UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral: 4 / 2017 **TE17-AB-B4b**
Disciplina: Teoria das Estruturas Versão: 1

Nota:

Turma:

Nome: Matrícula:

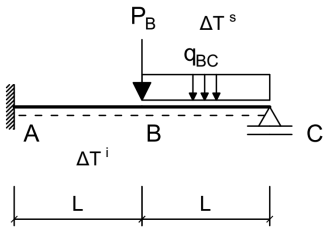
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser escritas com caneta azul ou preta no QUADRO DE RESPOSTAS abaixo.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão**.

Quadro de Respostas: (Preencha com letras maiúsculas relativas às alternativas A B C D E F)

Questões	A01	A02	A03	A04	B01	B02	B03	B04	B05	B06	C01	C02	C03	C04	C05	C06
Respostas																

Problema A : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Utilizando o método das forças calcular a reação de apoio vertical no ponto C do modelo estrutural esboçado ao lado respondendo os questionamentos abaixo.



Dados:
- q_{BC} = 38.0 kN/m; P_B = 70.0 kN;
- L = 6.0 m; ΔT^s = -5 $^\circ C$; ΔT^i = +15 $^\circ C$;
- E = 25000 MPa; α = 0.00002 $/^\circ C$;
- Seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 80 cm;

OBS. 1: considerar somente efeitos de flexão nos cálculos;
OBS. 2: O modelo tem grau estático 1 (um) e deve ser considerada como redundante hiperestática a reação vertical no ponto C com orientação para cima.

A01 - O coeficiente de flexibilidade relativo à redundante hiperestática definida é (em unidades de kN e m, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.0033750 **(B)** 0.0027000 **(C)** 0.0012150 **(D)** 0.0020250 **(E)** 0.00032400 **(F)** N.D.A.

A02 - A reação de apoio vertical no ponto C (com positivo para cima e em kN) é :
(A) 386.50 **(B)** N.D.A. **(C)** 154.60 **(D)** -54.110 **(E)** 332.39 **(F)** 85.030

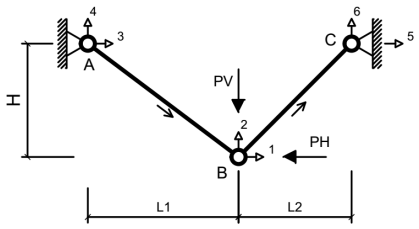
A03 - O deslocamento virtual do ponto C devido ao efeito térmico (em metros, em módulo e sem considerar a multiplicação por EI) é :
(A) 0.036000 **(B)** 0.041400 **(C)** N.D.A. **(D)** 0.030600 **(E)** 0.0043200 **(F)** 0.027000

A04 - O deslocamento vertical do ponto C no caso 0 de carregamento (em metros, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.65747 **(B)** N.D.A. **(C)** 1.1336 **(D)** 0.45343 **(E)** 0.11336 **(F)** 0.56679

.

Problema B : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular o esforço interno na barra BC empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
- L1 = 3.2 m; L2 = 2.4 m ; H = 2.4 m;
- PV = 70.0 kN ; PH = 53.0 kN;
- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade E = 180.0 GPa e a mesma área de seção transversal A = 0.002 m^2 ;

OBS.: O ponto C tem um deslocamento prescrito horizontal de 50 mm para esquerda.

B01 - A primeira linha da matriz de rigidez elementar da barra AB, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [43200.0, -32400.0, -43200.0, 32400.0] **(B)** N.D.A.
(C) [57600.0, -43200.0, -57600.0, 43200.0] **(D)** [-43200.0, 32400.0, 43200.0, -32400.0]
(E) [190080.0, -142560.0, -190080.0, 142560.0] **(F)** [126720.0, -95040.0, -126720.0, 95040.0]

B02 - A segunda linha da matriz de rigidez elementar da barra BC, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [26517.0, 26517.0, -26517.0, -26517.0] **(B)** [53033.0, 53033.0, -53033.0, -53033.0]
(C) [39775.0, 39775.0, -39775.0, -39775.0] **(D)** N.D.A.
(E) [63640.0, 63640.0, -63640.0, -63640.0] **(F)** [13258.0, 13258.0, -13258.0, -13258.0]

B03 - A segunda linha da matriz de rigidez global da estrutura (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [4916.5, 42717.0, 21600.0, -16200.0, -26517.0, -26517.0]
(B) [2458.3, 21358.0, 10800.0, -8100.0, -13258.0, -13258.0]
(C) [7374.8, 64075.0, 32400.0, -24300.0, -39775.0, -39775.0]
(D) N.D.A.
(E) [9833.0, 85433.0, 43200.0, -32400.0, -53033.0, -53033.0]
(F) [11800.0, 102520.0, 51840.0, -38880.0, -63640.0, -63640.0]

B04 - Os deslocamentos nos graus de liberdade 1 e 2 são respectivamente (em m e conforme a convenção de Green):

(A) [-0.021839, -0.029344] **(B)** [-0.026207, -0.035212] **(C)** [-0.0054598, -0.0073359]
(D) [-0.01092, -0.014672] **(E)** [-0.016379, -0.022008] **(F)** N.D.A.

B05 - A reação de apoio (em kN, conforme a convenção de Green) no grau de liberdade 3 é:

(A) -24.286 **(B)** -7.2857 **(C)** N.D.A. **(D)** -29.143 **(E)** -4.8571 **(F)** -9.7143

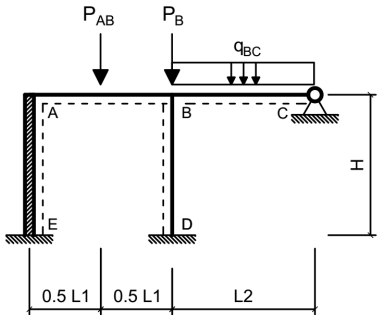
B06 - O esforço axial na barra BC é (em kN com positivo para tração e negativo para compressão) :

(A) 266.07 **(B)** 221.73 **(C)** N.D.A. **(D)** 88.691 **(E)** 66.519 **(F)** 44.346

.

Problema C : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Aplicando o método dos deslocamentos calcular o momento fletor no ponto A da barra AB.



Dados:
- L1 = 6.0 m;
- L2 = 7.2 m;
- H = 4.8 m;
- q_{BC} = 12.0 kN/m;
- P_B = 50.0 kN ;
- P_{AB} = 45.0 kN;
- A barra AE é infinitamente rígida;
- As barras AB e BC são inextensíveis;
- Todas as barras possuem módulo de Elasticidade de 20 GPa e seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 40 cm;

C01 - Conforme os dados do enunciado as deslocabilidades do modelo estrutural são (conforme a convenção de Green):
- **(A)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : translação horizontal do ponto B;
- **(B)** N.D.A.
- **(C)** D1 : rotação do ponto B; D2 : rotação do ponto A;
- **(D)** D1 : translação horizontal do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(E)** D1 : translação vertical do ponto C; D2 : rotação do ponto B;
- **(F)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : rotação do ponto B;

C02 - O coeficiente de rigidez K11 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) 1.8408e+05 **(B)** -7.8652e+05 **(C)** 3.3469e+05 **(D)** N.D.A. **(E)** 3.8489e+05 **(F)** 4.5183e+05

C03 - O coeficiente de rigidez K12 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) -278.52 **(B)** -2321.0 **(C)** N.D.A. **(D)** 812.35 **(E)** -1740.8 **(F)** 2669.1

C04 - Os coeficientes de carga F10 e F20, respectivamente, são (em unidades de kN e m, em módulo e conforme a convenção de Green):
(A) [189.75, 22.005] **(B)** [379.5, 88.02] **(C)** N.D.A.
(D) [126.5, 44.01] **(E)** [126.5, 88.02] **(F)** [316.25, 8.802]

C05 - Os deslocamentos D1 e D2 (respectivamente em m e rad e conforme a convenção de Green) são:
(A) [-0.00038558, -0.0010982] **(B)** [-0.00077116, -0.0032947] **(C)** [-0.00038558, -0.0016473]
(D) [-0.00019279, -0.00082366] **(E)** [-0.00046269, -0.00054911] **(F)** N.D.A.

