UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral: 3 / 2017 **TE17-AB-B3b**
Disciplina: Teoria das Estruturas

Nota:

Turma:

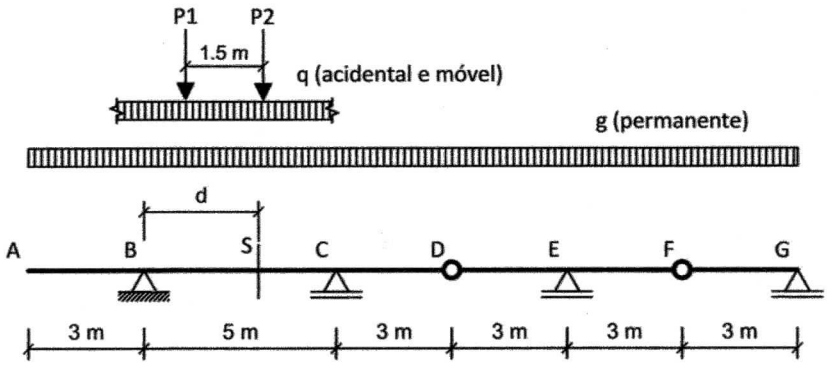
Nome: GABARITO VERSÃO 3 Matrícula:

Orientações:

- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- Respostas das **QUESTÕES COM ALTERNATIVAS devem ser MARCADAS NA PRÓPRIA QUESTÃO COM CANETA AZUL OU PRETA** - marcação dupla implicará em atribuição de nota zero na questão.
- Respostas das **QUESTÕES ABERTAS devem ser ESCRITAS COM CANETA AZUL OU PRETA NA LINHA ABAIXO DE CADA QUESTÃO**, ou no caso de diagramas, nos espaços em branco destinados à resolução do problema.
- A prova contém 16 QUESTÕES com valor 0.625 cada, sendo estas relativas aos problemas nomeados por A, B, C e etc. A correção da prova será feita sem a consideração de valores parciais da nota de 0.625 de cada questão.
- **RESPOSTAS de questões abertas ou com alternativas, DESPROVIDAS DOS CÁLCULOS PERTINENTES SERÃO AVALIADAS COM NOTA ZERO**, sendo portanto obrigatória a apresentação de todos os cálculos nos espaços destinados para tal fim.
- Caso alguma questão com alternativas apresente problemas em seu enunciado ou nas alternativas propostas, esta questão será anulada bem como também serão anuladas outras questões que "dependam invariavelmente" da resposta da questão inadequada. Com a anulação, o peso das demais questões não afetadas será aumentado passando cada uma a valer conforme a divisão da nota 10 pelo total de questões então válidas.
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas.
- Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida, porém não obrigatória, a CONSULTA A UM ÚNICO CONJUNTO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL, OU, UM ÚNICO LIVRO (EM BROCHURA), OU, UM ÚNICO CADERNO ESPIRALADO**.
- **FOLHAS SOLTAS e POST-IT's serão considerados como COLA e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **É TERMINANTEMENTE PROIBIDO DESMONTAR ESTE CADERNO DE PROVA pois folhas soltas serão consideradas COLA.**
- Ao ser constatado no início da realização da prova (entrega das folhas de provas aos alunos) que o aluno está com MATERIAL DE CONSULTA INADEQUADO, o mesmo terá direito a adequar seu material às regras, antes de receber a folha de prova, ou realizar a prova sem consulta. A insistência na utilização de material de consulta inadequado, ou utilização furtiva deste após entrega da folha de prova, implicará no recolhimento da prova e atribuição de nota zero na avaliação.
- Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A: [Valor 5.000 pontos – 0.6250 pontos cada questão]

- Traçar as linhas de influência (LI's) de momentos fletores e de esforços cortantes para a seção S indicada.
- Em seguida, aplicar o trem tipo definido e obter os máximos e mínimos efeitos de momento fletor e esforço cortante para a mesma seção respondendo os questionamentos abaixo.



Dados:

- **P1 = 70 kN**
- **P2 = 70 kN**
- **q = 10 kN/m (acidental e móvel)**
- **g = 30 kN/m (permanente)**
- **d = 1 m (afastamento da seção S em relação ao apoio B)**

A01 Esboce a linha de influência (LI) de momentos fletores para a seção S:

A02 Esboce a linha de influência (LI) de esforços cortantes para a seção S:

A03 A soma das áreas positivas da linha de influência de momentos fletores da seção S é [em m²]:

3,8

A04 A soma das áreas positivas da linha de influência de esforços cortantes da seção S é [em m]:

4,3

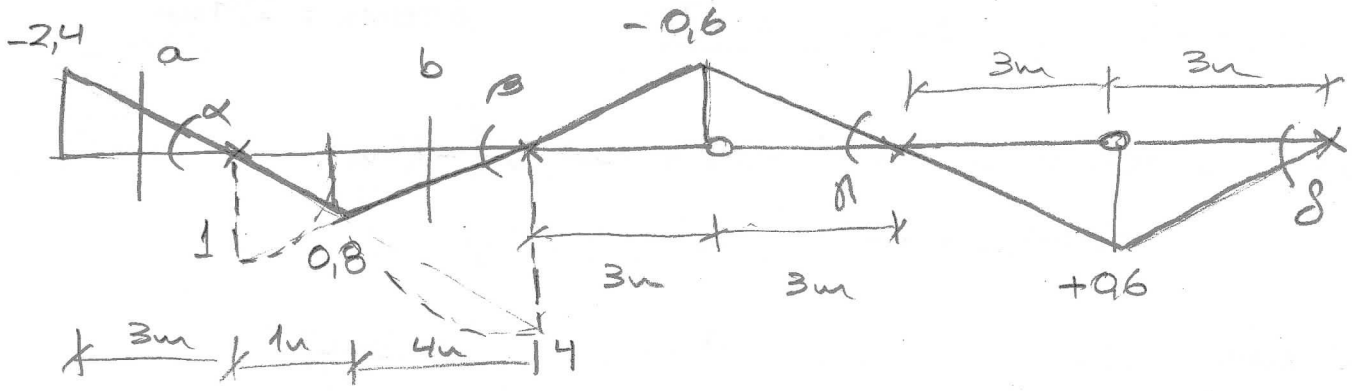
A05 O mínimo momento fletor que incide sobre a seção S é [em kNm]:
(A) -354,00 **(B)** -81,000 **(C)** -225,00 **(D)** -309,00 **(E)** -495,00 **(F)** N.D.A.

A06 O máximo momento fletor que incide sobre a seção S é [em kNm]:
(A) 354,00 **(B)** 81,000 **(C)** 225,00 **(D)** 309,00 **(E)** 495,00 **(F)** N.D.A.

A07 O mínimo esforço cortante que incide sobre a seção S é [em kN]:
(A) -206,00 **(B)** -10,000 **(C)** -106,00 **(D)** -78,00 **(E)** -273,00 **(F)** N.D.A.

A08 O máximo esforço cortante que incide sobre a seção S é [em kN]:
(A) 206,00 **(B)** 10,000 **(C)** 106,00 **(D)** 78,00 **(E)** 273,00 **(F)** N.D.A.

LI Ms



$tg\alpha = 4/5 \quad tg\beta = 1/5 = tg\gamma = tg\delta$

$a = -4/5(3-1,5) = -1,2 \qquad b = 1/5(4-1,5) = 0,5$

$A\oplus = 5 \times 0,8/2 + 6 \times 0,6/2 = +3,8\,m^2$

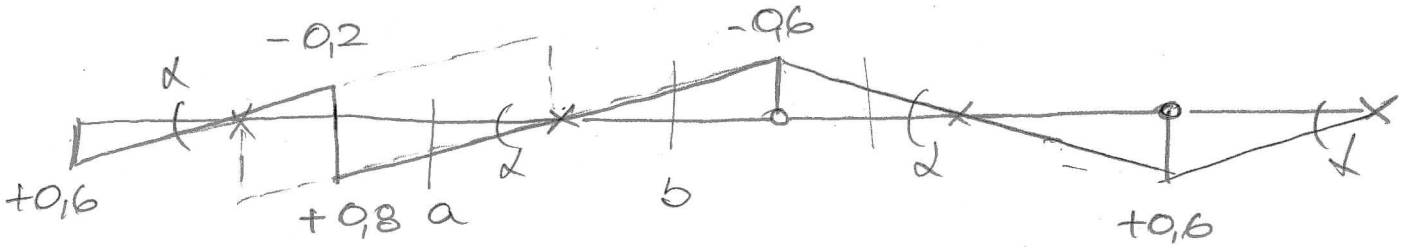
$A\ominus = -2,4 \times 3/2 - 0,6 \times 6/2 = -5,4\,m^2$

$-1,6\,m^2$ (Atuc)

$Ms_{min} = 70kN \times (-2,4m) + 70kN \times (-1,2m) +$
$10kN/m \times (-5,4m^2) + 30kN/m \times (-1,6m^2) = \underline{-354\,kNm}$

$Ms_{máx} = 70kN \times (0,8m) + 70kN \times (0,5m) +$
$10kN/m \times (+3,8m^2) + 30kN/m \times (-1,6m^2) = \underline{+81\,kNm}$

LI Vs



$tg\alpha = 1/5 \qquad a = 1/5 \times (4-1,5) = 0,5$

$b = 1/5 \times 1,5 = 0,3$

$A_{\oplus} = 0{,}6 \times 3/2 + 0{,}8 \times 4/2 + 96 \times 6/2 = \underline{+4{,}3\,m}$

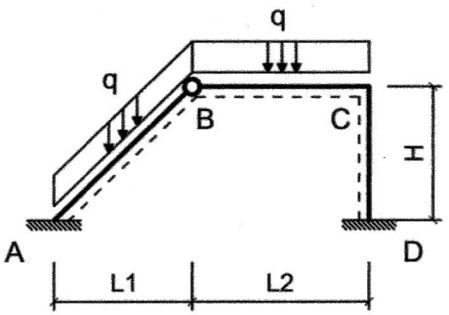
$A_{\ominus} = -0{,}2 \times 1/2 - 0{,}6 \times 6/2 = \underline{-1{,}9\,m}$ $\quad A_{TOTAL} = 2{,}4\,m$

