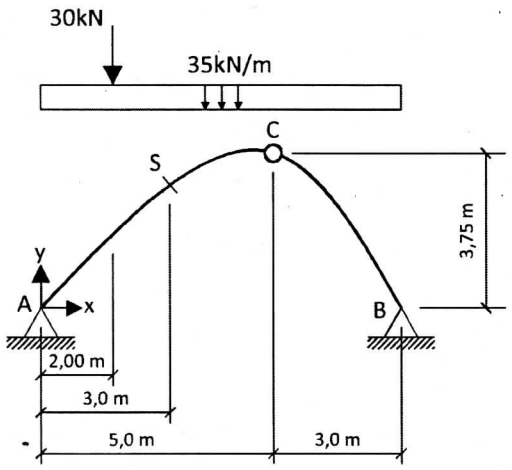


Questão 03: [Valor 3,4 pontos]

- Para o modelo estrutural de arco tri-articulado parabólico ao lado determine:

a) A ***equação do arco y= f(x)*** adotando como origem do sistema cartesiano a indicada na figura; **[0,65 pontos]**
b) As ***reações de apoio*** V_A , H_A, V_B e H_B *(indicar com setas os sentidos corretos das reações);* **[0,25 pontos cada]**
c) O **esforço cortante Qs** na seção **"S"** indicada; **[0,50 pontos]**
d) O **esforço axial (normal) Ns** na seção **"S"** indicada; **[0,50 pontos]**

OBS: utilizar as convenções de sinais considerando o tracejado para dentro do arco.



- Além das respostas solicitadas acima, assinale Verdadeiro **"V"** ou Falso **"F"** nas afirmações a seguir que dizem respeito ao modelo estrutural analisado nesta questão. **[0,25 pontos cada]**

01. (F) A função parabólica do arco define uma linha de pressões para o carregamento apresentado.
02. (V) As reações de apoio horizontais não são nulas, possuem módulo e direção iguais porém com sentidos contrários e são denominadas de empuxo.
03. (F) Caso a carga distribuída de 35kN/m fosse retirada, as reações de apoio no ponto A seriam alteradas provocando um aumento no esforço cortante e no esforço axial na seção S (Ns e Qs maiores do que com a presença da carga distribuída).

(a) A(0;0) C(5;3,75) B(8;0)

$0 = a + b\cdot 0 + c\cdot 0$ → $a = 0$

$3{,}75 = 0 + b\cdot 5 + c\cdot 25$

$0 = 0 + b\cdot 8 + c\cdot 64$

$b = -64c/8$ → $b = -8c$

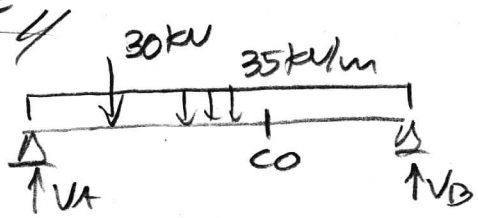
$3{,}75 = -5\cdot 8c + 25c$

$c = 3{,}75/-15$ → $c = -0{,}25$

$b = 2$

$y(x) = 2x - 0{,}25x^2$

(b) Viga Análoga:



Arco: $\sum M_A = 0$ ⟲⊕ $30\text{kN}\times 2\text{m} + 35\text{kN/m}\times(8\text{m})^2/2 - V_B\times 8\text{m} = 0$

$V_B = \frac{1}{8}(60 + 35\times 8^2/2) = +147{,}5\text{ kN}\uparrow$

$\sum F_V = 0$ ↑⊕ $V_A - 30\text{kN} - 35\text{kN/m}\times 8\text{m} + 147{,}5\text{kN} = 0$

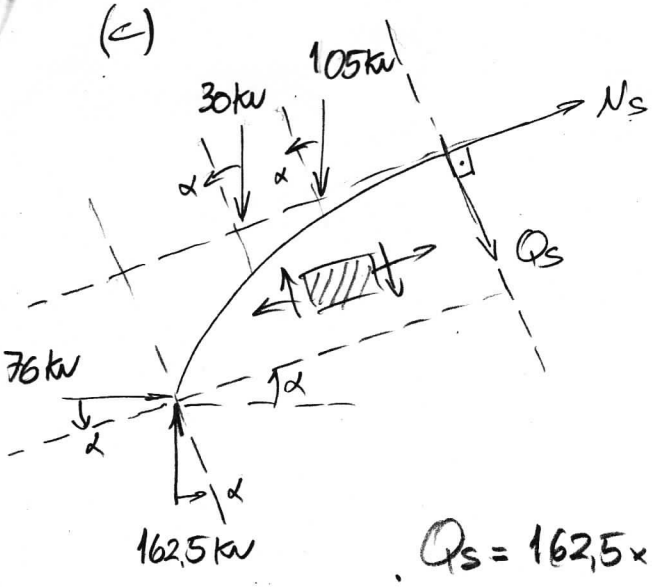
$V_A = 30 + 35\times 8 - 147{,}5 = 162{,}5\text{ kN}\uparrow$

Viga Análoga: $M_{CO} = 147{,}5\text{kN}\times 3\text{m} - 35\text{kN/m}\times(3\text{m})^2/2 = 285\text{ kNm}$

$H = M_{CO}/f = 285\text{ kNm}/3{,}75\text{ m} = 76\text{ kN}$

$H_A = 76\text{kN}\rightarrow$ $H_B = 76\text{kN}\leftarrow$

(c)



$R = 35\,kN/m \times 3\,m = 105\,kN$

$\alpha(x=3) = \operatorname{arctg}\left(\frac{dy(x=3)}{dx}\right)$

$\left.\frac{dy(x)}{dx}\right|_{x=3} = 2 - 0{,}50x = 2 - 0{,}5 \cdot 3 = 0{,}5$ //

$\alpha(x=3) = \operatorname{arctg}(0{,}5) = 0{,}46365\ rad$

$\operatorname{sen}\alpha = 0{,}44722$

$\cos\alpha = 0{,}89443$

$Q_S = 162{,}5 \times 0{,}89443 - 76 \times 0{,}44722 - (30+105) \times 0{,}89443 = -9{,}3919\,kN$ //

(d) $N_S = -162{,}5 \times 0{,}44722 - 76 \times 0{,}89443 + (30+105) \times 0{,}44722 = -80{,}275\,kN$ //

a)	y(x) =	$2x - 0{,}25x^2$ V0,65							
b)	V_A=	162,5kN↑ V0,25	H_A =	76kN → V0,25	V_B =	147,5kN↑ V0,25	H_B =	76kN ← V0,25	
c) Q_S=		$-9{,}3919\,kN$ V0,5		d) N_S=		$-80{,}275\,kN$ V0,5			