C06 - O momento fletor no ponto A da barra AB (em kNm e conforme a convenção de Green) é :
(A) 49.160 **(B)** N.D.A. **(C)** -17.752 **(D)** -23.214 **(E)** 27.311 **(F)** 20.483

.

UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral: 4 / 2017
Disciplina: Teoria das Estruturas

TE17-AB-B4b
Versão: 2

Nota:

Turma:

Nome:

Matrícula:

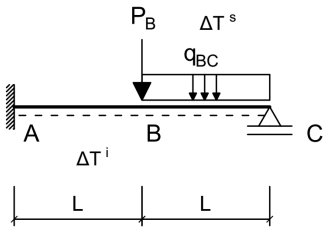
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser escritas com caneta azul ou preta no QUADRO DE RESPOSTAS abaixo.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão**.

Quadro de Respostas: (Preencha com letras maiúsculas relativas às alternativas A B C D E F)

Questões	A01	A02	A03	A04	B01	B02	B03	B04	B05	B06	C01	C02	C03	C04	C05	C06
Respostas																

Problema A : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Utilizando o método das forças calcular a reação de apoio vertical no ponto C do modelo estrutural esboçado ao lado respondendo os questionamentos abaixo.



Dados:
- q_{BC} = 28.0 kN/m; P_B = 50.0 kN;
- L = 5.0 m; ΔT^s = -5 $^\circ C$; ΔT^i = +15 $^\circ C$;
- E = 25000 MPa; α = 0.00002 $/^\circ C$;
- Seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 80 cm;

OBS. 1: considerar somente efeitos de flexão nos cálculos;
OBS. 2: O modelo tem grau estático 1 (um) e deve ser considerada como redundante hiperestática a reação vertical no ponto C com orientação para cima.

A01 - A reação de apoio vertical no ponto C (com positivo para cima e em kN) é :
(A) 160.76 **(B)** -111.64 **(C)** 22.328 **(D)** 89.312 **(E)** N.D.A. **(F)** -223.28

A02 - O coeficiente de flexibilidade relativo à redundante hiperestática definida é (em unidades de kN e m, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.0015625 **(B)** 0.0036719 **(C)** 0.0021094 **(D)** 0.0010156 **(E)** 0.00018750 **(F)** N.D.A.

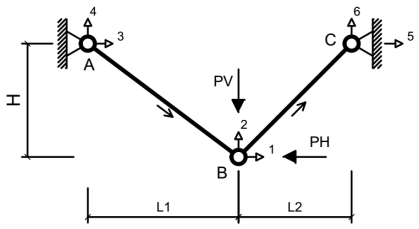
A03 - O deslocamento virtual do ponto C devido ao efeito térmico (em metros, em módulo e sem considerar a multiplicação por EI) é :
(A) 0.0087500 **(B)** 0.033750 **(C)** 0.025000 **(D)** 0.062500 **(E)** N.D.A. **(F)** 0.036250

A04 - O deslocamento vertical do ponto C no caso 0 de carregamento (em metros, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.090503 **(B)** 0.16455 **(C)** 0.074048 **(D)** 0.38669 **(E)** N.D.A. **(F)** 0.12341

.

Problema B : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular o esforço interno na barra BC empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
- L1 = 5.6 m; L2 = 4.2 m ; H = 4.2 m;
- PV = 40.0 kN ; PH = 43.0 kN;
- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade E = 180.0 GPa e a mesma área de seção transversal A = 0.003 m^2 ;

OBS.: O ponto C tem um deslocamento prescrito horizontal de 50 mm para esquerda.

B01 - A primeira linha da matriz de rigidez elementar da barra AB, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [108620.0, -81463.0, -108620.0, 81463.0] **(B)** [-37029.0, 27771.0, 37029.0, -27771.0]
(C) [162930.0, -122190.0, -162930.0, 122190.0] **(D)** [49371.0, -37029.0, -49371.0, 37029.0]
(E) [37029.0, -27771.0, -37029.0, 27771.0] **(F)** N.D.A.

B02 - A segunda linha da matriz de rigidez elementar da barra BC, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [54548.0, 54548.0, -54548.0, -54548.0] **(B)** [22728.0, 22728.0, -22728.0, -22728.0]
(C) [45457.0, 45457.0, -45457.0, -45457.0] **(D)** N.D.A.
(E) [34093.0, 34093.0, -34093.0, -34093.0] **(F)** [11364.0, 11364.0, -11364.0, -11364.0]

B03 - A segunda linha da matriz de rigidez global da estrutura (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [4214.1, 36614.0, 18514.0, -13886.0, -22728.0, -22728.0]
(B) [10114.0, 87874.0, 44434.0, -33326.0, -54548.0, -54548.0]
(C) N.D.A.
(D) [2107.1, 18307.0, 9257.1, -6942.9, -11364.0, -11364.0]
(E) [6321.2, 54921.0, 27771.0, -20829.0, -34093.0, -34093.0]
(F) [8428.3, 73228.0, 37029.0, -27771.0, -45457.0, -45457.0]

B04 - Os deslocamentos nos graus de liberdade 1 e 2 são respectivamente (em m e conforme a convenção de Green):

(A) [-0.021838, -0.029071] **(B)** [-0.010919, -0.014535] **(C)** [-0.016378, -0.021803]
(D) N.D.A. **(E)** [-0.026205, -0.034885] **(F)** [-0.0054594, -0.0072676]

B05 - A reação de apoio (em kN, conforme a convenção de Green) no grau de liberdade 3 é:

(A) 5.1429 **(B)** 1.7143 **(C)** N.D.A. **(D)** 1.2857 **(E)** 4.2857 **(F)** 0.85714

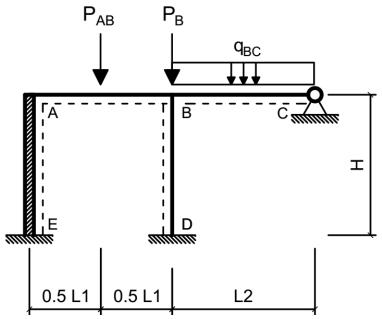
B06 - O esforço axial na barra BC é (em kN com positivo para tração e negativo para compressão) :

(A) 175.16 **(B)** 43.790 **(C)** N.D.A. **(D)** 145.97 **(E)** 58.387 **(F)** 29.193

.

Problema C : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Aplicando o método dos deslocamentos calcular o momento fletor no ponto A da barra AB.