$V_{MIN} = 70kN(-0{,}6) + 70kN(-0{,}3) + 10kN/m(-1{,}9m)$
$+30kN/m \times (2{,}4m) = \underline{-10\,kN}$ //

$V_{MÁX} = 70kN(0{,}8) + 70kN(0{,}5) + 10kN/m(+4{,}3m)$
$+30kN/m \times (2{,}4m) = \underline{+206\,kN}$ //

Problema B: [Valor 5.000 pontos – 0.6250 pontos cada questão]

Utilizando o Método das Foças (Método da Flexibilidade) calcule a reação de apoio vertical no ponto A do modelo estrutural de grau estático 2 ao lado e responda os questionamentos abaixo.



Dados:

- **L1 = 3.00 m; L2 = 4.00 m; H = 4.00 m;**
- **q = 30.0 kN/m;**
- **Considerar somente os efeitos de flexão nos cálculos;**
- **Todas as barras possuem o mesmo módulo de rigidez flexural EI = 1 kNm²;**

OBRIGATÓRIO:
Considerar como redundantes hiperestáticas:
H1 : reação de momento no ponto A com sentido de giro antihorário;
H2 : reação de momento no ponto D com sentido de giro antihorário;

A01 Trace o diagrama de momentos fletores para o CASO 0 de carregamento (estrutura isostática obtida pela retirada das redundantes hiperestáticas e aplicação do carregamento real) :

A02 Trace o diagrama de momentos fletores para o CASO 1 de carregamento (estrutura isostática obtida pela retirada das redundantes hiperestáticas e aplicação de carregamento unitário no hiperestático H1) :

A03 Trace o diagrama de momentos fletores para o CASO 2 de carregamento (estrutura isostática obtida pela retirada das redundantes hiperestáticas e aplicação de carregamento unitário no hiperestático H2) :

A04 O deslocamento δ10 relativo à combinação dos casos 0 e 1, em módulo, é [em rad] :
(A) 691.84 **(B)** 601.63 **(C)** 400.69 **(D)** 461.22 **(E)** 520,94 **(F)** N.D.A.

A05 O deslocamento δ20 relativo à combinação dos casos 0 e 2, em módulo, é [em rad] :
(A) 691.84 **(B)** 601.63 **(C)** 400.69 **(D)** 461.22 **(E)** 520,94 **(F)** N.D.A.

A06 Os coeficientes de flexibilidade f11 e f22, em módulo, são [em m/kN] :

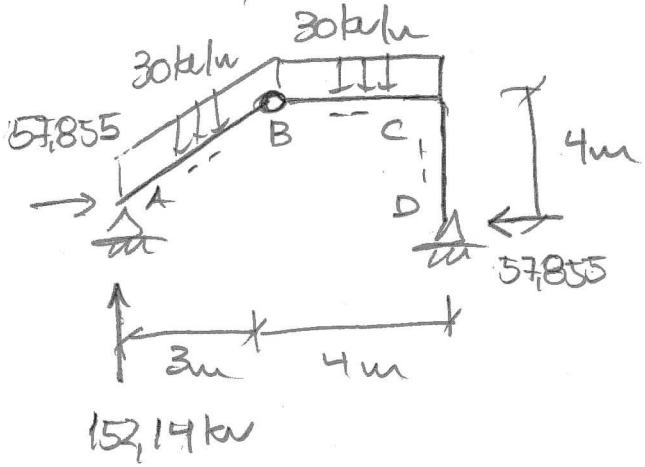
2,5374 E 2,9660

A07 Os momentos fletores relativos às redundantes hiperestáticas H1 e H2, em módulo, são [em kNm]:

102,55 E 112,22

A08 A reação de apoio VA é [em kN e com positivo para cima]:
(A) 130.76 **(B)** 274.24 **(C)** 182.83 **(D)** 87.175 **(E)** 130,32 **(F)** N.D.A.

CASO 0



$\Sigma M_D = 0 \circlearrowleft +$

$V_A \times 7 - 30\left(\frac{4^2}{2} + 5 \times (1{,}5 + 4)\right) = 0$

$V_A = \frac{1}{7}\, 30\,(8 + 5 \times 5{,}5) = 152{,}14\,kN \uparrow$

$\Sigma M_B^{\to A} = 0 \quad \circlearrowleft +$

$H_A \times 4 + 30 \times 5 \times 1{,}5 - 152{,}14 \times 3 = 0$

$H_A = \frac{1}{4}\,(-150 \times 1{,}5 + 152{,}14 \times 3)$

$H_A = +57{,}855\,kN \rightarrow$

$M_C = -57{,}855 \times 4 = -231{,}42\,kNm$

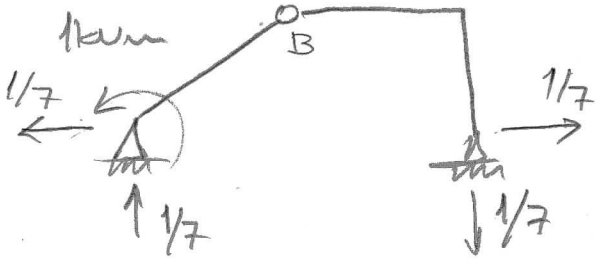
$M_{BC\,MEIO} = -231{,}42/2 + 30 \times 4^2/8 = -55{,}710\,kNm$

