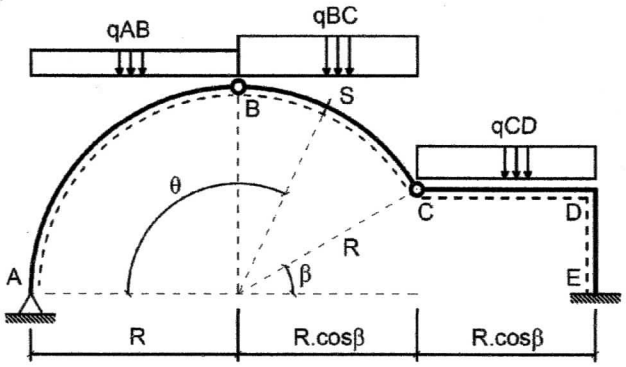
Problema B : [Valor 3.125 pontos - 0.6250 pontos cada questão] GABARITO V3

Com base nos dados abaixo responda os questionamentos quanto ao modelo estrutural ao lado.

Dados:
- O arco ABC é circular.
- R = 6.0 m
- θ = 120.0 °
- β = 30.0 °
- qAB = 20.0 kN/m
- qBC = 35.0 kN/m
- qCD = 10.0 kN/m



B01 - O momento fletor no ponto D (em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas) é:

$-894,58$

B02 - A equação de momentos fletores para o trecho AB em função da variação do ângulo θ com θ = 0 ° no ponto A (em unidades de kN e m) é:

(A) $574.13sin(\theta) + 360.0cos(\theta)^2 - 1654.1cos(\theta) + 1294.1$
(B) $-574.13sin(\theta) + 934.13cos(\theta) - 934.13$
(C) N.D.A.
(D) $-6.0sin(\theta) - 360.0cos(\theta)^2 + 714.0cos(\theta) - 354.0$
(E) $-574.13sin(\theta) - 360.0cos(\theta)^2 - 214.12cos(\theta) + 574.13$
(F) $574.13sin(\theta) - 360.0cos(\theta)^2 + 720.0cos(\theta) - 360.0$

B03 - O esforço cortante na seção S (em kN e conforme a convenção de diagramas) é:

$-12,180$

B04 - A reação de apoio horizontal no ponto A (com positivo para a direita e em kN) é :

$+95,689$

B05 - O esforço axial na seção S (em kN e conforme a convenção de diagramas) é:

$-117,52$

→ Reações de Apoio do Arco ABC:

$R\cos\beta = 6\times\cos 30^\circ = 5{,}1962\ m$

$R\,\text{sen}\beta = 6\times\text{sen}30^\circ = 3\ m$

$R + R\cos\beta = 6(1+\cos 30^\circ) = 11{,}196\ m$

$\Sigma M_A = 0 \circlearrowleft\oplus \quad Vc\times 11{,}196 + Hc\times 3 = 20\times 6^2/2 + 35\times 5{,}1962\times(5{,}1962/2 + 6)$

$\Sigma M_B = 0 \circlearrowleft\oplus \quad Vc\times 5{,}1962 - Hc\times 3 = 35\times 5{,}1962^2/2$

$$\begin{cases} 11{,}196\,Vc + 3Hc = 1923{,}7 \\ 5{,}1962\,Vc - 3Hc = 472{,}51 \end{cases}$$

$Vc = 146{,}18\ kN\ \uparrow$

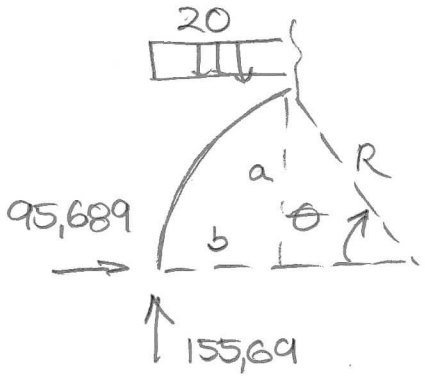
$Hc = 95{,}689\ kN\ \leftarrow$

$\Sigma FH = 0 \quad HA = Hc = 95{,}689\ kN\ \rightarrow$

$\Sigma FV = 0\uparrow \quad VA - 20\times 6 - 35\times 5{,}1962 + 146{,}18 = 0$

$VA = 20\times 6 + 35\times 5{,}1962 - 146{,}18 = 155{,}69\ kN\ \uparrow$

→ Equação de Momentos AB:



$M_{AB}(\theta) = 155{,}69\,b - 95{,}689\,a - 20\times b^2/2$

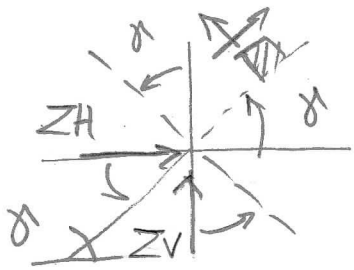
$a = R\,\text{sen}\theta \qquad b = R - R\cos\theta$

$M_{AB}(\theta) = 155{,}69\,R(1-\cos\theta) - 95{,}689\,R\,\text{sen}\theta - \frac{20\,R^2(1-\cos\theta)^2}{2}$

$M_{AB}(\theta) = 155{,}69\times 6(1-\cos\theta) - 95{,}689\times 6\times\text{sen}\theta - 10\times 6^2(1-\cos\theta)^2$

$M_{AB}(\theta) = -360\cos^2\theta - 214{,}14\cos\theta - 574{,}13\,\text{sen}\theta + 574{,}14$

→ CORTE E AXIAL NA SEÇÃO S:



$\gamma = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\Sigma H = 95{,}689\ kN$