Dados:
- L1 = 6.0 m;
- L2 = 7.2 m;
- H = 4.8 m;
- q_{BC} = 17.0 kN/m;
- P_B = 60.0 kN ;
- P_{AB} = 65.0 kN;
- A barra AE é infinitamente rígida;
- As barras AB e BC são inextensíveis;
- Todas as barras possuem módulo de Elasticidade de 20 GPa e seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 40 cm;

C01 - Conforme os dados do enunciado as deslocabilidades do modelo estrutural são (conforme a convenção de Green):
- **(A)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : translação horizontal do ponto B;
- **(B)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(C)** D1 : rotação do ponto B; D2 : rotação do ponto A;
- **(D)** D1 : translação vertical do ponto C; D2 : rotação do ponto B;
- **(E)** D1 : translação horizontal do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(F)** N.D.A.

C02 - O coeficiente de rigidez K11 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) 3.3469e+05 **(B)** 4.5183e+05 **(C)** N.D.A. **(D)** -6.0244e+05 **(E)** -7.8652e+05 **(F)** 3.8489e+05

C03 - O coeficiente de rigidez K12 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) N.D.A. **(B)** -3133.4 **(C)** -2321.0 **(D)** 2669.1 **(E)** -278.52 **(F)** 812.35

C04 - Os coeficientes de carga F10 e F20, respectivamente, são (em unidades de kN e m, em módulo e conforme a convenção de Green):
(A) [169.0, 122.82] **(B)** [422.5, 12.282] **(C)** [507.0, 122.82]
(D) [253.5, 30.705] **(E)** N.D.A. **(F)** [169.0, 61.41]

C05 - Os deslocamentos D1 e D2 (respectivamente em m e rad e conforme a convenção de Green) são:
(A) [-0.00025778, -0.0011484] **(B)** [-0.0010311, -0.0045934] **(C)** [-0.00061868, -0.00076557]
(D) [-0.00051556, -0.0022967] **(E)** [-0.00051556, -0.0015311] **(F)** N.D.A.

C06 - O momento fletor no ponto A da barra AB (em kNm e conforme a convenção de Green) é :
(A) 21.832 **(B)** -33.741 **(C)** 25.802 **(D)** 39.695 **(E)** N.D.A. **(F)** 9.9238

.

UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral: 4 / 2017 **TE17-AB-B4b**
Disciplina: Teoria das Estruturas Versão: 3

Nota:

Turma:

Nome: Matrícula:

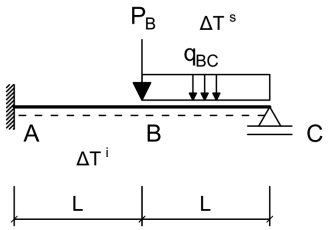
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser escritas com caneta azul ou preta no QUADRO DE RESPOSTAS abaixo.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão**.

Quadro de Respostas: (Preencha com letras maiúsculas relativas às alternativas A B C D E F)

Questões	A01	A02	A03	A04	B01	B02	B03	B04	B05	B06	C01	C02	C03	C04	C05	C06
Respostas																

Problema A : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Utilizando o método das forças calcular a reação de apoio vertical no ponto C do modelo estrutural esboçado ao lado respondendo os questionamentos abaixo.



Dados:
- q_{BC} = 38.0 kN/m; P_B = 60.0 kN;
- L = 5.5 m; ΔT^s = -5 $^\circ C$; ΔT^i = +15 $^\circ C$;
- E = 25000 MPa; α = 0.00002 $/^\circ C$;
- Seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 80 cm;

OBS. 1: considerar somente efeitos de flexão nos cálculos;
OBS. 2: O modelo tem grau estático 1 (um) e deve ser considerada como redundante hiperestática a reação vertical no ponto C com orientação para cima.

A01 - O deslocamento vertical do ponto C no caso 0 de carregamento (em metros, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) N.D.A. **(B)** 0.31744 **(C)** 0.11110 **(D)** 0.038093 **(E)** 0.23808 **(F)** 0.36506

A02 - O deslocamento virtual do ponto C devido ao efeito térmico (em metros, em módulo e sem considerar a multiplicação por EI) é :
(A) N.D.A. **(B)** 0.022687 **(C)** 0.013612 **(D)** 0.030250 **(E)** 0.071087 **(F)** 0.016637

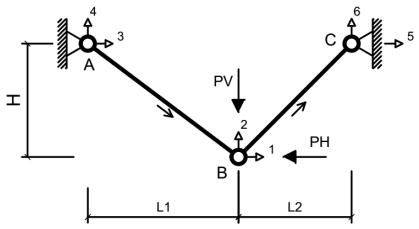
A03 - A reação de apoio vertical no ponto C (com positivo para cima e em kN) é :
(A) 296.91 **(B)** 62.145 **(C)** 138.10 **(D)** -75.955 **(E)** -324.54 **(F)** N.D.A.

A04 - O coeficiente de flexibilidade relativo à redundante hiperestática definida é (em unidades de kN e m, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.0020797 **(B)** 0.00024956 **(C)** 0.0051992 **(D)** 0.0017677 **(E)** 0.0015598 **(F)** N.D.A.

.

Problema B : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular o esforço interno na barra BC empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
- L1 = 4.0 m; L2 = 3.0 m ; H = 3.0 m;
- PV = 40.0 kN ; PH = 0.0 kN;
- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade E = 160.0 GPa e a mesma área de seção transversal A = 0.0015 m^2 ;

OBS.: O ponto C tem um deslocamento prescrito horizontal de 50 mm para esquerda.

B01 - A primeira linha da matriz de rigidez elementar da barra AB, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [67584.0, -50688.0, -67584.0, 50688.0] **(B)** [-23040.0, 17280.0, 23040.0, -17280.0]
(C) [30720.0, -23040.0, -30720.0, 23040.0] **(D)** N.D.A.
(E) [101380.0, -76032.0, -101380.0, 76032.0] **(F)** [23040.0, -17280.0, -23040.0, 17280.0]

B02 - A segunda linha da matriz de rigidez elementar da barra BC, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [7071.1, 7071.1, -7071.1, -7071.1] **(B)** [21213.0, 21213.0, -21213.0, -21213.0]
(C) [33941.0, 33941.0, -33941.0, -33941.0] **(D)** [28284.0, 28284.0, -28284.0, -28284.0]
(E) [14142.0, 14142.0, -14142.0, -14142.0] **(F)** N.D.A.

B03 - A segunda linha da matriz de rigidez global da estrutura (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [1311.1, 11391.0, 5760.0, -4320.0, -7071.1, -7071.1]
(B) [5244.3, 45564.0, 23040.0, -17280.0, -28284.0, -28284.0]
(C) [2622.1, 22782.0, 11520.0, -8640.0, -14142.0, -14142.0]
(D) [6293.1, 54677.0, 27648.0, -20736.0, -33941.0, -33941.0]
(E) N.D.A.
(F) [3933.2, 34173.0, 17280.0, -12960.0, -21213.0, -21213.0]

B04 - Os deslocamentos nos graus de liberdade 1 e 2 são respectivamente (em m e conforme a convenção de Green):

(A) N.D.A. **(B)** [-0.0053374, -0.0073646] **(C)** [-0.016012, -0.022094]
(D) [-0.02562, -0.03535] **(E)** [-0.02135, -0.029458] **(F)** [-0.010675, -0.014729]

B05 - A reação de apoio (em kN, conforme a convenção de Green) no grau de liberdade 3 é:

(A) -22.857 **(B)** -11.429 **(C)** -68.571 **(D)** N.D.A. **(E)** -17.143 **(F)** -57.143

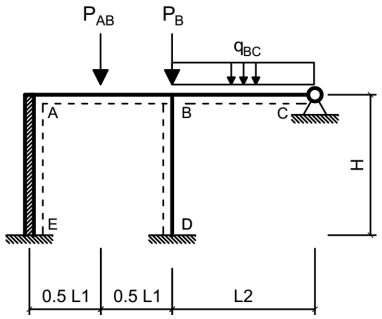
B06 - O esforço axial na barra BC é (em kN com positivo para tração e negativo para compressão) :

(A) 24.244 **(B)** 80.812 **(C)** 96.975 **(D)** 16.162 **(E)** N.D.A. **(F)** 32.325

.