$M_{AB\,MEIO} = 30 \times 5/3 \times 3^2/8 = +56{,}25\,kNm$

M_0



CASO 1

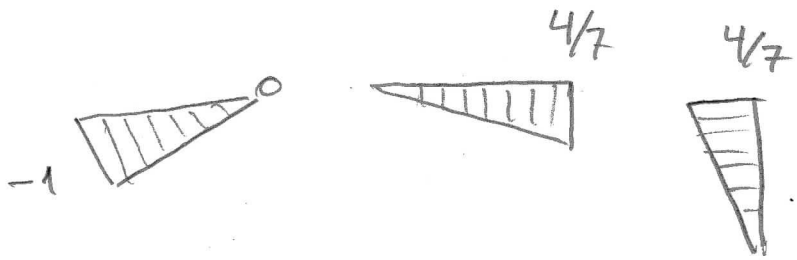


$\Sigma M_B = 0 \quad \circlearrowleft +$

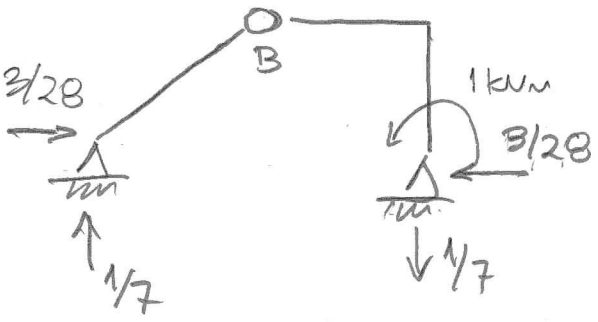
$\frac{1}{7} \times 3 - 1 + H_A \times 4 = 0$

$H_A = \frac{1}{4}\,(1 - 3/7) = 1/7$

M_1



Caso 2'



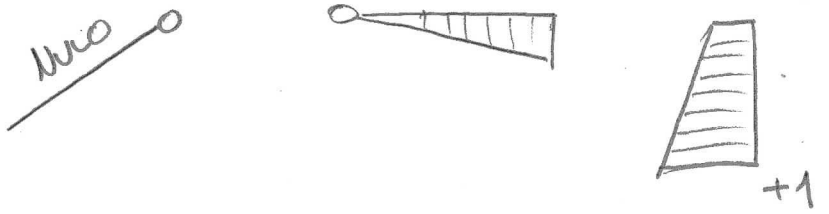
$\sum M_B = 0 \quad \curvearrowright +$

$-H_A \times 4 + 1/7 \times 3 = 0$

$H_A = 1/4 \times 3/7 = 3/28$

$M_C = 1 - 3/28 \times 4 = 4/7$

M_2



$S_{10} = 1/6 \times 5 \times (-1)[2 \times 56{,}25 + 0] + 1/6 \times 4 \times (4/7) \times [-55{,}71 \times 2 - 231{,}42]$

$+ 1/3 \times 4 \times (-231{,}42) \times (+4/7) = \underline{-400{,}68}$

$S_{20} = 1/6 \times 4 \times (4/7)[2 \times (-55{,}71) - 231{,}42] + 1/6 \times 4 \times (-231{,}42)[2 \times 4/7 + 1]$

$= \underline{-461{,}21}$

$f_{11} = 1/3 \times 5 \times (-1)^2 + 1/3 \times 4 \times (4/7)^2 + 1/3 \times 4 \times (4/7)^2 = 2{,}5374$

$f_{22} = 1/3 \times 4 \times (4/7)^2 + 1/6 \times 4 \times [4/7(2 \times 4/7 + 1) + 1(4/7 \times 2 \cdot 1)] = 2{,}9660$

$f_{12} = 1/3 \times 4 \times (4/7)^2 + 1/6 \times 4 \times (4/7) \times [2 \times 4/7 + 1] = 1{,}2517$

$$\begin{bmatrix} 2{,}5374 & 1{,}2517 \\ 1{,}2517 & 2{,}9660 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_A \\ M_D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +400{,}68 \\ +461{,}21 \end{Bmatrix}$$

$M_A = 102{,}55$ kNm

$M_D = 112{,}22$ kNm

$V_A = 152{,}14 + 1/7 \times 102{,}55 + 1/7 \times 112{,}22 = 182{,}82$ kN ↑

UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral: 3 / 2017 **TE17-AB-B3b**
Disciplina: Teoria das Estruturas

Nota:

Turma:

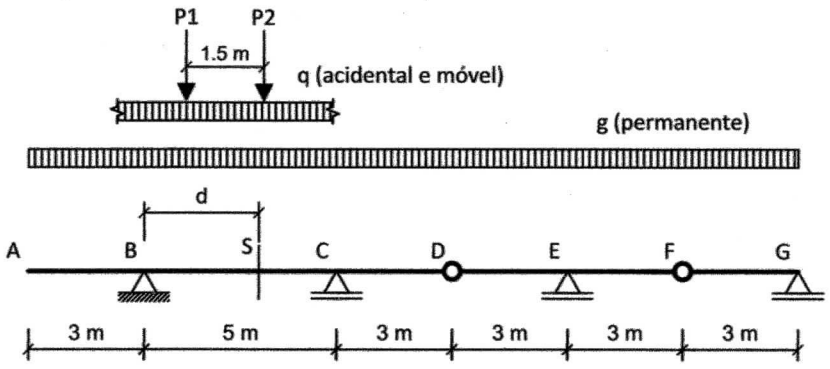
Nome: GABARITO VERSÃO 4 Matrícula:

Orientações:

- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- Respostas das **QUESTÕES COM ALTERNATIVAS devem ser MARCADAS NA PRÓPRIA QUESTÃO COM CANETA AZUL OU PRETA** - marcação dupla implicará em atribuição de nota zero na questão.
- Respostas das **QUESTÕES ABERTAS devem ser ESCRITAS COM CANETA AZUL OU PRETA NA LINHA ABAIXO DE CADA QUESTÃO**, ou no caso de diagramas, nos espaços em branco destinados à resolução do problema.
- A prova contém 16 QUESTÕES com valor 0.625 cada, sendo estas relativas aos problemas nomeados por A, B, C e etc. A correção da prova será feita sem a consideração de valores parciais da nota de 0.625 de cada questão.
- **RESPOSTAS de questões abertas ou com alternativas, DESPROVIDAS DOS CÁLCULOS PERTINENTES SERÃO AVALIADAS COM NOTA ZERO**, sendo portanto obrigatória a apresentação de todos os cálculos nos espaços destinados para tal fim.
- Caso alguma questão com alternativas apresente problemas em seu enunciado ou nas alternativas propostas, esta questão será anulada bem como também serão anuladas outras questões que "dependam invariavelmente" da resposta da questão inadequada. Com a anulação, o peso das demais questões não afetadas será aumentado passando cada uma a valer conforme a divisão da nota 10 pelo total de questões então válidas.
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas.
- Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida, porém não obrigatória, a CONSULTA A UM ÚNICO CONJUNTO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL, OU, UM ÚNICO LIVRO (EM BROCHURA), OU, UM ÚNICO CADERNO ESPIRALADO.**
- **FOLHAS SOLTAS e POST-IT's serão considerados como COLA e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **É TERMINANTEMENTE PROIBIDO DESMONTAR ESTE CADERNO DE PROVA pois folhas soltas serão consideradas COLA.**
- Ao ser constatado no início da realização da prova (entrega das folhas de provas aos alunos) que o aluno está com MATERIAL DE CONSULTA INADEQUADO, o mesmo terá direito a adequar seu material às regras, antes de receber a folha de prova, ou realizar a prova sem consulta. A insistência na utilização de material de consulta inadequado, ou utilização furtiva deste após entrega da folha de prova, implicará no recolhimento da prova e atribuição de nota zero na avaliação.
- Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A: [Valor 5.000 pontos – 0.6250 pontos cada questão]

- Traçar as linhas de influência (LI's) de momentos fletores e de esforços cortantes para a seção S indicada.
- Em seguida, aplicar o trem tipo definido e obter os máximos e mínimos efeitos de momento fletor e esforço cortante para a mesma seção respondendo os questionamentos abaixo.



Dados:

- **P1 = 70 kN**
- **P2 = 70 kN**
- **q = 10 kN/m (acidental e móvel)**
- **g = 30 kN/m (permanente)**
- **d = 3 m (afastamento da seção S em relação ao apoio B)**

A01 Esboce a linha de influência (LI) de momentos fletores para a seção S:

A02 Esboce a linha de influência (LI) de esforços cortantes para a seção S:

A03 A soma das áreas positivas da linha de influência de momentos fletores da seção S é [em m²]:

8,4

A04 A soma das áreas positivas da linha de influência de esforços cortantes da seção S é [em m]:

3,1

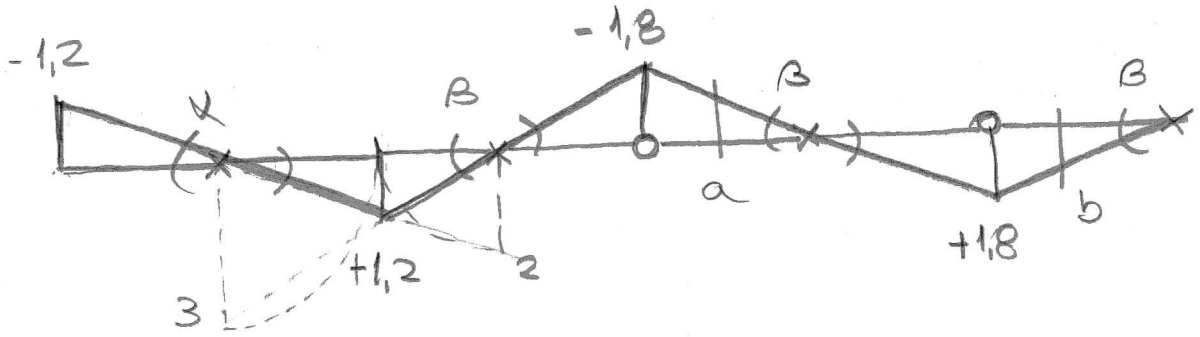
A05 O mínimo momento fletor que incide sobre a seção S é [em kNm]:
(A) -354,00 **(B)** -81,000 **(C)** -225,00 **(D)** -309,00 **(E)** -495,00 **(F)** N.D.A.