$\Sigma V = 155{,}69\ kN - 20\times 6 - 35\times 6\times\cos 60^\circ$

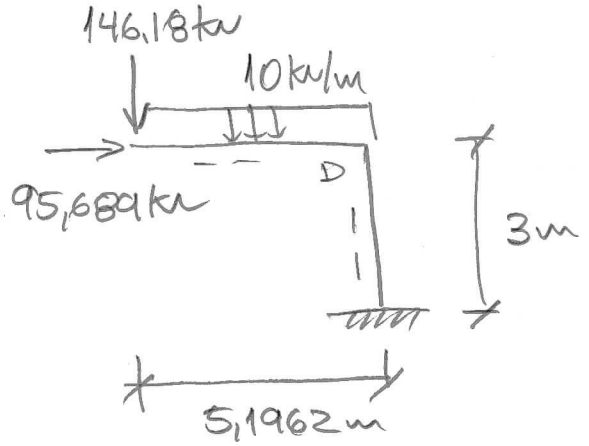
$\Sigma H = -69{,}31\ kN$

$V_S = \Sigma V \operatorname{sen}\alpha + \Sigma H \cos\alpha \qquad N_C = \Sigma V \cos\alpha - \Sigma H \operatorname{sen}\alpha$

$V_S = -69{,}31 \operatorname{sen} 60^\circ + 95{,}689 \cos 60^\circ = \underline{-12{,}180\ kN}$ //

$N_S = -69{,}31 \cos 60^\circ - 95{,}689 \operatorname{sen} 60^\circ = \underline{-117{,}52\ kN}$ //

→ Momento Fletor no Ponto D:



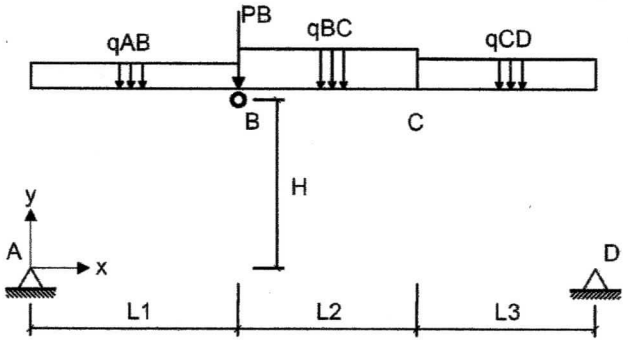
$M_D = -146{,}18 \times 5{,}1962 - 10 \times 5{,}1962^2/2$

$M_D = \underline{-894{,}58\ kN\,m}$ //

Problema C : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão] GABARITO V3

Para o vão, carregamento e posição de rótula indicados na figura ao lado, responda os questionamentos com base nos dados abaixo.

Dados:
- L1 = 4.0 m
- L2 = 4.0 m
- L3 = 4.0 m
- H = 8.0 m
- qAB = 20.0 kN/m
- qBC = 35.0 kN/m
- qCD = 20.0 kN/m
- PB = 60.0 kN



AXIAIS

C01 - Trace o diagrama de esforços ~~cortantes~~ para o trecho BC (em kN) plotando os resultados no ponto B e no ponto C e em três pontos equidistantes entre B e C. [~~Traçar o diagrama a caneta no local especificado na última folha da prova~~]

C02 - A reação de apoio horizontal no ponto A é (em kN e com positivo para a direita):

75 kN

C03 - A equação da linha de pressões para o trecho CD (conforme o sistema de eixos indicado com origem no ponto A e em unidades de m) é:

(A) $-0.33333x^2 + 2.3333x + 20.0$ **(B)** $-0.13333x^2 - 749.07x + 8.0$ **(C)** N.D.A.
(D) $-0.13333x^2 + 0.93333x + 8.0$ **(E)** $-0.13333x^2 + 0.93333x + 858.0$ **(F)** $-0.26667x + 1.8667 + 16.0/x$

C04 - A equação da linha de pressões para o trecho AB (conforme o sistema de eixos indicado com origem no ponto A e em unidades de m) é:

(A) N.D.A. **(B)** $-750.13x^2 + 2.5333x$ **(C)** $-0.13333x^2 + 2.5333x$
(D) $-0.13333x^2 + 502.53x$ **(E)** $-0.13333x + 2.5333$ **(F)** $-0.26667x^3 + 5.0667x^2$

→ Equações da Viga Análoga:

$\sum M_D = 0 \circlearrowleft +$

$V_A \times 12 - 20 \times 4 \times (2+8) - 60 \times 8 - 35 \times 4 (2+4) - 20 \times 4^2/2 = 0$

$V_A = 1/12 \left(80 \times 10 + 480 + 35 \times 24 + 10 \times 16\right) = 190\,kN \uparrow$

$M_{AB_0}(x) = 190x - 20x^2/2 \qquad V_{AB_0}(x) = 190 - 20x$

$M_{BC_0}(x) = 190x - 20 \times 4 (x-2) - 60(x-4) - 35 (x-4)^2/2$

$M_{BC_0}(x) = -17{,}5x^2 + 190x + 120 \qquad V_{BC_0}(x) = -35x + 190$

$M_{CD_0}(x) = 190x - 20 \times 4 (x-2) - 60(x-4) - 35 \times 4 (x-6) - 20 (x-8)^2/2$

$M_{CD_0}(x) = -10x^2 + 70x + 600 \qquad V_{CD_0}(x) = -20x + 70$

$H' = M_{AB_0}(x=4)/8 = \dfrac{-10 \times 4^2 + 190 \times 4}{8} = 75\,kN$ //

$y_{AB}(x) = \dfrac{1}{75}(-10x^2 + 190x) = -0{,}13333x^2 + 2{,}5333x$ //

$y_{CD}(x) = \dfrac{1}{75}(-10x^2 + 70x + 600) = -0{,}13333x^2 + 0{,}93333x + 8$ //