Problema C : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Aplicando o método dos deslocamentos calcular o momento fletor no ponto A da barra AB.



Dados:
- L1 = 6.0 m;
- L2 = 7.2 m;
- H = 4.8 m;
- q_{BC} = 22.0 kN/m;
- P_B = 40.0 kN ;
- P_{AB} = 65.0 kN;
- A barra AE é infinitamente rígida;
- As barras AB e BC são inextensíveis;
- Todas as barras possuem módulo de Elasticidade de 20 GPa e seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 40 cm;

C01 - Conforme os dados do enunciado as deslocabilidades do modelo estrutural são (conforme a convenção de Green):
- **(A)** D1 : rotação do ponto B; D2 : rotação do ponto A;
- **(B)** D1 : translação vertical do ponto C; D2 : rotação do ponto B;
- **(C)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : translação horizontal do ponto B;
- **(D)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(E)** D1 : translação horizontal do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(F)** N.D.A.

C02 - O coeficiente de rigidez K11 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) 4.5183e+05 **(B)** 1.5061e+05 **(C)** 3.3469e+05 **(D)** N.D.A. **(E)** -4.1836e+05 **(F)** -40163.

C03 - O coeficiente de rigidez K12 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) N.D.A. **(B)** -2321.0 **(C)** -1276.6 **(D)** -2901.2 **(E)** -1508.7 **(F)** -1740.8

C04 - Os coeficientes de carga F10 e F20, respectivamente, são (em unidades de kN e m, em módulo e conforme a convenção de Green):
(A) [428.75, 18.762] **(B)** [171.5, 187.62] **(C)** N.D.A.
(D) [257.25, 46.905] **(E)** [514.5, 187.62] **(F)** [171.5, 93.81]

C05 - Os deslocamentos D1 e D2 (respectivamente em m e rad e conforme a convenção de Green) são:
(A) [-0.00052853, -0.0034864] **(B)** [-0.00026427, -0.0017432] **(C)** [-0.0010571, -0.0069728]
(D) [-0.00063424, -0.0011621] **(E)** [-0.00052853, -0.0023243] **(F)** N.D.A.

C06 - O momento fletor no ponto A da barra AB (em kNm e conforme a convenção de Green) é :
(A) 34.101 **(B)** 85.252 **(C)** 80.137 **(D)** N.D.A. **(E)** 73.317 **(F)** -18.756

.

UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral: 4 / 2017
Disciplina: Teoria das Estruturas

TE17-AB-B4b
Versão: 4

Nota:

Turma:

Nome:

Matrícula:

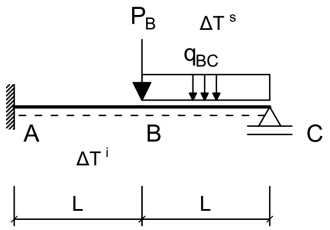
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser escritas com caneta azul ou preta no QUADRO DE RESPOSTAS abaixo.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão**.

Quadro de Respostas: (Preencha com letras maiúsculas relativas às alternativas A B C D E F)

Questões	A01	A02	A03	A04	B01	B02	B03	B04	B05	B06	C01	C02	C03	C04	C05	C06
Respostas																

Problema A : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Utilizando o método das forças calcular a reação de apoio vertical no ponto C do modelo estrutural esboçado ao lado respondendo os questionamentos abaixo.



Dados:
- q_{BC} = 33.0 kN/m; P_B = 50.0 kN;
- L = 5.5 m; ΔT^s = -5 $^\circ C$; ΔT^i = +15 $^\circ C$;
- E = 25000 MPa; α = 0.00002 $/^\circ C$;
- Seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 80 cm;

OBS. 1: considerar somente efeitos de flexão nos cálculos;
OBS. 2: O modelo tem grau estático 1 (um) e deve ser considerada como redundante hiperestática a reação vertical no ponto C com orientação para cima.

A01 - O coeficiente de flexibilidade relativo à redundante hiperestática definida é (em unidades de kN e m, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.0023917 **(B)** N.D.A. **(C)** 0.00024956 **(D)** 0.0020797 **(E)** 0.0025996 **(F)** 0.0044714

A02 - A reação de apoio vertical no ponto C (com positivo para cima e em kN) é :
(A) 14.082 **(B)** 88.012 **(C)** 117.35 **(D)** N.D.A. **(E)** 99.747 **(F)** -76.278

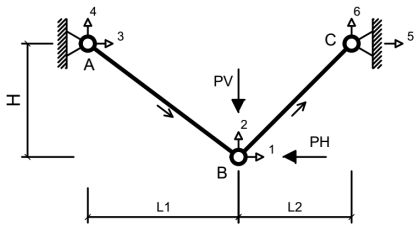
A03 - O deslocamento vertical do ponto C no caso 0 de carregamento (em metros, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.49376 **(B)** 0.27431 **(C)** 0.12344 **(D)** 0.64463 **(E)** N.D.A. **(F)** 0.20573

A04 - O deslocamento virtual do ponto C devido ao efeito térmico (em metros, em módulo e sem considerar a multiplicação por EI) é :
(A) 0.030250 **(B)** 0.0036300 **(C)** N.D.A. **(D)** 0.0075625 **(E)** 0.019662 **(F)** 0.037812

.

Problema B : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular o esforço interno na barra BC empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
- L1 = 5.6 m; L2 = 4.2 m ; H = 4.2 m;
- PV = 60.0 kN ; PH = 53.0 kN;
- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade E = 160.0 GPa e a mesma área de seção transversal A = 0.003 m^2 ;

OBS.: O ponto C tem um deslocamento prescrito horizontal de 50 mm para esquerda.

B01 - A primeira linha da matriz de rigidez elementar da barra AB, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [32914.0, -24686.0, -32914.0, 24686.0] **(B)** [144820.0, -108620.0, -144820.0, 108620.0]
(C) N.D.A. **(D)** [43886.0, -32914.0, -43886.0, 32914.0]
(E) [-32914.0, 24686.0, 32914.0, -24686.0] **(F)** [96549.0, -72411.0, -96549.0, 72411.0]

B02 - A segunda linha da matriz de rigidez elementar da barra BC, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [30305.0, 30305.0, -30305.0, -30305.0] **(B)** N.D.A.
(C) [40406.0, 40406.0, -40406.0, -40406.0] **(D)** [20203.0, 20203.0, -20203.0, -20203.0]
(E) [10102.0, 10102.0, -10102.0, -10102.0] **(F)** [48487.0, 48487.0, -48487.0, -48487.0]

B03 - A segunda linha da matriz de rigidez global da estrutura (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [7491.8, 65092.0, 32914.0, -24686.0, -40406.0, -40406.0]
(B) [5618.9, 48819.0, 24686.0, -18514.0, -30305.0, -30305.0]
(C) N.D.A.
(D) [8990.2, 78110.0, 39497.0, -29623.0, -48487.0, -48487.0]
(E) [1873.0, 16273.0, 8228.6, -6171.4, -10102.0, -10102.0]
(F) [3745.9, 32546.0, 16457.0, -12343.0, -20203.0, -20203.0]

B04 - Os deslocamentos nos graus de liberdade 1 e 2 são respectivamente (em m e conforme a convenção de Green):

(A) [-0.010991, -0.014715] **(B)** [-0.021981, -0.02943] **(C)** [-0.016486, -0.022072]
(D) [-0.026377, -0.035316] **(E)** [-0.0054953, -0.0073574] **(F)** N.D.A.