A06 O máximo momento fletor que incide sobre a seção S é [em kNm]:
(A) 354,00 **(B)** 81,000 **(C)** 225,00 **(D)** 309,00 **(E)** 495,00 **(F)** N.D.A.

A07 O mínimo esforço cortante que incide sobre a seção S é [em kN]:
(A) -206,00 **(B)** -10,000 **(C)** -106,00 **(D)** -78,00 **(E)** -273,00 **(F)** N.D.A.

A08 O máximo esforço cortante que incide sobre a seção S é [em kN]:
(A) 206,00 **(B)** 10,000 **(C)** 106,00 **(D)** 78,00 **(E)** 273,00 **(F)** N.D.A.

LI MS



$\alpha = 2/5$ $\quad A\oplus = 1,2\times 5/2 + 1,8\times 6/2 = 8,4\ m^2$

$\beta = 3/5$ $\quad A\ominus = -1,2\times 3/2 - 1,8\times 6/2 = -7,2\ m^2$

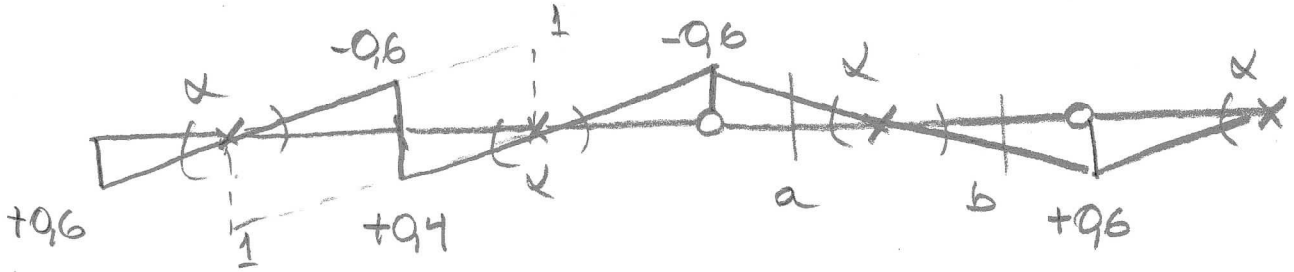
$\Big\}\ +1,2\ m^2$

$a = b = 3/5\,(1,5) = 0,9$

$MS_{mín} = 70kN(-1,8m) + 70kN(-0,9m) + 10kN/m(-7,2m^2) + 30kN/m(+1,2m^2) = \underline{-225\ kN\,m}$

$MS_{máx} = 70kN(1,8m) + 70kN(0,9m) + 10kN/m(8,4m^2) + 30kN/m(+1,2m^2) = \underline{+309\ kN\,m}$

LI Vs



$\alpha = 1/5$ $\quad A\oplus = 0,6\times 3/2 + 0,4\times 2/2 + 0,6\times 6/2 = +3,1\ m$

$A\ominus = -0,6\times 3/2 - 0,6\times 6/2 = -2,7\ m$

$\Big\}\ +0,4\ m$

$a = b = 1/5 \times 1,5 = 0,3$

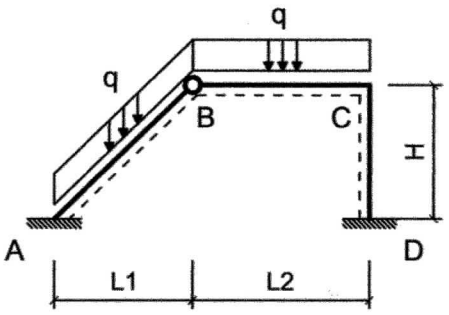
$Vs_{mín} = 70kN(-0,6) + 70kN(-0,3) + 10kN/m(-2,7m) + 30kN/m(0,4m) = -78kN$

$V_{cMáx} = 70kN \times (0,6) + 70kN(0,3) + 10kN/m\,(3,1m)$

$+ 30kN/m\,(0,4m) = \underline{106kN}$

Problema B: [Valor 5.000 pontos – 0.6250 pontos cada questão]

Utilizando o Método das Foças (Método da Flexibilidade) calcule a reação de apoio vertical no ponto A do modelo estrutural de grau estático 2 ao lado e responda os questionamentos abaixo.



