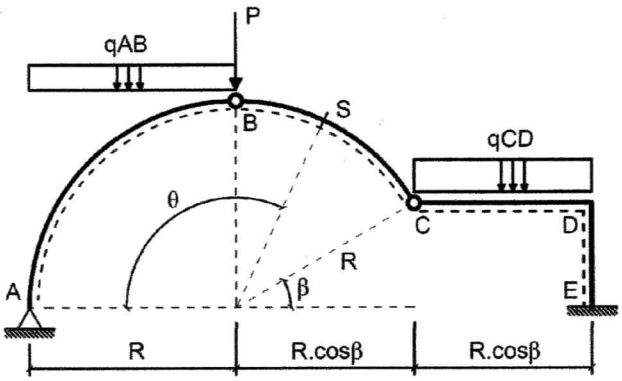
Problema A : [Valor 3.125 pontos - 0.6250 pontos cada questão] GABARITO V1

Com base nos dados abaixo responda os questionamentos quanto ao modelo estrutural ao lado.

Dados:
- O arco ABC é circular.
- R = 7.0 m
- θ = 110.0 °
- β = 30.0 °
- P = 50.0 kN
- qAB = 15.0 kN/m
- qCD = 20.0 kN/m



A01 - A reação de apoio horizontal no ponto A (com positivo para a direita e em kN) é :

64,983

A02 - A equação de momentos fletores para o trecho AB em função da variação do ângulo θ com θ = 0 ° no ponto A (em unidades de kN e m) é:

(A) $454.88sin(\theta) + 367.5cos(\theta)^2 - 1557.4cos(\theta) + 1189.9$
(B) $-454.88sin(\theta) + 822.38cos(\theta) - 822.38$
(C) $-7.0sin(\theta) - 367.5cos(\theta)^2 + 728.0cos(\theta) - 360.5$
(D) N.D.A.
(E) $-454.88sin(\theta) - 367.5cos(\theta)^2 - 87.377cos(\theta) + 454.88$
(F) $454.88sin(\theta) - 367.5cos(\theta)^2 + 735.0cos(\theta) - 367.5$

A03 - O esforço cortante na seção S (em kN e conforme a convenção de diagramas) é:

-13,030

A04 - O momento fletor no ponto D (em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas) é:

-594,94

A05 - O esforço axial na seção S (em kN e conforme a convenção de diagramas) é:

- 73,896

→ Reações de Apoio do Arco ABC:

$R\cos\beta = 7 \times \cos 30^\circ = 6,0622\,m$

$R + R\cos\beta' = 7 + 6,0622\,m = 13,062\,m$

$R\,\text{sen}\beta = 7 \times \text{sen}30^\circ = 3,5\,m$

$\Sigma M_A = 0 \curvearrowleft +$

$V_C \times 13,062 + H_C \times 3,5 = 50 \times 7 + 15 \times 7^2/2$

$\Sigma M_B = 0 \curvearrowleft +$

$V_C \times 6,0622 - H_C \times 3,5 = 0$

$$\begin{cases} 13,062\,V_C + 3,5\,H_C = 717,5 \\ 6,0622\,V_C - 3,5\,H_C = 0 \end{cases}$$

$V_C = 37,518\,kN \uparrow$

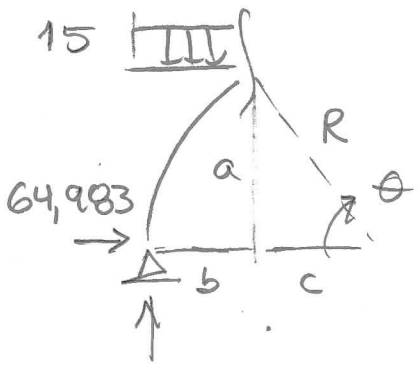
$H_C = 64,983\,kN \leftarrow$

$\Sigma F_V = 0 \uparrow$

$V_A - 15 \times 7 - 50 + 37,518 = 0 \quad V_A = 117,48\,kN \uparrow$

$\Sigma F_H = 0 \rightarrow \quad H_A = 64,983\,kN \rightarrow$

→ Equação de Momentos AB;



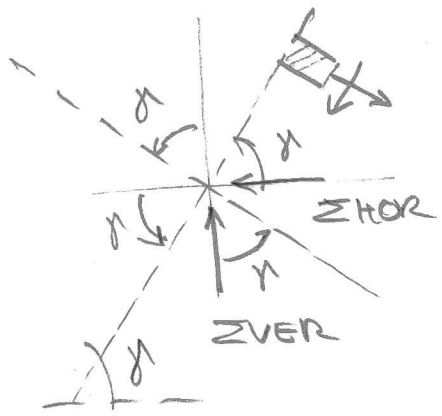
$a = R\,\text{sen}\theta \quad c = R\cos\theta \quad b = R - R\cos\theta$

$M_{AB}(\theta) = -64,983 \cdot a + 117,48 \cdot b - 15 \cdot b^2/2$

$M_{AB}(\theta) = -64,983 \cdot 7\,\text{sen}\theta + 117,48 \cdot 7(1-\cos\theta) - 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot 49(1-\cos\theta)^2$

$M_{AB}(\theta) = -454,88\,\text{sen}\theta + 822,36 - 822,36\cos\theta - 367,5(1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta)$

$M_{AB}(\theta) = -454,88\,\text{sen}\theta - 367,5\cos^2\theta - 87,36\cos\theta + 454,86$



$\Sigma HOR = 64,983\ kN$

$\Sigma VER = 37,518\ kN$

$\gamma = 180° - 110° = 70°$

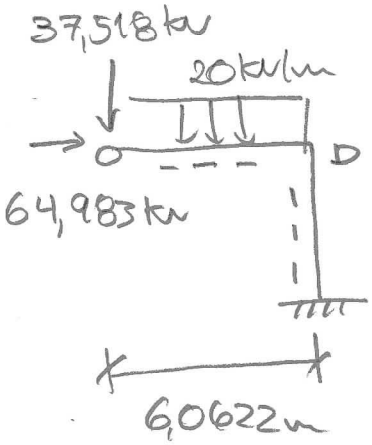
$V_S = \Sigma HOR \cos\gamma - \Sigma VER \operatorname{sen}\gamma$