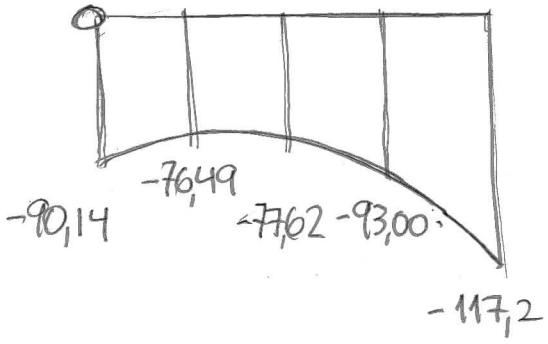
$y_{BC}(x) = \dfrac{1}{75}(-17{,}5x^2 + 190x + 120) = -0{,}23333x^2 + 2{,}5333x + 1{,}6$

$y'_{BC}(x) = -0{,}46667x + 2{,}5333$

$N_{BC}(x) = -(-35x + 190) \operatorname{sen}(\operatorname{arctg}(0{,}46667x + 2{,}5333)) - 75 \cos(\operatorname{arctg}(0{,}46667x + 2{,}5333))$

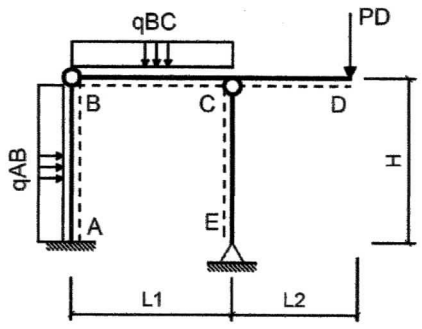
x	N
4	−90,139 kN
5	−76,485
6	−77,621
7	−93,005
8	−117,15

DIAGRAMA N_{BC}:



Problema A : [Valor 4.375 pontos - 0.6250 pontos cada questão] GABARITO V3

No modelo estrutural ao lado as **vigas** possuem seção transversal de **20x50 cm (base x altura)** e os **pilares** seção transversal de **20x20 cm**. Todos os elementos serão compostos de um material homogêneo e isotrópico com módulo de elasticidade **E=25000MPa**.
Considerando os efeitos de flexão e os efeitos dos esforços axiais (desprezar cortantes), calcular o **deslocamento vertical do ponto D**.



Dados:
- L1 = 6.0 m
- L2 = 3.0 m
- H = 4.0 m
- qAB = 10.0 kN/m
- qBC = 20.0 kN/m
- PD = 80.0 kN

OBS: Para o carregamento virtual considerar uma carga unitária (1kN) vertical orientada de cima para baixo aplicada no ponto D.

A01 - A reação de apoio vertical no ponto A para o carregamento real (em kN e com positivo para cima) é:

+20

A02 - A reação de apoio vertical no ponto E para o carregamento virtual (em kN e com positivo para cima) é:

1,5

A03 - A equação de momentos fletores para o carregamento real da viga BC (com origem em B e em kN e m) é:

(A) $-10.0x^2 + 20.0x$ **(B)** $60.0x^2 + 40.0x$ **(C)** $-10.0x^3 + 80.0x$
(D) $-20.0x^2 + 100.0$ **(E)** $50.0x$ **(F)** N.D.A.

A04 - A equação de momentos fletores para o carregamento real da viga CD (com origem em C e em kN e m) é:

(A) $80.0x$ **(B)** $80.0x - 240.0$ **(C)** N.D.A.
(D) -240.00 **(E)** $80.0x$ **(F)** -240.00

A05 - A equação de momentos fletores para o carregamento virtual da viga CD (com origem em C e em kN e m) é:

(A) $1.0x$ **(B)** $-0.5x - 3.0$ **(C)** $1.0x - 3.0$
(D) N.D.A. **(E)** $1.0x^2 - 3.0$ **(F)** $1.5x^2 - 3.0$

A06 - O traçado do diagrama de esforços axiais para o carregamento real (em kN)

A07 - O deslocamento vertical do ponto D (em mm e com positivo para cima) é:

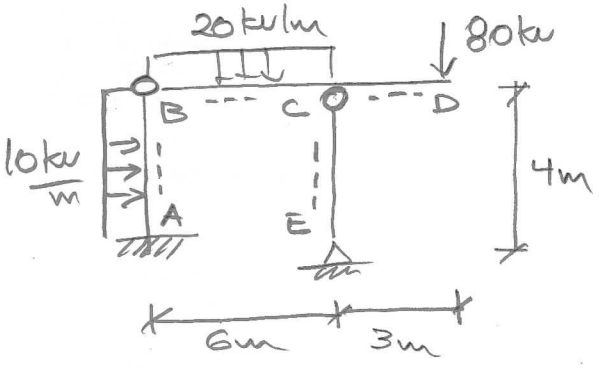
− 32,144

PROPRIEDADES

$EI_V = 25\times10^6\ kN/m^2 \times 0{,}2m \times (0{,}5m)^3/12 = 52083\ kNm^2$

$EA_P = 25\times10^6\ kN/m^2 \times 92m \times 92m = 1000000\ kN$

CARREGAMENTO REAL



$\Sigma M_C^{\rightarrow E} = 0\ \circlearrowleft(+)\quad H_E = 0$

$\Sigma F_H = 0\quad H_A = 10\,kN/m \times 4m = \underline{40kN \leftarrow}$

$\Sigma M_B^{\rightarrow E} = 0\ \circlearrowleft(+)$

$V_E \times 6 - 20\times\frac{6^2}{2} - 80\times 9 = 0$

$V_E = \frac{1}{6}\left(10\times6^2 + 80\times9\right) = \underline{180kN \uparrow}$

$\Sigma F_V = 0\uparrow\quad V_A - 20\times6 - 80 + 180 = 0\quad \underline{V_A = 20kN\uparrow}$

$\Sigma M_B^{\rightarrow A} = 0\ \circlearrowleft(+)\quad M_A + 40\times4 - 10\times\frac{4^2}{2} = 0\quad M_A = -80kNm$