B05 - A reação de apoio (em kN, conforme a convenção de Green) no grau de liberdade 3 é:

(A) -2.0000 **(B)** -10.000 **(C)** N.D.A. **(D)** -3.0000 **(E)** -4.0000 **(F)** -12.000

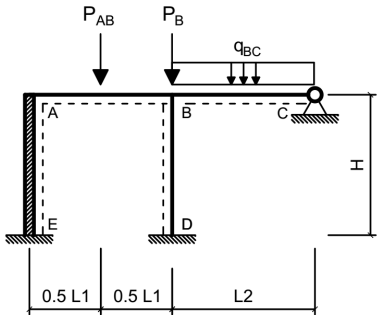
B06 - O esforço axial na barra BC é (em kN com positivo para tração e negativo para compressão) :

(A) 60.458 **(B)** 40.305 **(C)** 241.83 **(D)** N.D.A. **(E)** 201.53 **(F)** 80.610

.

Problema C : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Aplicando o método dos deslocamentos calcular o momento fletor no ponto A da barra AB.



Dados:
- L1 = 4.0 m;
- L2 = 4.8 m;
- H = 3.2 m;
- q_{BC} = 17.0 kN/m;
- P_B = 40.0 kN ;
- P_{AB} = 65.0 kN;
- A barra AE é infinitamente rígida;
- As barras AB e BC são inextensíveis;
- Todas as barras possuem módulo de Elasticidade de 20 GPa e seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 40 cm;

C01 - Conforme os dados do enunciado as deslocabilidades do modelo estrutural são (conforme a convenção de Green):
- **(A)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(B)** D1 : translação vertical do ponto C; D2 : rotação do ponto B;
- **(C)** D1 : rotação do ponto B; D2 : rotação do ponto A;
- **(D)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : translação horizontal do ponto B;
- **(E)** D1 : translação horizontal do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(F)** N.D.A.

C02 - O coeficiente de rigidez K11 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) 3.7844e+05 **(B)** -2.7752e+05 **(C)** 5.8027e+05 **(D)** 5.0458e+05 **(E)** N.D.A. **(F)** -1.7660e+05

C03 - O coeficiente de rigidez K12 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) -4438.9 **(B)** 13056. **(C)** -1305.5 **(D)** 7572.2 **(E)** -5222.2 **(F)** N.D.A.

C04 - Os coeficientes de carga F10 e F20, respectivamente, são (em unidades de kN e m, em módulo e conforme a convenção de Green):
(A) [308.75, 3.292] **(B)** [185.25, 8.23] **(C)** [370.5, 32.92]
(D) N.D.A. **(E)** [123.5, 32.92] **(F)** [123.5, 16.46]

C05 - Os deslocamentos D1 e D2 (respectivamente em m e rad e conforme a convenção de Green) são:
(A) N.D.A. **(B)** [-0.00029731, -0.00014473] **(C)** [-0.00024775, -0.00028946]
(D) [-0.00012388, -0.0002171] **(E)** [-0.00024775, -0.0004342] **(F)** [-0.00049551, -0.00086839]

C06 - O momento fletor no ponto A da barra AB (em kNm e conforme a convenção de Green) é :
(A) 56.509 **(B)** 31.394 **(C)** -73.776 **(D)** 7.8485 **(E)** N.D.A. **(F)** -78.485

.

UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral: 4 / 2017 **TE17-AB-B4b**
Disciplina: Teoria das Estruturas Versão: 5

Nota:

Turma:

Nome: Matrícula:

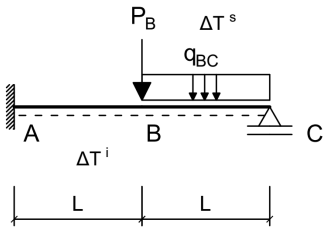
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser escritas com caneta azul ou preta no QUADRO DE RESPOSTAS abaixo.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão**.

Quadro de Respostas: (Preencha com letras maiúsculas relativas às alternativas A B C D E F)

Questões	A01	A02	A03	A04	B01	B02	B03	B04	B05	B06	C01	C02	C03	C04	C05	C06
Respostas																

Problema A : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Utilizando o método das forças calcular a reação de apoio vertical no ponto C do modelo estrutural esboçado ao lado respondendo os questionamentos abaixo.



Dados:
- q_{BC} = 38.0 kN/m; P_B = 70.0 kN;
- L = 6.0 m; ΔT^s = -5 $^\circ C$; ΔT^i = +15 $^\circ C$;
- E = 25000 MPa; α = 0.00002 $/^\circ C$;
- Seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 80 cm;

OBS. 1: considerar somente efeitos de flexão nos cálculos;
OBS. 2: O modelo tem grau estático 1 (um) e deve ser considerada como redundante hiperestática a reação vertical no ponto C com orientação para cima.

A01 - O coeficiente de flexibilidade relativo à redundante hiperestática definida é (em unidades de kN e m, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.0033750 **(B)** N.D.A. **(C)** 0.0027000 **(D)** 0.0020250 **(E)** 0.0014850 **(F)** 0.0017550

A02 - O deslocamento vertical do ponto C no caso 0 de carregamento (em metros, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.65747 **(B)** 0.11336 **(C)** N.D.A. **(D)** 0.45343 **(E)** 0.20404 **(F)** 0.15870

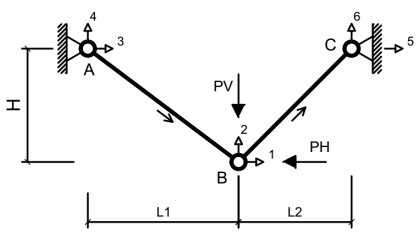
A03 - O deslocamento virtual do ponto C devido ao efeito térmico (em metros, em módulo e sem considerar a multiplicação por EI) é :
(A) 0.036000 **(B)** 0.090000 **(C)** 0.027000 **(D)** 0.052200 **(E)** 0.030600 **(F)** N.D.A.

A04 - A reação de apoio vertical no ponto C (com positivo para cima e em kN) é :
(A) 131.41 **(B)** 154.60 **(C)** 85.030 **(D)** N.D.A. **(E)** 115.95 **(F)** 100.49

.

Problema B : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular o esforço interno na barra BC empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
- L1 = 5.6 m; L2 = 4.2 m ; H = 4.2 m;
- PV = 40.0 kN ; PH = 43.0 kN;
- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade E = 120.0 GPa e a mesma área de seção transversal A = 0.0025 m^2 ;

OBS.: O ponto C tem um deslocamento prescrito horizontal de 50 mm para esquerda.