$V_S = 64,983 \cos 70° - 37,518 \operatorname{sen} 70° = -13,030\ kN$

$N_S = -\Sigma HOR \operatorname{sen}\gamma - \Sigma VER \cos\gamma$

$N_S = -64,983 \operatorname{sen} 70° - 37,518 \cos 70° = -73,896\ kN$

→ Momento Fletor no ponto D:



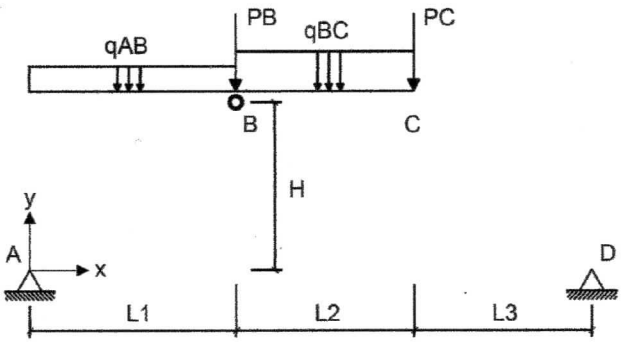
$M_D = -37,518\ kN \times 6,0622\ m - 20\ kN/m \times (6,0622\ m)^2/2$

$M_D = -594,94\ kN.m$

Problema B : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão] GABARITO V1

Para o vão, carregamento e posição de rótula indicados na figura ao lado, responda os questionamentos com base nos dados abaixo.

Dados:
- L1 = 4.0 m
- L2 = 5.0 m
- L3 = 3.0 m
- H = 8.0 m
- qAB = 20.0 kN/m
- qBC = 40.0 kN/m
- PB = 50.0 kN
- PC = 80.0 kN



B01 - A equação da linha de pressões para o trecho AB (conforme o sistema de eixos indicado com origem no ponto A e em unidades de m) é:

(A) $-0.23301x^3 + 4.932x^2$ **(B)** $-0.1165x^2 + 2.466x$ **(C)** N.D.A.
(D) $-0.1165x^2 + 502.47x$ **(E)** $-750.12x^2 + 2.466x$ **(F)** $-0.1165x + 2.466$

B02 - A equação da linha de pressões para o trecho CD (conforme o sistema de eixos indicado com origem no ponto A e em unidades de m) é:

(A) $-4.6214 + 55.456/x$ **(B)** N.D.A. **(C)** $-752.31x + 27.728$
(B) $-2.3107x + 27.728$ **(E)** $-5.7767x + 69.32$ **(F)** $-2.3107x + 877.73$

B03 - A reação de apoio horizontal no ponto A é (em kN e com positivo para a direita):

85,833

B04 - Trace o diagrama de esforços ~~cortantes~~ para o trecho BC (em kN) plotando os resultados no ponto B e no ponto C e em três pontos equidistantes entre B e C. ~~[Traçar o diagrama a caneta no local especificado na última folha da prova]~~

Axials

→ Equações da Viga análoga:

$\Sigma M_A = 0 \curvearrowleft \oplus$

$V_D \times 12 - 20\times4\times\frac{4}{2} - 50\times4 - 40\times5\times(4+\frac{5}{2}) - 80\times9 = 0$

$V_D = \frac{1}{12}(10\times16 + 50\times4 + 40\times5\times6{,}5 + 80\times9) = 198{,}33$

$\Sigma F_V = 0 \quad \uparrow \oplus$

$V_A - 20\times4 - 50 - 40\times5 - 80 + 198{,}33 = 0$

$V_A = 80 + 50 + 200 + 80 - 198{,}33 = 211{,}67\ kN$

$M_{AB_0}(x) = 211{,}67x - 20\frac{x^2}{2}$

$V_{AB_0}(x) = 211{,}67 - 20x$

$M_{BC_0}(x) = 211{,}67x - 20\times4\times(x-2) - 50(x-4) - 40\frac{(x-4)^2}{2}$

$M_{BC_0}(x) = -20x^2 + 241{,}67x + 40$

$V_{BC_0}(x) = -40x + 241{,}67$

$M_{CD_0}(x) = 211{,}67x - 20\times4(x-2) - 40\times5(x-6{,}5) - 50(x-4) - 80(x-9)$

$M_{CD_0}(x) = -198{,}33x + 2380$

$V_{CD_0}(x) = -198{,}33$

$A' = \frac{M_{AB_0}(x=4)}{8} = \frac{(211{,}67\times4 - 10\times4^2)}{8} = 85{,}835\ kN$

$y_{AB}(x) = \frac{1}{85{,}835} \times (-10x^2 + 211{,}67x) = -0{,}11650x^2 + 2{,}4660x$

$y_{CD}(x) = \frac{1}{85{,}835} \times (-198{,}33x + 2380) = -2{,}3106x + 27{,}728$

DIAGRAMA DE AXIAIS TRECHO BC:

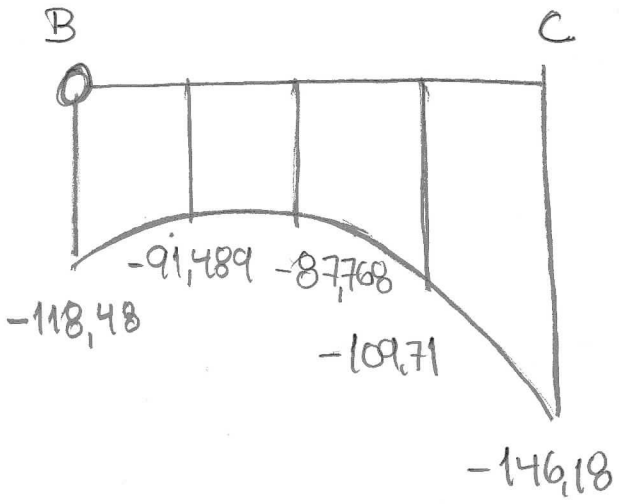
$$y_{BC}(x) = \frac{1}{85,835}\left(-20x^2 + 241,67x + 40\right)$$

$$y_{BC}(x) = -0,2330x^2 + 2,8155x + 0,4660$$

$$y'_{BC}(x) = -0,46601x + 2,8155$$

$$N_{BC}(x) = -\left(-40x + 241,67\right) \times \operatorname{sen}\left(\operatorname{arctg}\left(-0,46601x + 2,8155\right)\right) - 85,835 \times \cos\left(\operatorname{arctg}\left(-0,46601x + 2,8155\right)\right)$$

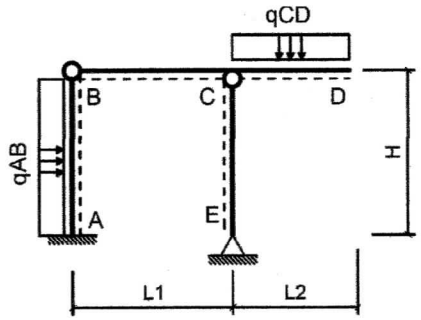
		$N_{BC}(x)$
P/	$x = 4,00$	$-118,48$
	$x = 5,25$	$-91,489$
	$x = 6,50$	$-87,768$
	$x = 7,75$	$-109,71$
	$x = 9,00$	$-146,18$



GABARITO V1

Problema C : [Valor 4.375 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

No modelo estrutural ao lado as **vigas** possuem seção transversal de **20x50 cm (base x altura)** e os **pilares** seção transversal de **20x20 cm.** Todos os elementos serão compostos de um material homogêneo e isotrópico com módulo de elasticidade **E=25000MPa.**
Considerando os efeitos de flexão e os efeitos dos esforços axiais (desprezar cortantes), calcular o **deslocamento vertical do ponto D.**



Dados:
- L1 = 6.0 m
- L2 = 3.0 m
- H = 4.0 m
- qAB = 10.0 kN/m
- qCD = 30.0 kN/m

OBS: Para o carregamento virtual considerar uma carga unitária (1kN) vertical orientada de cima para baixo aplicada no ponto D.

C01 - A reação de apoio vertical no ponto A para o carregamento real (em kN e com positivo para cima) é:

$-22,5$

C02 - A reação de apoio vertical no ponto E para o carregamento virtual (em kN e com positivo para cima) é:

$1,5$

C03 - A equação de momentos fletores para o carregamento real da viga BC (com origem em B e em kN e m) é:

(A) $-45.0x$ **(B)** N.D.A. **(C)** $-67.5x^2$
(D) -112.50 **(E)** $-22.5x$ **(F)** $-90.0x$

C04 - A equação de momentos fletores para o carregamento real da viga CD (com origem em C e em kN e m) é:

(A) $-15.0x^2 + 90.0x - 135.0$ **(B)** $-15.0x^2 - 135.0$ **(C)** $-30.0x^2 + 90.0x$
(D) $-15.0x^2 + 90.0x$ **(E)** $-30.0x^2 - 135.0$ **(F)** N.D.A.

C05 - A equação de momentos fletores para o carregamento virtual da viga CD (com origem em C e em kN e m) é:

(A) $1.0x - 3.0$ **(B)** N.D.A. **(C)** $1.5x^2 - 3.0$
(D) $1.0x^2 - 3.0$ **(E)** $-0.5x - 3.0$ **(F)** $1.0x$

C06 - O traçado do diagrama de esforços axiais para o carregamento real (em kN)

C07 - O deslocamento vertical do ponto D (em mm e com positivo para cima) é:

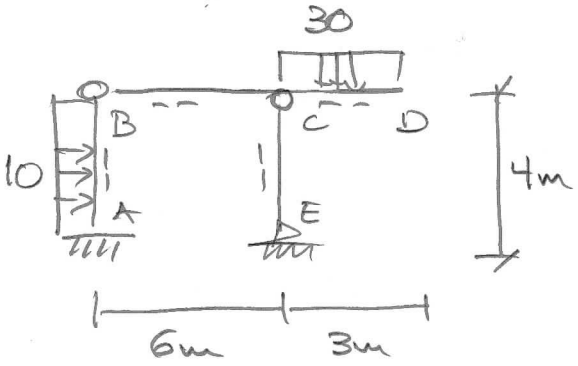
$-22,104\,mm$

→ Propriedades:

$EI_V = 25 \times 10^6\ kN/m^2 \times 0{,}2m \times (9{,}5m)^3/12 = 52083\ kN m^2$

$EA_P = 25 \times 10^6\ kN/m^2 \times 0{,}2m \times 0{,}2m = 1000000\ kN$

→ CARREGAMENTO REAL:



$\Sigma M_C^{\rightarrow E} = 0$ ↺ (+) $H_E = 0$

$\Sigma F_H = 0$ → (+) $H_A = 10 \times 4 = 40\ kN$ ←

$\Sigma M_B^{\rightarrow A} = 0$ ↻ (+)

$M_A + 40kN \times 4m - 10\frac{kN}{m} \times (4m)^2/2 = 0$

$M_A = -160 + 10 \times 8 = -80\ kNm$ ↻

$\Sigma M_B^{\rightarrow E} = 0$ ↺ (+) $V_E \times 6 - 30 \times 3 \times (6 + 3/2) = 0$ $V_E = 112{,}5\ kN$ ↑