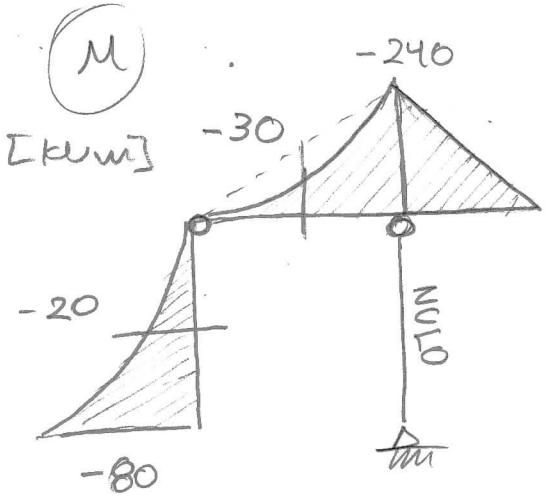
$M_B(x) = -80 + 40x - 10\frac{x^2}{2}$

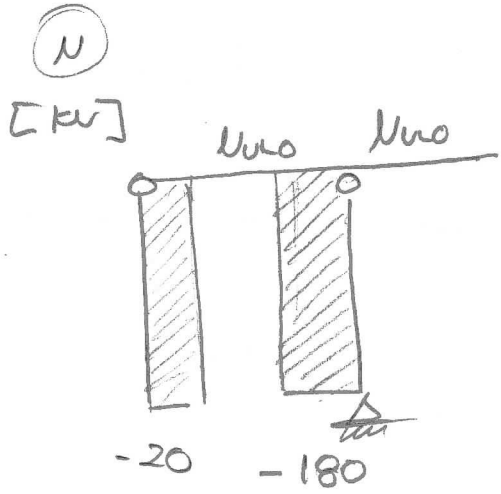
$M_{BC}(x) = 20x - 20\frac{x^2}{2} = 20x - 10x^2$

$M_C = 20\times6 - 10\times6^2 = -240\ kNm$

$M_{CD}(x) = -240 + (20 - 20\times6 + 180)x = -240 + 80x$

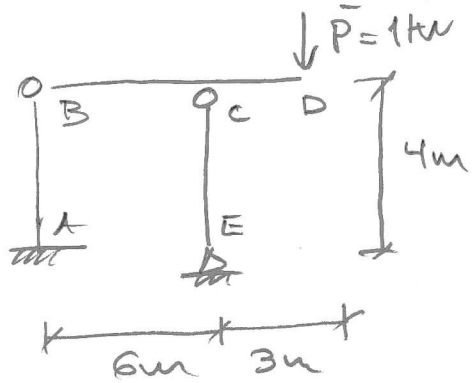
$M_{CE}(x) = 0\qquad N_{AB}(x) = -20kN\quad N_{EC}(x) = -180kN$





$\left(-240+0\right)/2 + 20\times\frac{6^2}{8} =$

CARREGAMENTO VIRTUAL



$\Sigma M_C^{\rightarrow E}=0 \quad \bar{H}_E=0$

$\Sigma F_H=0 \quad \bar{H}_A=0$

$\Sigma M_B^{\rightarrow A}=0 \;\circlearrowleft(+) \quad \bar{M}_A=0$

$\Sigma M_B^{\rightarrow E}=0 \;\circlearrowleft(+)$

$\bar{V}_E \times 6 - 1 \times 9 = 0 \quad \bar{V}_E = 9/6 = 1{,}5\,kN\uparrow$

$\Sigma F_V=0\uparrow \quad \bar{V}_A = -0{,}5\,kN\downarrow$

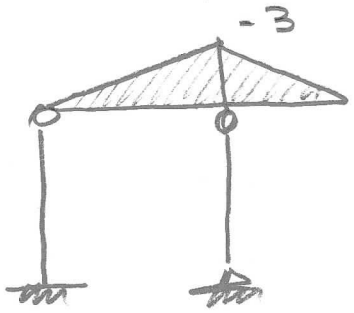
$\bar{M}_{BA}(x) = \bar{M}_{CE}(x) = 0 \qquad \bar{M}_{BC}(x) = -0{,}5x$

$\bar{M}_{CD}(x) = -3 + 1\cdot x$

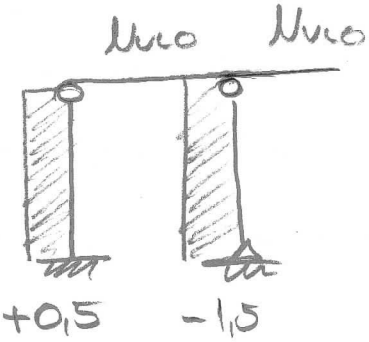
$\bar{N}_{BC}(x) = \bar{N}_{CD}(x) = 0$

$\bar{N}_{BA}(x) = +0{,}5\,kN \qquad \bar{N}_{CE}(x) = -1{,}5\,kN$

$\bar{M}$ [kNm]



$\bar{N}$ [kN]



$$\delta_{DV} = \frac{1}{MOM\ 52083}\left[\frac{1}{6}6(-3)(2\cdot(-30)-240) + \frac{1}{3}3(-3)(-240)\right]$$

$$= 3{,}1104\times10^{-2}\,m = 31{,}104\,mm\downarrow$$

$$\delta_{DV\ AXIAL} = \frac{1}{1000000}\left[4\times0{,}5\times(-20) + 4\times(-1{,}5)\times(-180)\right]$$

$$= 1{,}04\times10^{-3}\,m = 1{,}04\,mm\downarrow$$

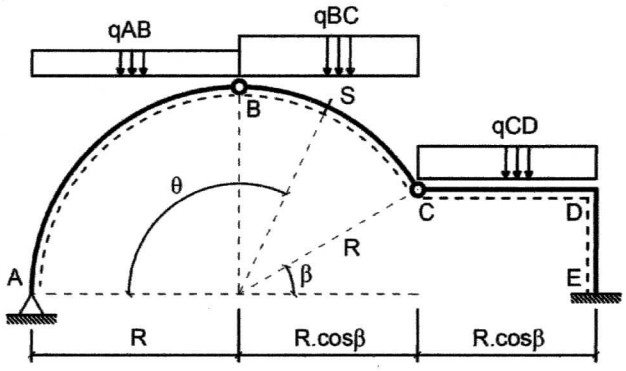
$$\delta_{DV} = 31{,}104 + 1{,}04 = \underline{32{,}144\,mm\downarrow}$$

GABARITO V4

Problema B : [Valor 3.125 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Com base nos dados abaixo responda os questionamentos quanto ao modelo estrutural ao lado.