Dados:

- **L1 = 3.00 m; L2 = 4.00 m; H = 4.00 m;**
- **q = 45.0 kN/m;**
- **Considerar somente os efeitos de flexão nos cálculos;**
- **Todas as barras possuem o mesmo módulo de rigidez flexural EI = 1 kNm²;**

OBRIGATÓRIO:
Considerar como redundantes hiperestáticas:
H1 : reação de momento no ponto A com sentido de giro antihorário;
H2 : reação de momento no ponto D com sentido de giro antihorário;

A01 Trace o diagrama de momentos fletores para o CASO 0 de carregamento (estrutura isostática obtida pela retirada das redundantes hiperestáticas e aplicação do carregamento real) :

A02 Trace o diagrama de momentos fletores para o CASO 1 de carregamento (estrutura isostática obtida pela retirada das redundantes hiperestáticas e aplicação de carregamento unitário no hiperestático H1) :

A03 Trace o diagrama de momentos fletores para o CASO 2 de carregamento (estrutura isostática obtida pela retirada das redundantes hiperestáticas e aplicação de carregamento unitário no hiperestático H2) :

A04 O deslocamento δ10 relativo à combinação dos casos 0 e 1, em módulo, é [em rad] :
(A) 691.84 **(B)** 601.63 **(C)** 400.69 **(D)** 461.22 **(E)** 520,94 **(F)** N.D.A.

A05 O deslocamento δ20 relativo à combinação dos casos 0 e 2, em módulo, é [em rad] :
(A) 691.84 **(B)** 601.63 **(C)** 400.69 **(D)** 461.22 **(E)** 520,94 **(F)** N.D.A.

A06 Os coeficientes de flexibilidade f11 e f22, em módulo, são [em m/kN] :

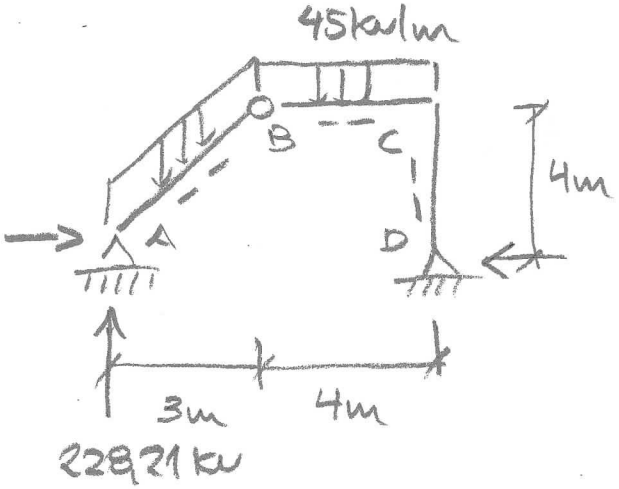
2,5374 E 2,9660

A07 Os momentos fletores relativos às redundantes hiperestáticas H1 e H2, em módulo, são [em kNm]:

153,82 E 168,33

A08 A reação de apoio VA é [em kN e com positivo para cima]:
(A) 130.76 **(B)** 274.24 **(C)** 182.83 **(D)** 87.175 **(E)** 130,32 **(F)** N.D.A.

Caso 0



$\Sigma M_D = 0 \curvearrowright +$

$V_A \times 7 - 45\left(\frac{4^2}{2} + 5 \times 5{,}5\right) = 0$

$V_A = \frac{1}{7} \times 45\left(8 + 5 \times 5{,}5\right) = \underline{228{,}21\ kN}$

$\Sigma M_B = 0 \curvearrowleft +$

$-H_A \times 4 + 228{,}21 \times 3 - 45 \times 5 \times 1{,}5 = 0$

$H_A = \frac{1}{4}\left(3 \times 228{,}21 - 45 \times 5 \times 1{,}5\right)$

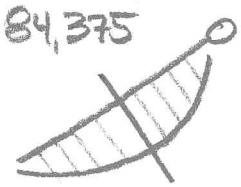
$H_A = \underline{86{,}783\ kN \rightarrow} = H_D \leftarrow$

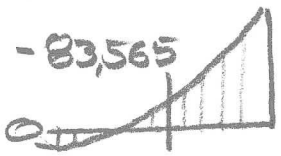
$M_C = -86{,}783 \times 4 = -347{,}13\ kN\,m$

$M_{AB\ MEIO} = 45\,kN/m \times 5/3 \times \frac{(3m)^2}{8} = +84{,}375\ kN\,m$

$M_{BC\ MEIO} = -\frac{347{,}13 + 0}{2} + 45 \times \frac{4^2}{8} = -83{,}565\ kN\,m$