$\Sigma F_V = 0$ $V_A - 30 \times 3 + 112{,}5 = 0$ $V_A = -22{,}5\ kN$ ↓

$M_{AB}(x) = -80 + 40x - 10x^2/2$

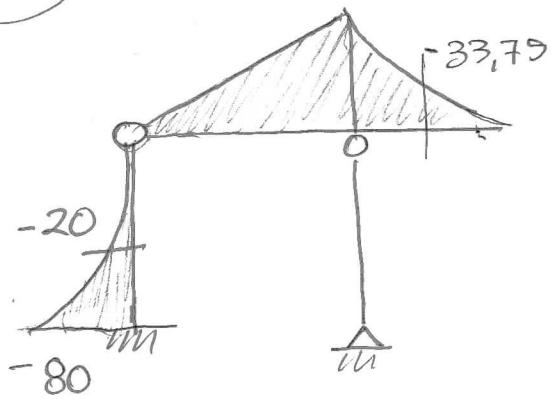
$M_{BC}(x) = -22{,}5x$

$M_{CD}(x) = -22{,}5 \times 6 + (112{,}5 - 22{,}5)x - 30x^2/2$

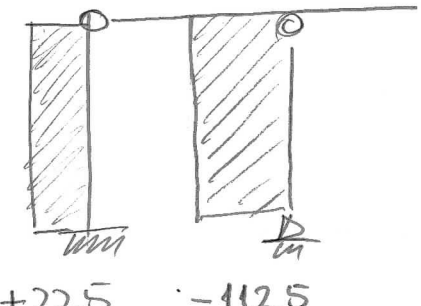
$M_{CD}(x) = -15x^2 + 90x - 135$

$N_{BC}(x) = N_{CD}(x) = 0$ $N_{AB}(x) = +22{,}5$ $N_{EC}(x) = -112{,}5$

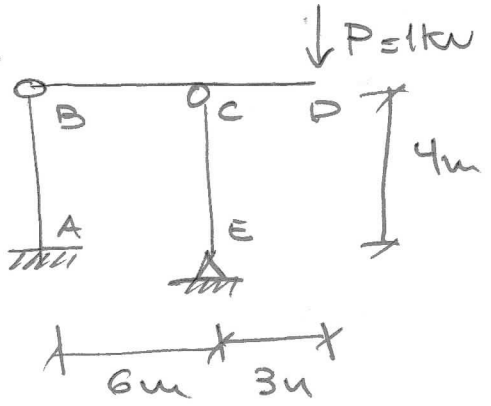
(M) [kNm]



(N) [kN]



→ CARREGAMENTO VIRTUAL:



$\overrightarrow{\Sigma M_C^E} = 0 \quad H_E = 0$

$\Sigma F_H = 0 \quad H_A = 0$

$\overrightarrow{\Sigma M_B^E} = 0 \; \circlearrowleft +$

$\bar{V}_E \times 6 - 1 \times 9 = 0$

$\bar{V}_E = 9/6 = 1{,}5\,kN \uparrow$

$\Sigma F_V = 0 \uparrow \quad \bar{V}_A = -0{,}5\,kN \downarrow$

$\bar{M}_{BA}(x) = \bar{M}_{CE}(x) = 0$

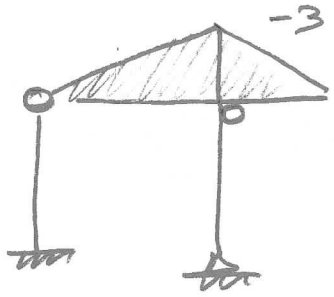
$\bar{M}_{BC}(x) = -0{,}5x \qquad \bar{M}_{CD}(x) = -0{,}5 \times 6 + (1{,}5 - 0{,}5)x$

$\bar{M}_{CD}(x) = -3{,}0 + 1x$

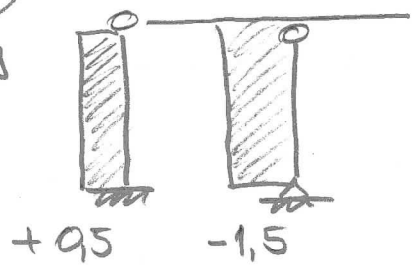
$\bar{N}_{BC}(x) = \bar{N}_{CD}(x) = 0$

$\bar{N}_{AB}(x) = +0{,}5 \qquad \bar{N}_{CE}(x) = -1{,}5$

$\bar{M}$ [kNm]



$\bar{N}$ [kN]



$$\delta_{DV \cdot MOM} = \frac{1}{52083}\left[\frac{1}{3} \times 6 \times (-3) \times (-135) + \frac{1}{6}(3)(-3)(2 \times (-33{,}75) - 135)\right]$$

$$= 2{,}1384 \times 10^{-2}\ m = 21{,}384\ mm$$

$$\delta_{DV \cdot AXIAL} = \frac{1}{1000000}\left[0{,}5 \times 225 \times 4 + (-1{,}5)(-112{,}5) \times 4\right]$$

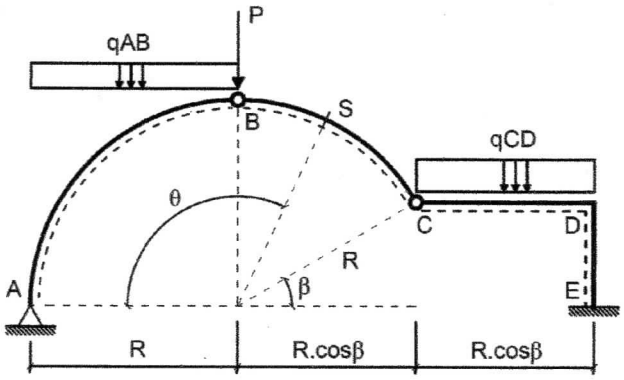
$$= 7{,}2 \times 10^{-4}\ m = 0{,}72\ mm \downarrow$$

$$\delta_{DV} = 21{,}384 + 0{,}72 = \underline{22{,}104\ mm \downarrow}$$

Problema A : [Valor 3.125 pontos - 0.6250 pontos cada questão] GABARITO V2

Com base nos dados abaixo responda os questionamentos quanto ao modelo estrutural ao lado.