Dados:
- O arco ABC é circular.
- R = 8.0 m
- θ = 120.0 °
- β = 30.0 °
- qAB = 20.0 kN/m
- qBC = 35.0 kN/m
- qCD = 10.0 kN/m



B01 - A reação de apoio horizontal no ponto A (com positivo para a direita e em kN) é :

127,59

B02 - A equação de momentos fletores para o trecho AB em função da variação do ângulo θ com θ = 0 ° no ponto A (em unidades de kN e m) é:

(A) $-8.0sin(\theta) - 640.0cos(\theta)^2 + 1272.0cos(\theta) - 632.0$
(B) $1020.7sin(\theta) - 640.0cos(\theta)^2 + 1280.0cos(\theta) - 640.0$
(C) $-1020.7sin(\theta) - 640.0cos(\theta)^2 - 380.67cos(\theta) + 1020.7$
(D) N.D.A.
(E) $-1020.7sin(\theta) + 1660.7cos(\theta) - 1660.7$
(F) $1020.7sin(\theta) + 640.0cos(\theta)^2 - 2940.7cos(\theta) + 2300.7$

B03 - O momento fletor no ponto D (em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas) é:

−1590,3

B04 - O esforço cortante na seção S (em kN e conforme a convenção de diagramas) é:

−16,237

B05 - O esforço axial na seção S (em kN e conforme a convenção de diagramas) é:

−156,70

→ Reações de Apoio do Arco ABC:

$R\cos\theta = 6{,}9282\,m$

$R + R\cos\theta = 14{,}928\,m$

$R\,\mathrm{sen}\,\theta = 4\,m$

$\Sigma M_C = 0 \;\circlearrowleft +$

$V_A \times 14{,}928 - H_A \times 4 = 35 \times 6{,}9282^2/2 + 20 \times 8\,(4 + 6{,}9282)$

$\Sigma M_B = 0 \;\circlearrowleft +$

$V_A \times 8 - H_A \times 8 = 20 \times 8^2/2$

$$\begin{cases} 14{,}928\,V_A - 4H_A = 2588{,}5 \\ 8\,V_A - 8H_A = 640 \end{cases}$$

$V_A = 207{,}59\,kN \uparrow$

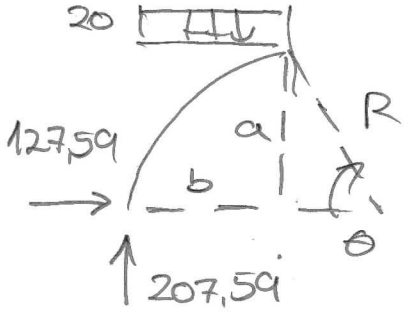
$H_A = 127{,}59\,kN \rightarrow$

$\Sigma F_H = 0 \rightarrow +$ $\quad H_C = -127{,}59\,kN \leftarrow$

$\Sigma F_V = 0 \;\uparrow +$ $\quad V_C + 207{,}59 - 20 \times 8 - 35 \times 6{,}9282 = 0$

$V_C = 194{,}90\,kN \uparrow$

→ Eq. de Momentos do trecho AB:



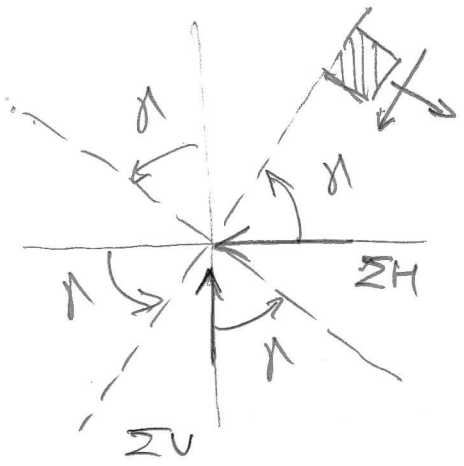
$a = R\,\mathrm{sen}\,\theta \qquad b = (R - R\cos\theta)$

$M_{AB}(\theta) = 207{,}59\,b - 127{,}59\,a - 20\,b^2/2$

$M_{AB}(\theta) = 207{,}59 \times 8\,(1 - \cos\theta) - 127{,}59 \times 8\,\mathrm{sen}\,\theta - 10\,(8^2 - 2 \times 64\cos\theta + 64\cos^2\theta)$

$M_{AB}(\theta) = 1660{,}7 - 1660{,}7\cos\theta - 1020{,}7\,\mathrm{sen}\,\theta - 640 + 1280\cos\theta - 640\cos^2\theta$

$$M_{AB}(\theta) = -1020{,}7\,\mathrm{sen}\,\theta - 640\cos^2\theta - 380{,}7\cos\theta + 1020{,}7$$