B01 - A primeira linha da matriz de rigidez elementar da barra AB, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) N.D.A. **(B)** [-20571.0, 15429.0, 20571.0, -15429.0]
(C) [27429.0, -20571.0, -27429.0, 20571.0] **(D)** [60343.0, -45257.0, -60343.0, 45257.0]
(E) [20571.0, -15429.0, -20571.0, 15429.0] **(F)** [90514.0, -67886.0, -90514.0, 67886.0]

B02 - A segunda linha da matriz de rigidez elementar da barra BC, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [25254.0, 25254.0, -25254.0, -25254.0] **(B)** [30305.0, 30305.0, -30305.0, -30305.0]
(C) N.D.A. **(D)** [12627.0, 12627.0, -12627.0, -12627.0]
(E) [18940.0, 18940.0, -18940.0, -18940.0] **(F)** [6313.5, 6313.5, -6313.5, -6313.5]

B03 - A segunda linha da matriz de rigidez global da estrutura (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [3511.8, 30512.0, 15429.0, -11571.0, -18940.0, -18940.0]
(B) [4682.4, 40682.0, 20571.0, -15429.0, -25254.0, -25254.0]
(C) [2341.2, 20341.0, 10286.0, -7714.3, -12627.0, -12627.0]
(D) N.D.A.
(E) [5618.9, 48819.0, 24686.0, -18514.0, -30305.0, -30305.0]
(F) [1170.6, 10171.0, 5142.9, -3857.1, -6313.5, -6313.5]

B04 - Os deslocamentos nos graus de liberdade 1 e 2 são respectivamente (em m e conforme a convenção de Green):

(A) [-0.016624, -0.022102] **(B)** N.D.A. **(C)** [-0.026598, -0.035364]
(D) [-0.011082, -0.014735] **(E)** [-0.0055412, -0.0073675] **(F)** [-0.022165, -0.02947]

B05 - A reação de apoio (em kN, conforme a convenção de Green) no grau de liberdade 3 é:

(A) N.D.A. **(B)** 1.2857 **(C)** 5.1429 **(D)** 1.7143 **(E)** 0.85714 **(F)** 4.2857

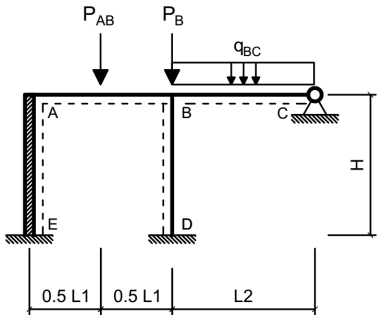
B06 - O esforço axial na barra BC é (em kN com positivo para tração e negativo para compressão) :

(A) 29.193 **(B)** 175.16 **(C)** 43.790 **(D)** N.D.A. **(E)** 58.387 **(F)** 145.97

.

Problema C : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Aplicando o método dos deslocamentos calcular o momento fletor no ponto A da barra AB.



Dados:
- L1 = 5.0 m;
- L2 = 6.0 m;
- H = 4.0 m;
- q_{BC} = 27.0 kN/m;
- P_B = 60.0 kN ;
- P_{AB} = 55.0 kN;
- A barra AE é infinitamente rígida;
- As barras AB e BC são inextensíveis;
- Todas as barras possuem módulo de Elasticidade de 20 GPa e seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 40 cm;

C01 - Conforme os dados do enunciado as deslocabilidades do modelo estrutural são (conforme a convenção de Green):
- **(A)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(B)** D1 : translação vertical do ponto C; D2 : rotação do ponto B;
- **(C)** D1 : translação horizontal do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(D)** N.D.A.
- **(E)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : translação horizontal do ponto B;
- **(F)** D1 : rotação do ponto B; D2 : rotação do ponto A;

C02 - O coeficiente de rigidez K11 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) 48281. **(B)** N.D.A. **(C)** 9.4550e+05 **(D)** 5.4316e+05 **(E)** -2.6152e+05 **(F)** 4.0234e+05

C03 - O coeficiente de rigidez K12 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) -7185.7 **(B)** 401.06 **(C)** -3342.2 **(D)** N.D.A. **(E)** -1504.0 **(F)** -1169.8

C04 - Os coeficientes de carga F10 e F20, respectivamente, são (em unidades de kN e m, em módulo e conforme a convenção de Green):
(A) [471.88, 17.425] **(B)** N.D.A. **(C)** [566.25, 174.25]
(D) [188.75, 174.25] **(E)** [188.75, 87.125] **(F)** [283.13, 43.562]

C05 - Os deslocamentos D1 e D2 (respectivamente em m e rad e conforme a convenção de Green) são:
(A) [-0.00048415, -0.0027129] **(B)** N.D.A. **(C)** [-0.0009683, -0.0054259]
(D) [-0.00048415, -0.0018086] **(E)** [-0.00024207, -0.0013565] **(F)** [-0.00058098, -0.00090431]

C06 - O momento fletor no ponto A da barra AB (em kNm e conforme a convenção de Green) é :
(A) N.D.A. **(B)** 21.420 **(C)** 2.5704 **(D)** 16.065 **(E)** -7.4970 **(F)** 53.550

.

UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral: 4 / 2017 **TE17-AB-B4b**
Disciplina: Teoria das Estruturas Versão: 6

Nota:

Turma:

Nome: Matrícula:

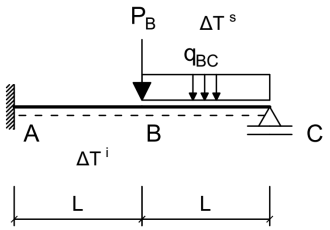
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser escritas com caneta azul ou preta no QUADRO DE RESPOSTAS abaixo.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão**.

Quadro de Respostas: (Preencha com letras maiúsculas relativas às alternativas A B C D E F)

Questões	A01	A02	A03	A04	B01	B02	B03	B04	B05	B06	C01	C02	C03	C04	C05	C06
Respostas																

Problema A : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Utilizando o método das forças calcular a reação de apoio vertical no ponto C do modelo estrutural esboçado ao lado respondendo os questionamentos abaixo.



Dados:
- q_{BC} = 23.0 kN/m; P_B = 50.0 kN;
- L = 4.5 m; ΔT^s = -5 $^\circ C$; ΔT^i = +15 $^\circ C$;
- E = 25000 MPa; α = 0.00002 $/^\circ C$;
- Seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 80 cm;

OBS. 1: considerar somente efeitos de flexão nos cálculos;
OBS. 2: O modelo tem grau estático 1 (um) e deve ser considerada como redundante hiperestática a reação vertical no ponto C com orientação para cima.

A01 - A reação de apoio vertical no ponto C (com positivo para cima e em kN) é :
(A) 115.47 **(B)** N.D.A. **(C)** 64.152 **(D)** -73.775 **(E)** 137.93 **(F)** 22.453

A02 - O deslocamento virtual do ponto C devido ao efeito térmico (em metros, em módulo e sem considerar a multiplicação por EI) é :
(A) 0.029362 **(B)** N.D.A. **(C)** 0.027338 **(D)** 0.020250 **(E)** 0.050625 **(F)** 0.047588

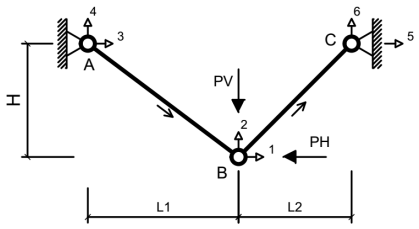
A03 - O deslocamento vertical do ponto C no caso 0 de carregamento (em metros, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.093323 **(B)** 0.060660 **(C)** 0.20064 **(D)** 0.13532 **(E)** 0.21931 **(F)** N.D.A.

A04 - O coeficiente de flexibilidade relativo à redundante hiperestática definida é (em unidades de kN e m, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.00096824 **(B)** 0.0011391 **(C)** 0.00013669 **(D)** N.D.A. **(E)** 0.00085433 **(F)** 0.0028478

.