Dados:
- O arco ABC é circular.
- R = 9.0 m
- θ = 110.0 °
- β = 30.0 °
- P = 50.0 kN
- qAB = 15.0 kN/m
- qCD = 20.0 kN/m



A01 - O esforço cortante na seção S (em kN e conforme a convenção de diagramas) é:

$-14,938$

A02 - A equação de momentos fletores para o trecho AB em função da variação do ângulo θ com θ = 0 ° no ponto A (em unidades de kN e m) é:

(A) $-9.0sin(\theta) - 607.5cos(\theta)^2 + 1206.0cos(\theta) - 598.5$
(B) $-670.43sin(\theta) - 607.5cos(\theta)^2 - 62.928cos(\theta) + 670.43$
(C) $-670.43sin(\theta) + 1277.9cos(\theta) - 1277.9$
(D) N.D.A.
(E) $670.43sin(\theta) - 607.5cos(\theta)^2 + 1215.0cos(\theta) - 607.5$
(F) $670.43sin(\theta) + 607.5cos(\theta)^2 - 2492.9cos(\theta) + 1885.4$

A03 - O momento fletor no ponto D (em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas) é:

$-942,71$

A04 - A reação de apoio horizontal no ponto A (com positivo para a direita e em kN) é :

$+74,493$

A05 - O esforço axial na seção S (em kN e conforme a convenção de diagramas) é:

$-84,711$

⇒ Reações de Apoio no Arco ABC;

- $R\cos\beta = 9 \times \cos 30^\circ = 7,7942\ m$

$R + R\cos\beta = 9(1+\cos 30^\circ) = 16,794\ m$

$R\,\text{sen}\,\beta = 9\,\text{sen}\,30^\circ = 4,5\ m$

$\Sigma M_A = 0 \circlearrowleft \oplus \quad Vc \times 16,794 + Hc \times 4,5 = 15 \times 9^2/2 + 50 \times 9$

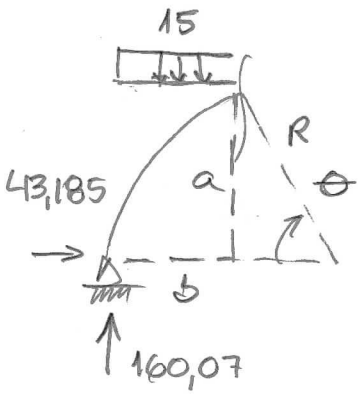
$\Sigma M_B = 0 \circlearrowleft \oplus \quad Vc \times 7,7942 - Hc \times 4,5 = 0$

$$\begin{cases} 16,794\,Vc + 4,5\,Hc = 1057,5 \\ 7,7942\,Vc - 4,5\,Hc = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} Vc = 43,008\ tw \uparrow \\ Hc = 74,493\ tw \leftarrow \end{matrix}$$

$\Sigma F_H = 0 \rightarrow \oplus \quad HA = 74,493\ tw \rightarrow$

$\Sigma F_V = 0 \uparrow \oplus \quad VA - 15 \times 9 - 50 + 43,008 = 0 \quad VA = \underline{141,99\ tw \uparrow}$

⇒ Eq. de Momentos AB;



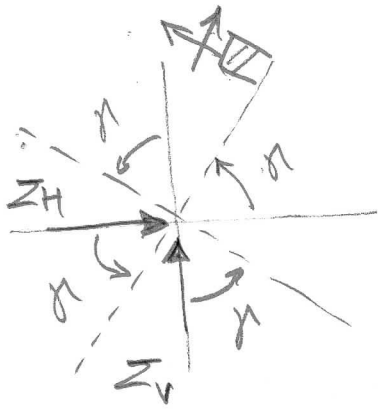
$a = R\,\text{sen}\,\theta \qquad b = R - R\cos\theta$

$M_{AB}(\theta) = 141,99\,(R - R\cos\theta) - 74,493\,(R\,\text{sen}\,\theta) - 15\,(R - R\cos\theta)^2/2$

$M_{AB}(\theta) = 141,99 \times 9(1-\cos\theta) - 74,493 \times 9\,\text{sen}\,\theta - 7,5 \times 9^2(1-\cos\theta)^2$

$M_{AB}(\theta) = 1277,9 - 1277,9\cos\theta - 670,44\,\text{sen}\,\theta - 607,5\,(1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta)$

$M_{AB}(\theta) = -670,44\,\text{sen}\,\theta + 607,5\cos^2\theta - 62,9\cos\theta + 670,4$



$\gamma = 180° - \theta = 180° - 110° = 70°$

$\Sigma H = 74{,}493\,kN \rightarrow$

$\Sigma V = 141{,}99\,kN - 50\,kN - 15\,kN/m \times 9\,m$

$= -43{,}010\,kN \downarrow$

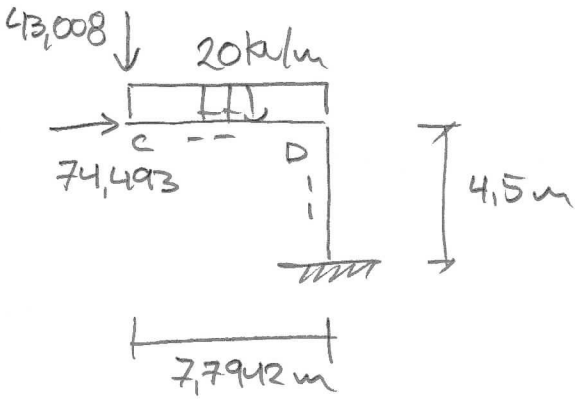
$V_S = \Sigma V \operatorname{sen}\gamma + \Sigma H \cos\gamma$