$\Sigma H = 127{,}59\ kN$

$\Sigma V = 194{,}90\ kN - 35\frac{kN}{m}(R\cos\beta - R\cos\gamma)$

$\Sigma V = 194{,}9 - 35 \times 8(\cos 30^\circ - \cos 60^\circ)$

$= 92{,}413\ kN \uparrow$

$\gamma = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

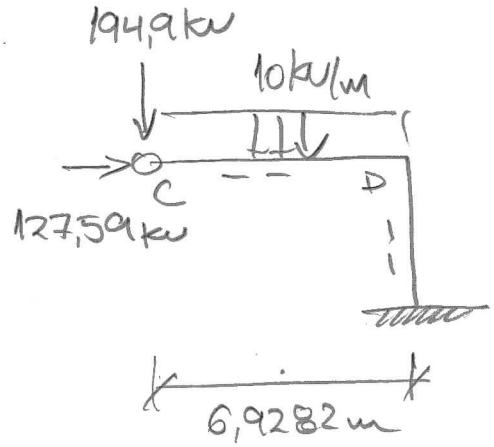
$V_S = -\Sigma V \times \operatorname{sen}\gamma + \Sigma H \cos\gamma$

$= -92{,}413 \times \operatorname{sen} 60^\circ + 127{,}59 \cos 60^\circ = \underline{-16{,}237\ kN}$

$N_S = -\Sigma V \times \cos\gamma - \Sigma H \operatorname{sen}\gamma$

$= -92{,}413 \times \cos 60^\circ - 127{,}59 \operatorname{sen} 60^\circ = \underline{-156{,}70\ kN}$

→ Momento Fletor no Ponto D:



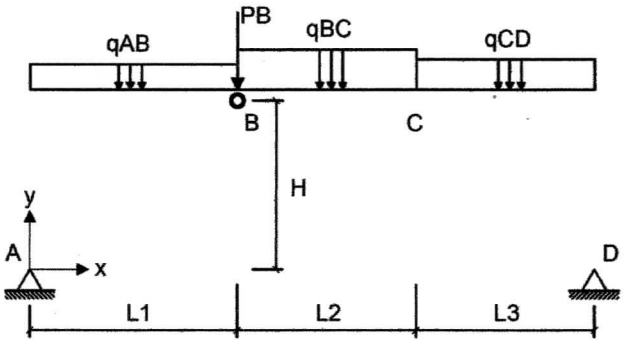
$M_D = -194{,}9 \times 6{,}9282 - 10 \times 6{,}9282^2/2$

$M_D = \underline{-1590{,}3\ kNm}$

Problema B : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão] GABARITO V4

Para o vão, carregamento e posição de rótula indicados na figura ao lado, responda os questionamentos com base nos dados abaixo.

Dados:
- L1 = 4.0 m
- L2 = 4.0 m
- L3 = 4.0 m
- H = 8.0 m
- qAB = 15.0 kN/m
- qBC = 45.0 kN/m
- qCD = 15.0 kN/m
- PB = 70.0 kN



B01 - Trace o diagrama de ~~esforços cortantes~~ AXIAIS para o trecho BC (em kN) plotando os resultados no ponto B e no ponto C e em três pontos equidistantes entre B e C. ~~[Traçar o diagrama a caneta no local especificado na última folha da prova]~~

B02 - A reação de apoio horizontal no ponto A é (em kN e com positivo para a direita):

83,333

B03 - A equação da linha de pressões para o trecho AB (conforme o sistema de eixos indicado com origem no ponto A e em unidades de m) é:

(A) $-0.18x^3 + 4.72x^2$ **(B)** $-0.09x^2 + 2.36x$ **(C)** $-750.09x^2 + 2.36x$
(D) $-0.09x + 2.36$ **(E)** N.D.A. **(F)** $-0.09x^2 + 502.36x$

B04 - A equação da linha de pressões para o trecho CD (conforme o sistema de eixos indicado com origem no ponto A e em unidades de m) é:

(A) $-0.09x^2 - 749.92x + 12.0$ **(B)** $-0.09x^2 + 0.080001x + 862.0$ **(C)** $-0.09x^2 + 0.080001x + 12.0$
(D) $-0.225x^2 + 0.2x + 30.0$ **(E)** $-0.18x + 0.16 + 24.0/x$ **(F)** N.D.A.

→ Equações da Viga Analoga:

$\Sigma M_D = 0 \circlearrowleft \oplus \quad V_A \times 12 - 15\times4\times(10) - 70\times8 - 45\times4\times(6) - 15\times4\times4/2 = 0$

$V_A = \frac{1}{12}(15\times4\times10 + 70\times8 + 45\times24 + 15\times8) = 196{,}67\,kN \uparrow$

$M_{AB_0}(x) = 196{,}67x - 15x^2/2 \qquad V_{AB_0}(x) = 196{,}67 - 15x$

$M_{BC_0}(x) = 196{,}67x - 15\times4\times(x-2) - 70(x-4) - 45(x-4)^2/2$

$= -22{,}5x^2 + 246{,}67x + 40$

$V_{BC_0}(x) = -45x + 246{,}67$

$M_{CD_0}(x) = 196{,}67x - 15\times4\times(x-2) - 70(x-4) - 45\times4(x-6) - 15(x-8)^2/2$

$M_{CD_0}(x) = -7{,}5x^2 + 6{,}6667x + 1000$

$V_{CD_0}(x) = -15x + 6{,}6667$

$H' = M_{AB}(x=4)/8 = \frac{1}{8}\left(196{,}67\times4 - \frac{15}{2}\times4^2\right) = 83{,}333\,kN$

$y_{AB}(x) = \frac{1}{83{,}333}(196{,}67x - 7{,}5x^2) = -0{,}09x^2 + 2{,}360x$

$y_{BC}(x) = \frac{1}{83{,}333}(-22{,}5x^2 + 246{,}67x + 40) = -0{,}27x^2 + 2{,}96x + 0{,}48$

$y_{CD}(x) = \frac{1}{83{,}333}(-7{,}5x^2 + 6{,}6667x + 1000) = -0{,}09x^2 + 0{,}08x + 12$