Problema B : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular o esforço interno na barra BC empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
- L1 = 4.8 m; L2 = 3.6 m ; H = 3.6 m;
- PV = 60.0 kN ; PH = 63.0 kN;
- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade E = 120.0 GPa e a mesma área de seção transversal A = 0.003 m^2 ;

OBS.: O ponto C tem um deslocamento prescrito horizontal de 50 mm para esquerda.

B01 - A primeira linha da matriz de rigidez elementar da barra AB, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [38400.0, -28800.0, -38400.0, 28800.0] **(B)** [126720.0, -95040.0, -126720.0, 95040.0]
(C) [28800.0, -21600.0, -28800.0, 21600.0] **(D)** [-28800.0, 21600.0, 28800.0, -21600.0]
(E) [84480.0, -63360.0, -84480.0, 63360.0] **(F)** N.D.A.

B02 - A segunda linha da matriz de rigidez elementar da barra BC, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [17678.0, 17678.0, -17678.0, -17678.0] **(B)** N.D.A.
(C) [8838.8, 8838.8, -8838.8, -8838.8] **(D)** [35355.0, 35355.0, -35355.0, -35355.0]
(E) [26517.0, 26517.0, -26517.0, -26517.0] **(F)** [42426.0, 42426.0, -42426.0, -42426.0]

B03 - A segunda linha da matriz de rigidez global da estrutura (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) N.D.A.
(B) [7866.4, 68346.0, 34560.0, -25920.0, -42426.0, -42426.0]
(C) [4916.5, 42717.0, 21600.0, -16200.0, -26517.0, -26517.0]
(D) [3277.7, 28478.0, 14400.0, -10800.0, -17678.0, -17678.0]
(E) [6555.3, 56955.0, 28800.0, -21600.0, -35355.0, -35355.0]
(F) [1638.8, 14239.0, 7200.0, -5400.0, -8838.8, -8838.8]

B04 - Os deslocamentos nos graus de liberdade 1 e 2 são respectivamente (em m e conforme a convenção de Green):

(A) N.D.A. **(B)** [-0.026636, -0.035444] **(C)** [-0.011098, -0.014768]
(D) [-0.016648, -0.022152] **(E)** [-0.0055492, -0.0073841] **(F)** [-0.022197, -0.029536]

B05 - A reação de apoio (em kN, conforme a convenção de Green) no grau de liberdade 3 é:

(A) 5.1429 **(B)** 1.7143 **(C)** 4.2857 **(D)** N.D.A. **(E)** 0.85714 **(F)** 1.2857

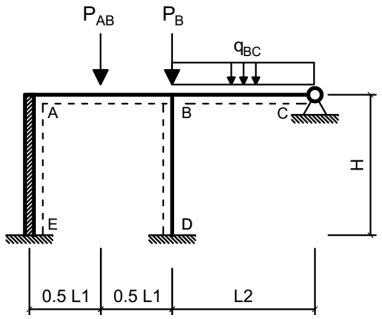
B06 - O esforço axial na barra BC é (em kN com positivo para tração e negativo para compressão) :

(A) 216.68 **(B)** 65.003 **(C)** 86.671 **(D)** 43.336 **(E)** 260.01 **(F)** N.D.A.

.

Problema C : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Aplicando o método dos deslocamentos calcular o momento fletor no ponto A da barra AB.



Dados:
- L1 = 7.0 m;
- L2 = 8.4 m;
- H = 5.6 m;
- q_{BC} = 27.0 kN/m;
- P_B = 40.0 kN ;
- P_{AB} = 65.0 kN;
- A barra AE é infinitamente rígida;
- As barras AB e BC são inextensíveis;
- Todas as barras possuem módulo de Elasticidade de 20 GPa e seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 40 cm;

C01 - Conforme os dados do enunciado as deslocabilidades do modelo estrutural são (conforme a convenção de Green):
- **(A)** N.D.A.
- **(B)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : translação horizontal do ponto B;
- **(C)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(D)** D1 : translação vertical do ponto C; D2 : rotação do ponto B;
- **(E)** D1 : translação horizontal do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(F)** D1 : rotação do ponto B; D2 : rotação do ponto A;

C02 - O coeficiente de rigidez K11 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) -2.4358e+05 **(B)** N.D.A. **(C)** -3.2956e+05 **(D)** 2.1493e+05 **(E)** 2.8657e+05 **(F)** 5.1583e+05

C03 - O coeficiente de rigidez K12 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) 3069.4 **(B)** 1961.0 **(C)** -4007.2 **(D)** -1705.2 **(E)** -426.30 **(F)** N.D.A.

C04 - Os coeficientes de carga F10 e F20, respectivamente, são (em unidades de kN e m, em módulo e conforme a convenção de Green):
(A) [214.25, 181.26] **(B)** [214.25, 362.53] **(C)** [642.75, 362.53]
(D) [535.63, 36.253] **(E)** N.D.A. **(F)** [321.38, 90.632]

C05 - Os deslocamentos D1 e D2 (respectivamente em m e rad e conforme a convenção de Green) são:
(A) [-0.00093437, -0.0026049] **(B)** [-0.00077864, -0.0052098] **(C)** [-0.00038932, -0.0039074]
(D) N.D.A. **(E)** [-0.00077864, -0.0078148] **(F)** [-0.0015573, -0.01563]

C06 - O momento fletor no ponto A da barra AB (em kNm e conforme a convenção de Green) é :
(A) -31.227 **(B)** -9.5039 **(C)** N.D.A. **(D)** 6.7885 **(E)** -3.2585 **(F)** 27.154

.

UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral: 4 / 2017 **TE17-AB-B4b**
Disciplina: Teoria das Estruturas Versão: 7

Nota:

Turma:

Nome: Matrícula:

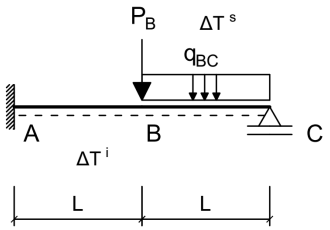
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser escritas com caneta azul ou preta no QUADRO DE RESPOSTAS abaixo.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão**.

Quadro de Respostas: (Preencha com letras maiúsculas relativas às alternativas A B C D E F)

Questões	A01	A02	A03	A04	B01	B02	B03	B04	B05	B06	C01	C02	C03	C04	C05	C06
Respostas																

Problema A : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Utilizando o método das forças calcular a reação de apoio vertical no ponto C do modelo estrutural esboçado ao lado respondendo os questionamentos abaixo.



Dados:
- q_{BC} = 38.0 kN/m; P_B = 70.0 kN;
- L = 6.0 m; ΔT^s = -5 $^\circ C$; ΔT^i = +15 $^\circ C$;
- E = 25000 MPa; α = 0.00002 $/^\circ C$;
- Seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 80 cm;

OBS. 1: considerar somente efeitos de flexão nos cálculos;
OBS. 2: O modelo tem grau estático 1 (um) e deve ser considerada como redundante hiperestática a reação vertical no ponto C com orientação para cima.