$= -43{,}010 \times \operatorname{sen} 70° + 74{,}493 \times \cos 70° = \underline{-14{,}938\,kN}$

$N_S = \Sigma V \cos\gamma - \Sigma H \operatorname{sen}\gamma$

$= -43{,}010 \times \cos 70° - 74{,}493 \times \operatorname{sen} 70° = \underline{-84{,}711\,kN}$

$\Rightarrow$ Momento Fletor no Ponto D:



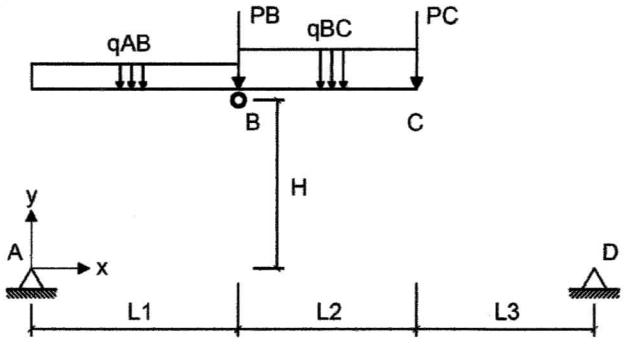
$M_D = -43{,}008 \times 7{,}7942 - 20 \times 7{,}7942^2/2$

$M_D = -942{,}71\,kN\,m$

Problema B : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão] GABARITO V2

Para o vão, carregamento e posição de rótula indicados na figura ao lado, responda os questionamentos com base nos dados abaixo.

Dados:
- L1 = 4.0 m
- L2 = 5.0 m
- L3 = 3.0 m
- H = 8.0 m
- qAB = 15.0 kN/m
- qBC = 25.0 kN/m
- PB = 100.0 kN
- PC = 40.0 kN



B01 - Trace o diagrama de esforços ~~cortantes~~ axiais para o trecho BC (em kN) plotando os resultados no ponto B e no ponto C e em três pontos equidistantes entre B e C. ~~[Traçar o diagrama a caneta no local especificado na última folha da prova]~~

B02 - A reação de apoio horizontal no ponto A é (em kN e com positivo para a direita):

+ 76,98

B03 - A equação da linha de pressões para o trecho CD (conforme o sistema de eixos indicado com origem no ponto A e em unidades de m) é:

(A) $-4.5805x + 54.966$ **(B)** $-751.83x + 21.986$ **(C)** $-3.6644 + 43.973/x$
(D) $-1.8322x + 21.986$ **(E)** $-1.8322x + 871.99$ **(F)** N.D.A.

B04 - A equação da linha de pressões para o trecho AB (conforme o sistema de eixos indicado com origem no ponto A e em unidades de m) é:

(A) $-0.097429x + 2.3897$ **(B)** $-0.19486x^3 + 4.7794x^2$ **(C)** $-0.097429x^2 + 2.3897x$
(D) N.D.A. **(E)** $-0.097429x^2 + 502.39x$ **(F)** $-750.1x^2 + 2.3897x$

→ Equações da Viga Análoga:

$\sum M_A = 0 \curvearrowleft +$

$V_D \times 12 - 15 \times 4^2/2 - 100 \times 4 - 25 \times 5 \times (2{,}5+4) - 40 \times 9 = 0$

$V_D = 1/12 \left(15 \times 16/2 + 400 + 125 \times 6{,}5 + 360 \right) = 141{,}04 \text{ kN} \uparrow$

$\sum F_V = 0 \uparrow + \quad V_A - 15 \times 4 - 100 - 40 - 25 \times 5 + 141{,}04 = 0$

$V_A = 15 \times 4 + 100 + 40 + 25 \times 5 - 141{,}04 = \underline{183{,}96 \text{ kN} \uparrow}$

$M_{AB_0}(x) = 183{,}96x - 15x^2/2$

$V_{AB_0}(x) = 183{,}96 - 15x$

$M_{BC_0}(x) = 183{,}96x - 15 \times 4 \times (x-2) - 100(x-4) - 25(x-4)^2/2$

$= -12{,}5x^2 + 123{,}96x + 320$

$V_{BC_0}(x) = -25x + 123{,}96$

$M_{CD_0}(x) = 183{,}96x - 15 \times 4 \times (x-2) - 100(x-4) - 25 \times 5 (x-6{,}5)$

$- 40(x-9)$

$= -141{,}04x + 1692{,}5$

$V_{CD_0}(x) = -141{,}04$

$H' = M_{AB_0}(x=4)/8 = (183{,}96 \times 4 - 15 \times 4^2/2) \, 1/8 = \underline{76{,}98 \text{ kN}}$

$y_{AB}(x) = \frac{1}{76{,}98} (183{,}96x - 7{,}5x^2) = \underline{2{,}3897x - 0{,}097428x^2}$

$y_{BC}(x) = \frac{1}{76{,}98} (-12{,}5x^2 + 123{,}96x + 320) = \underline{-0{,}16238x^2 + 1{,}6103x + 4{,}1569}$

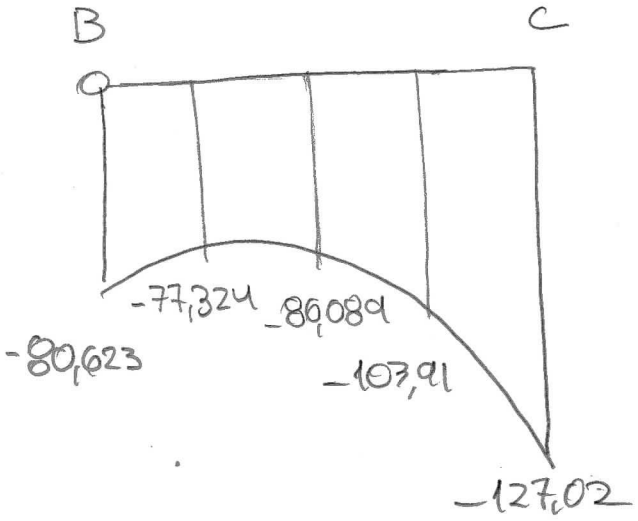
$y_{CD}(x) = \frac{1}{76{,}98} (-141{,}04x + 1692{,}5) = \underline{-1{,}8322x + 21{,}986}$