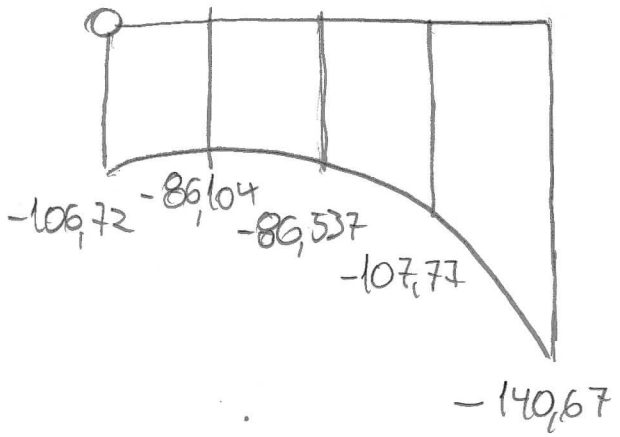
$y'_{BC}(x) = -0{,}54x + 2{,}96$

→ Eq. de Axiais da Barra BC:

$$N_{BC}(x) = -(-45x + 246{,}67)\,\text{sen}(\text{arctg}(-0{,}54x + 2{,}96)) - 83{,}333\cos(\text{arctg}(-0{,}54x + 2{,}96))$$

x (m)	$N_{BC}(x)$ (kN)
4	−106,72
5	−86,104
6	−86,537
7	−107,77
8	−140,67

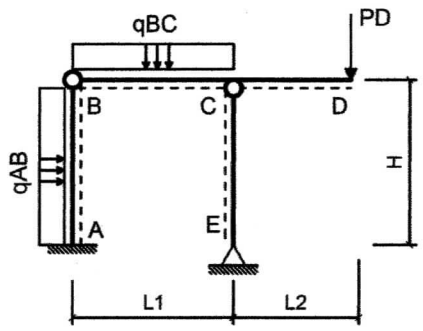
→ DIAGRAMA N_{BC}:



GABARITO V4

Problema C : [Valor 4.375 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

No modelo estrutural ao lado as **vigas** possuem seção transversal de **20x50 cm (base x altura)** e os **pilares** seção transversal de **20x20 cm**. Todos os elementos serão compostos de um material homogêneo e isotrópico com módulo de elasticidade **E=25000MPa**.
Considerando os efeitos de flexão e os efeitos dos esforços axiais (desprezar cortantes), calcular o **deslocamento vertical do ponto D**.



Dados:
- L1 = 6.0 m
- L2 = 3.0 m
- H = 4.0 m
- qAB = 15.0 kN/m
- qBC = 25.0 kN/m
- PD = 50.0 kN

OBS: Para o carregamento virtual considerar uma carga unitária (1kN) vertical orientada de cima para baixo aplicada no ponto D.

C01 - A reação de apoio vertical no ponto A para o carregamento real (em kN e com positivo para cima) é:

50

C02 - A reação de apoio vertical no ponto E para o carregamento virtual (em kN e com positivo para cima) é:

−1,5

C03 - A equação de momentos fletores para o carregamento real da viga BC (com origem em B e em kN e m) é:

(A) $-12.5x^2 + 50.0x$ **(B)** N.D.A. **(C)** $-12.5x^3 + 200.0x$
(D) $150.0x^2 + 50.0x$ **(E)** $112.5x$ **(F)** $-25.0x^2 + 250.0$

C04 - A equação de momentos fletores para o carregamento real da viga CD (com origem em C e em kN e m) é:

(A) N.D.A. **(B)** $50.0x - 150.0$ **(C)** $-25.0x^3 + 50.0x$
(D) $5.0x^2 + 50.0x$ **(E)** $-25.0x^2 - 50.0$ **(F)** $10.0x^2 - 275.0$

C05 - A equação de momentos fletores para o carregamento virtual da viga CD (com origem em C e em kN e m) é:

(A) $1.0x - 3.0$ **(B)** $1.0x$ **(C)** N.D.A.
(D) $1.0x^2 - 3.0$ **(E)** $1.5x^2 - 3.0$ **(F)** $-0.5x - 3.0$

C06 - O traçado do diagrama de esforços axiais para o carregamento real (em kN)

C07 - O deslocamento vertical do ponto D (em mm e com positivo para cima) é:

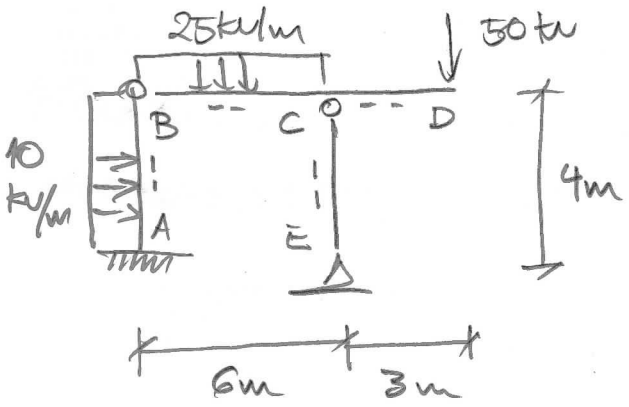
−13,76

→ PROPRIEDADES:

$EI_V = 25\times10^6\ kN/m^2 \times 0{,}2m \times (0{,}5m)^3/12 = 52083\ kN\,m^2$

$EA_P = 25\times10^6\ kN/m^2 \times 0{,}2m \times 0{,}2m = 1000000\ kN$

→ CARREGAMENTO REAL



$\Sigma M_C^{\to E} = 0 \circlearrowleft (+) \quad H_E = 0$

$\Sigma F_H = 0 \quad H_A = 0$

$\Sigma M_B^{\to A} = 0 \circlearrowleft (+)$

$M_A + 10\times4^2/2 = 0 \quad M_A = -80\ kNm$

$\Sigma M_B^{\to E} = 0 \circlearrowleft (+)$

$V_E\times6 - 50\times9 + 25\times6^2/2 = 0$

$V_E = 1/6\,(450 + 12{,}5\times36) = 150\ kN\uparrow$

$\Sigma F_V = 0\uparrow \quad V_A - 25\times6 - 50 + 150 = 0 \quad V_A = 50\ kN\uparrow$