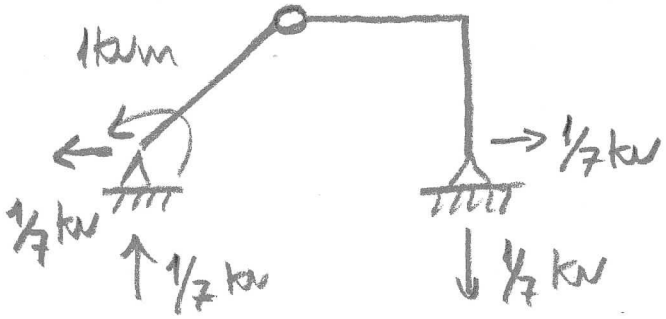
M_0







Caso 1



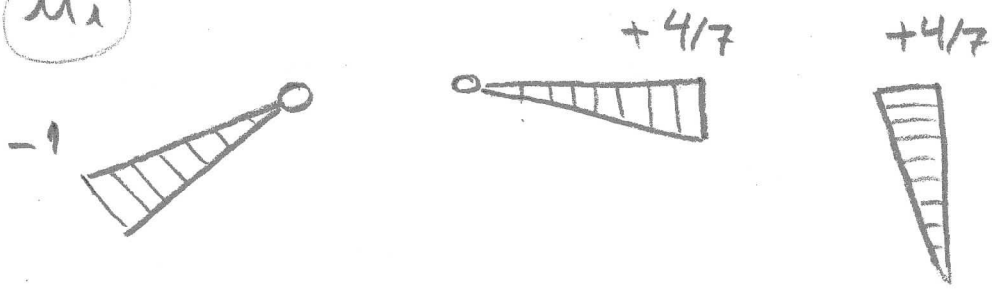
$\Sigma M_{B_1} = 0 \curvearrowleft +$

$-H_{A_1} \times 4 - 1 + 1/7 \times 3 = 0$

$H_{A_1} = 1/4\,(-1 + 3/7) = -1/7\ kN \leftarrow$

$M_C = 1/7 \times 4 = 4/7\ kN\,m$

M_1



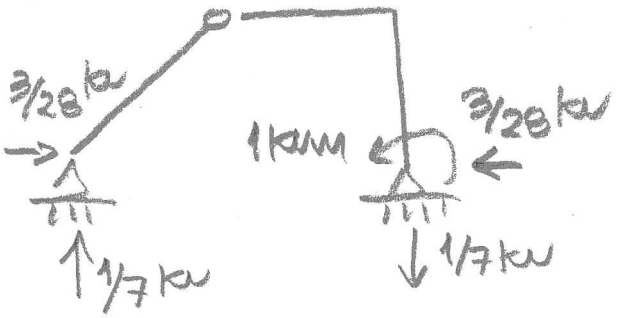
CASO 2

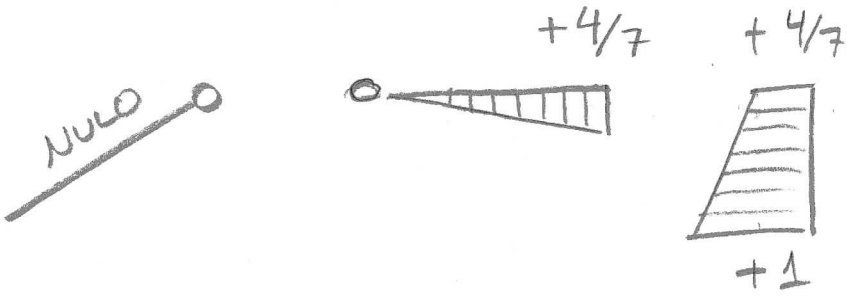
$\Sigma M_B = 0 \quad \circlearrowleft +$

$H_A \times 4 - 1/7 \times 3 = 0$

$H_A = 3/28$ kN

$M_C = 1 - 3/28 \times 4 = 4/7$ kNm





$$\delta_{10} = \frac{1}{6} \times 5m \times (-1)(2 \times 84{,}375 + 0) + \frac{1}{6} \times 4m \times (4/7)(2 \times (-83{,}565 + (-347{,}13)) + \frac{1}{3} \times 4m (-347{,}13)(4/7) = \underline{-601{,}01}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{6} \times 4m \times (4/7)(2(-83{,}565) - 347{,}13) + \frac{1}{6} \times 4m \times (-347{,}13)(2 \times 4/7 + 1) = \underline{-691{,}81}$$

$$f_{11} = \frac{1}{3} 5 \times (-1)^2 + \frac{1}{3} \times 4 \times (4/7)^2 + \frac{1}{3} \times 4 \times (4/7)^2 = \underline{2{,}5374}$$

$$f_{22} = \frac{1}{3} \times 4 \times (4/7)^2 + \frac{1}{6} 4 \times [4/7(2 \times 4/7 + 1) + 1(4/7 + 2 \times 1)] = \underline{2{,}9660}$$

$$f_{12} = \frac{1}{3} \times 4 \times (4/7)^2 + \frac{1}{6} 4 \times (4/7)(2 \times 4/7 + 1) = \underline{1{,}2517}$$

$$\begin{bmatrix} 2,5374 & 1,2517 \\ 1,2517 & 2,9660 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_A \\ M_D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 601,01 \\ 691,81 \end{Bmatrix}$$

$M_A = 153,82 \text{ kN.m}$

$M_D = 168,33 \text{ kN.m}$

$V_A = 228,21 \text{ kN} + 153,82 \times 1/7 \text{ kN} + 168,33 \times 1/7 \text{ kN}$

$V_A = 274,23 \text{ kN} \uparrow$