→ DIAGRAMA DE AXIAIS TRECHO BC:

$$y'_{BC}(x) = -0{,}32476x + 1{,}6103$$

$$N_{BC}(x) = -(-25x + 123{,}96)\,\text{sen}(\text{arctg}(-0{,}32476x + 1{,}6103)) - 76{,}98\cos(\text{arctg}(-0{,}32476x + 1{,}6103))$$

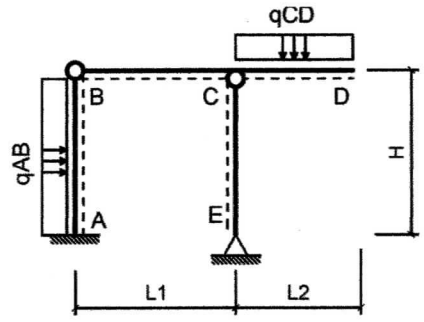
x [m]	$N_{BC}(x)$ [kN]
4,000	−80,623
5,125	−77,324
6,500	−86,089
7,750	−103,91
9,00	−127,02



GABARITO V2

Problema C : [Valor 4.375 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

No modelo estrutural ao lado as **vigas** possuem seção transversal de **20x50 cm (base x altura)** e os **pilares** seção transversal de **20x20 cm**. Todos os elementos serão compostos de um material homogêneo e isotrópico com módulo de elasticidade **E=25000MPa**.
Considerando os efeitos de flexão e os efeitos dos esforços axiais (desprezar cortantes), calcular o **deslocamento vertical do ponto D**.



Dados:
- L1 = 6.0 m
- L2 = 3.0 m
- H = 4.0 m
- qAB = 10.0 kN/m
- qCD = 45.0 kN/m

OBS: Para o carregamento virtual considerar uma carga unitária (1kN) vertical orientada de cima para baixo aplicada no ponto D.

C01 - A reação de apoio vertical no ponto A para o carregamento real (em kN e com positivo para cima) é:

$-33,75$

C02 - A reação de apoio vertical no ponto E para o carregamento virtual (em kN e com positivo para cima) é:

$+1,5$

C03 - A equação de momentos fletores para o carregamento real da viga BC (com origem em B e em kN e m) é:

(A) $-33.75x$ **(B)** N.D.A. **(C)** $-67.5x$
(D) $-101.25x^2$ **(E)** -168.75 **(F)** $-135.0x$

C04 - A equação de momentos fletores para o carregamento real da viga CD (com origem em C e em kN e m) é:

(A) $-45.0x^2 + 135.0x$ **(B)** N.D.A. **(C)** $-45.0x^2 - 202.5$
(D) $-22.5x^2 + 135.0x$ **(E)** $-22.5x^2 + 135.0x - 202.5$ **(F)** $-22.5x^2 - 202.5$

C05 - A equação de momentos fletores para o carregamento virtual da viga CD (com origem em C e em kN e m) é:

(A) $1.0x^2 - 3.0$ **(B)** $1.0x - 3.0$ **(C)** N.D.A.
(D) $1.5x^2 - 3.0$ **(E)** $1.0x$ **(F)** $-0.5x - 3.0$

C06 - O traçado do diagrama de esforços axiais para o carregamento real (em kN)

C07 - O deslocamento vertical do ponto D (em mm e com positivo para cima) é:

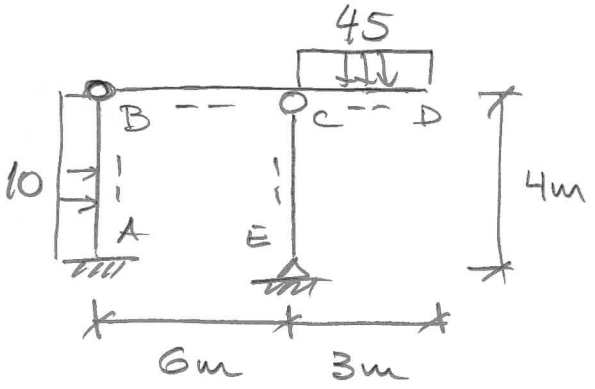
$-33,156$

→ PROPRIEDADES:

. $EI_V = 25\times10^6\ kN/m^2 \times 0{,}2m \times (0{,}5m)^3/12 = 52083\ kN\,m^2$

$EI_P = 25\times10^6\ kN/m^2 \times 0{,}2m \times 0{,}5m = 2500000\ kN$

→ CARREGAMENTO REAL:



$\Sigma M_C^{\rightarrow E} = 0 \curvearrowleft (+)\quad H_E = 0\ kN$

$\Sigma F_H = 0 \rightarrow (+)\quad H_A = 10\times4 = 40\ kN \leftarrow$

$\Sigma M_B^{\rightarrow A} = 0 \curvearrowright (+)$

$M_A + 40\times4 - 10\times4^2/2 = 0$

$M_A = -80\ kN\,m \curvearrowleft (+)$

$\Sigma M_B^{\rightarrow E} = 0 \curvearrowleft (+)\quad V_E\times6m - 45\times3\times(6+3/2) = 0 \quad V_E = 168{,}75\ kN \uparrow$

$\Sigma F_V = 0 \uparrow (+)\quad V_A - 45\times3 + 168{,}75 = 0 \quad V_A = -33{,}75\ kN \downarrow$