$M_{AB}(x) = -80 + 40x - 10x^2/2$

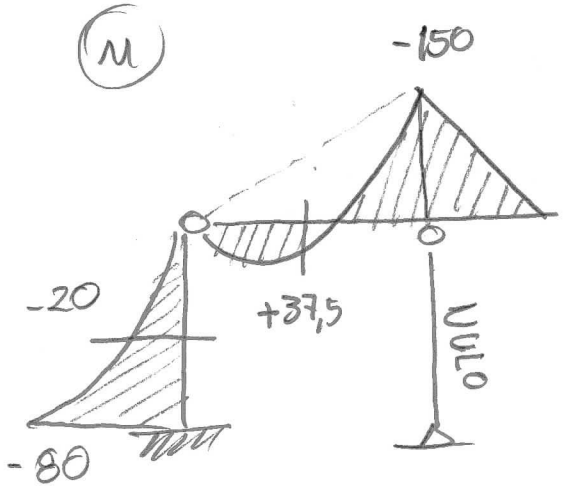
$M_{BC}(x) = 50x - 25x^2/2 = -12{,}5x^2 + 50x$

$M_{CD}(x) = 50\times6 - 12{,}5\times6^2 + (-25\times6 + 50 + 150)x$

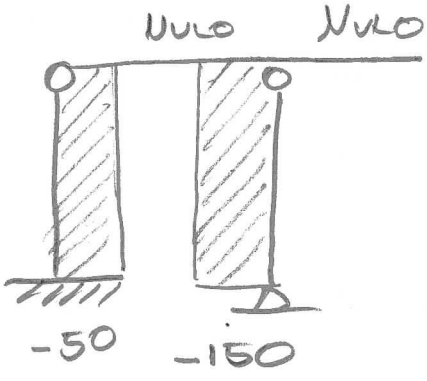
$= +50x - 150$

$M_{CE}(x) = 0 \quad N_{AB}(x) = -50\ kN \quad N_{EC}(x) = -150\ kN$

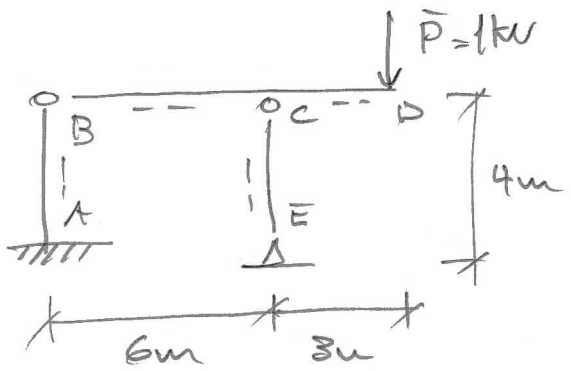
(M)



(N)



→ CARREGAMENTO VIRTUAL



$\Sigma M_C^{\rightarrow E} = 0 \quad \bar{H}_E = 0$

$\Sigma F_H = 0 \quad \bar{H}_A = 0$

$\Sigma M_B^{\rightarrow A} = 0 \circlearrowleft (+) \quad \bar{M}_A = 0$

$\Sigma M_B^{\rightarrow E} = 0 \circlearrowleft (+)$

$\bar{V}_E \times 6 - 1 \times 9 = 0 \quad \bar{V}_E = 1{,}5\,kN \uparrow$

$\Sigma F_V = 0 \uparrow \quad \bar{V}_A = -0{,}5\,kN \downarrow$

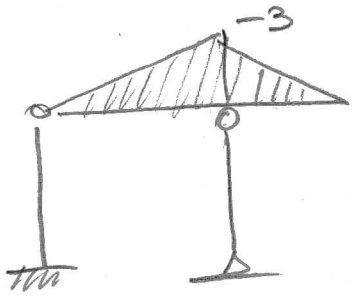
$\bar{M}_{AB}(x) = \bar{M}_{CE}(x) = 0$

$\bar{M}_{BC}(x) = -0{,}5x \qquad \bar{M}_{CD}(x) = -3 + 1x$

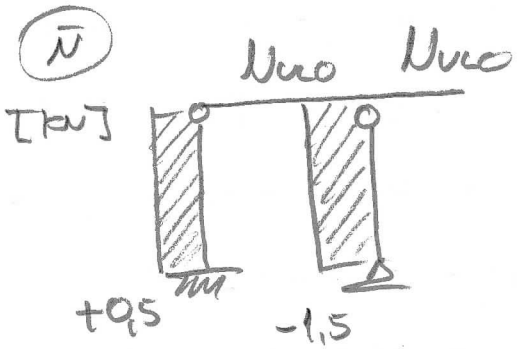
$\bar{N}_{BC}(x) = \bar{N}_{CD}(x) = 0$

$\bar{N}_{AB}(x) = +0{,}5\,kN \qquad \bar{N}_{EC}(x) = -1{,}5\,kN$

$\bar{M}$ [kNm]



$\bar{N}$ [kN]



$$\delta_{DV}_{MOM} = \frac{1}{52083}\left[\frac{1}{6}\,6(-3)\left(2(37{,}5) - 150\right) + \frac{1}{3}\,3(-3)(-150)\right]$$

$$= 1{,}296 \times 10^{-2}\,m = 12{,}960\,mm \downarrow$$

$$\delta_{DV}_{AXIAL} = \frac{1}{1000000}\left[4 \times 0{,}5 \times (-50) + 4(-1{,}5) \times (-150)\right]$$

$$= 0{,}0008\,m = 0{,}8\,mm \downarrow$$

$$\delta_{DV} = 12{,}960 + 0{,}8 = \underline{13{,}76\,mm \downarrow}$$