$M_{AB}(x) = -80 + 40x - 10x^2/2$

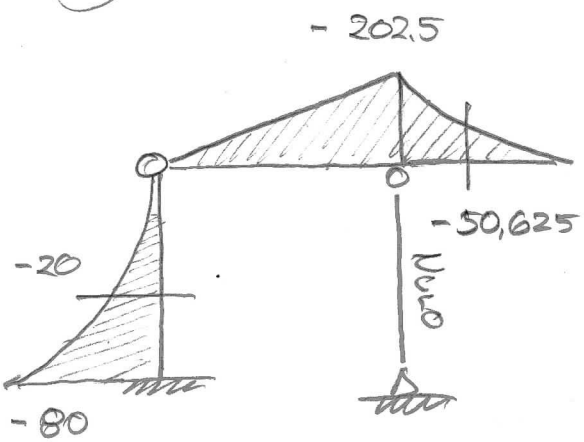
$M_{BC}(x) = -33{,}75x$

$M_{CD}(x) = -33{,}75\times6 + (168{,}75 - 33{,}75)x - 45x^2/2$

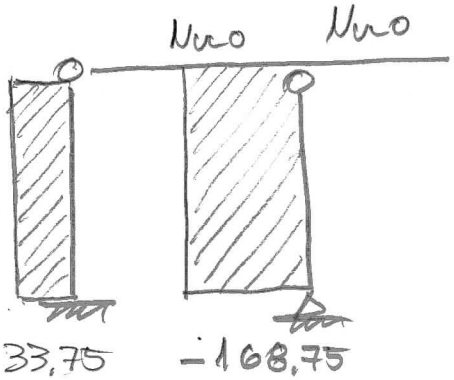
$= -22{,}5x^2 + 135x - 202{,}5$

$N_{BC}(x) = 0 \quad N_{CD}(x) = 0 \quad N_{AB}(x) = 33{,}75\ kN \quad N_{CE}(x) = -168{,}75\ kN$

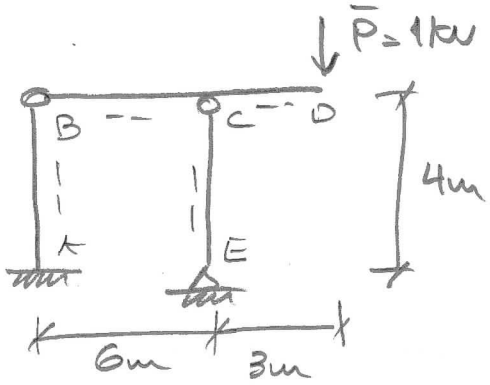
(M) [kN.m]



(N) [kN]



→ CARREGAMENTO VIRTUAL:



$\Sigma M_C^{\rightarrow E} = 0 \circlearrowleft^{\oplus}$ $H_E = 0$

$\Sigma F_H = 0$ $H_A = 0$

$\Sigma M_B^{\rightarrow E} = 0 \circlearrowleft^{\oplus}$

$\bar{V}_E \times 6 - 1 \times 9 = 0$ $\bar{V}_E = 1{,}5kN \uparrow$

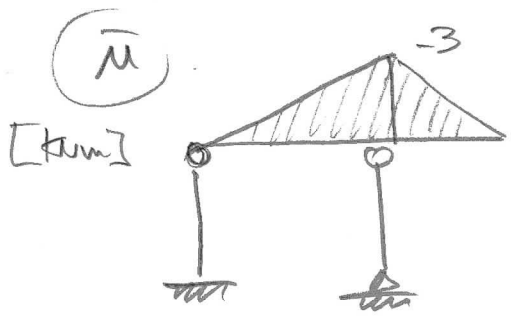
$\Sigma F_V = 0 \uparrow^{\oplus}$ $\bar{V}_A = -0{,}5kN \downarrow$

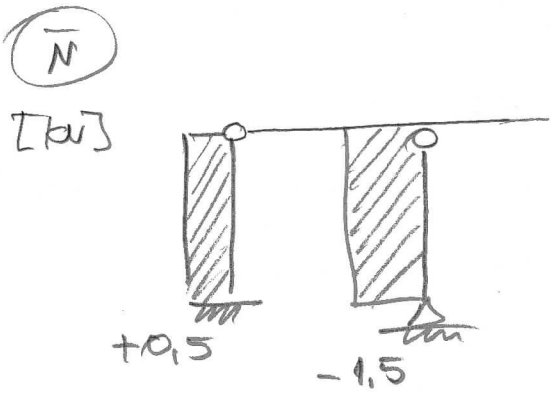
$\bar{M}_{BA}(x) = \bar{M}_{CE}(x) = 0$

$\bar{M}_{BC}(x) = -0{,}5x$ $\bar{M}_{CD}(x) = -0{,}5 \times 6 + (1{,}5 - 0{,}5)x$

$\bar{M}_{CD}(x) = -3 + x$

$\bar{N}_{BC}(x) = \bar{N}_{CD}(x) = 0$ $\bar{N}_{AB}(x) = 0{,}5kN$ $\bar{N}_{CE}(x) = -1{,}5kN$





$$\delta_{DV.MOM} = \frac{1}{52083}\left[\frac{1}{3}6(-3)(-202{,}5) + \frac{1}{6}(3)(-3)(2\times(-50{,}625) - 202{,}5)\right]$$

$$= 3{,}2076 \times 10^{-2} m = 32{,}076 mm$$

$$\delta_{DV.AXIAL} = \frac{1}{1000000}\left[0{,}5 \times 33{,}75 \times 4 + (-1{,}5)(-168{,}75) \times 4\right]$$

$$= 0{,}00108 m = 1{,}08 mm$$

$$\delta_{DV} = 32{,}076 + 1{,}08 = \underline{33{,}156 mm} \downarrow.$$