A01 - A reação de apoio vertical no ponto C (com positivo para cima e em kN) é :
(A) 154.60 **(B)** 332.39 **(C)** N.D.A. **(D)** 18.552 **(E)** -131.41 **(F)** 100.49

A02 - O coeficiente de flexibilidade relativo à redundante hiperestática definida é (em unidades de kN e m, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.0022950 **(B)** 0.0027000 **(C)** N.D.A. **(D)** 0.00032400 **(E)** 0.0020250 **(F)** 0.0017550

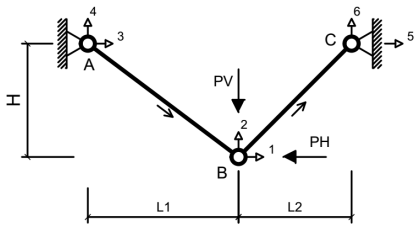
A03 - O deslocamento virtual do ponto C devido ao efeito térmico (em metros, em módulo e sem considerar a multiplicação por EI) é :
(A) N.D.A. **(B)** 0.090000 **(C)** 0.027000 **(D)** 0.036000 **(E)** 0.084600 **(F)** 0.064800

A04 - O deslocamento vertical do ponto C no caso 0 de carregamento (em metros, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.15870 **(B)** N.D.A. **(C)** 0.45343 **(D)** 0.054412 **(E)** 0.11336 **(F)** 0.29473

.

Problema B : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular o esforço interno na barra BC empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
- L1 = 3.2 m; L2 = 2.4 m ; H = 2.4 m;
- PV = 40.0 kN ; PH = 63.0 kN;
- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade E = 140.0 GPa e a mesma área de seção transversal A = 0.002 m^2 ;

OBS.: O ponto C tem um deslocamento prescrito horizontal de 50 mm para esquerda.

B01 - A primeira linha da matriz de rigidez elementar da barra AB, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [147840.0, -110880.0, -147840.0, 110880.0] **(B)** [98560.0, -73920.0, -98560.0, 73920.0]
(C) [44800.0, -33600.0, -44800.0, 33600.0] **(D)** [33600.0, -25200.0, -33600.0, 25200.0]
(E) [-33600.0, 25200.0, 33600.0, -25200.0] **(F)** N.D.A.

B02 - A segunda linha da matriz de rigidez elementar da barra BC, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [41248.0, 41248.0, -41248.0, -41248.0] **(B)** [49497.0, 49497.0, -49497.0, -49497.0]
(C) N.D.A. **(D)** [20624.0, 20624.0, -20624.0, -20624.0]
(E) [30936.0, 30936.0, -30936.0, -30936.0] **(F)** [10312.0, 10312.0, -10312.0, -10312.0]

B03 - A segunda linha da matriz de rigidez global da estrutura (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [3823.9, 33224.0, 16800.0, -12600.0, -20624.0, -20624.0]
(B) [7647.9, 66448.0, 33600.0, -25200.0, -41248.0, -41248.0]
(C) [9177.5, 79737.0, 40320.0, -30240.0, -49497.0, -49497.0]
(D) [5735.9, 49836.0, 25200.0, -18900.0, -30936.0, -30936.0]
(E) N.D.A.
(F) [1912.0, 16612.0, 8400.0, -6300.0, -10312.0, -10312.0]

B04 - Os deslocamentos nos graus de liberdade 1 e 2 são respectivamente (em m e conforme a convenção de Green):

(A) [-0.0055286, -0.0072736] **(B)** [-0.026537, -0.034913] **(C)** N.D.A.
(D) [-0.011057, -0.014547] **(E)** [-0.016586, -0.021821] **(F)** [-0.022114, -0.029094]

B05 - A reação de apoio (em kN, conforme a convenção de Green) no grau de liberdade 3 é:

(A) 6.5714 **(B)** 32.857 **(C)** 39.429 **(D)** 13.143 **(E)** 9.8571 **(F)** N.D.A.

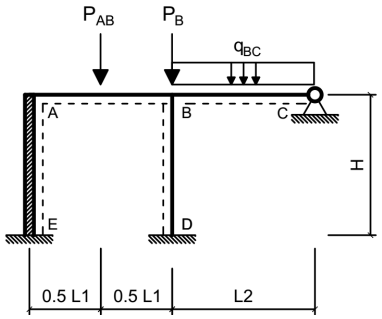
B06 - O esforço axial na barra BC é (em kN com positivo para tração e negativo para compressão) :

(A) 35.254 **(B)** 211.53 **(C)** 176.27 **(D)** N.D.A. **(E)** 70.509 **(F)** 52.881

.

Problema C : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Aplicando o método dos deslocamentos calcular o momento fletor no ponto A da barra AB.



Dados:
- L1 = 4.0 m;
- L2 = 4.8 m;
- H = 3.2 m;
- q_{BC} = 22.0 kN/m;
- P_B = 50.0 kN ;
- P_{AB} = 65.0 kN;
- A barra AE é infinitamente rígida;
- As barras AB e BC são inextensíveis;
- Todas as barras possuem módulo de Elasticidade de 20 GPa e seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 40 cm;

C01 - Conforme os dados do enunciado as deslocabilidades do modelo estrutural são (conforme a convenção de Green):
- **(A)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(B)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : translação horizontal do ponto B;
- **(C)** D1 : translação horizontal do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(D)** N.D.A.
- **(E)** D1 : translação vertical do ponto C; D2 : rotação do ponto B;
- **(F)** D1 : rotação do ponto B; D2 : rotação do ponto A;

C02 - O coeficiente de rigidez K11 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) 5.8027e+05 **(B)** N.D.A. **(C)** 9.0824e+05 **(D)** 6.8118e+05 **(E)** 1.1858e+06 **(F)** 5.0458e+05

C03 - O coeficiente de rigidez K12 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) -2350.0 **(B)** N.D.A. **(C)** -1305.5 **(D)** -5222.2 **(E)** 12272. **(F)** -626.66

C04 - Os coeficientes de carga F10 e F20, respectivamente, são (em unidades de kN e m, em módulo e conforme a convenção de Green):
(A) N.D.A. **(B)** [148.5, 30.86] **(C)** [371.25, 6.172]
(D) [148.5, 61.72] **(E)** [222.75, 15.43] **(F)** [445.5, 61.72]

C05 - Os deslocamentos D1 e D2 (respectivamente em m e rad e conforme a convenção de Green) são:
(A) [-0.00035973, -0.00026434] **(B)** [-0.00014989, -0.00039651] **(C)** [-0.00029978, -0.00079301]
(D) N.D.A. **(E)** [-0.00029978, -0.00052868] **(F)** [-0.00059955, -0.001586]

C06 - O momento fletor no ponto A da barra AB (em kNm e conforme a convenção de Green) é :
(A) -3.5111 **(B)** N.D.A. **(C)** 29.259 **(D)** -10.241 **(E)** 19.018 **(F)** 21.944

.

UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral: 4 / 2017
Disciplina: Teoria das Estruturas

TE17-AB-B4b
Versão: 8

Nota:

Turma:

Nome:

Matrícula:

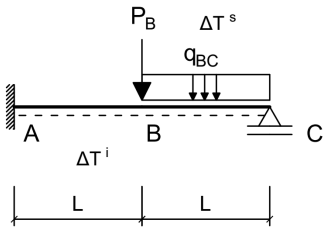
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser escritas com caneta azul ou preta no QUADRO DE RESPOSTAS abaixo.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão**.

Quadro de Respostas: (Preencha com letras maiúsculas relativas às alternativas A B C D E F)

Questões	A01	A02	A03	A04	B01	B02	B03	B04	B05	B06	C01	C02	C03	C04	C05	C06
Respostas																

Problema A : [Valor 2.500 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Utilizando o método das forças calcular a reação de apoio vertical no ponto C do modelo estrutural esboçado ao lado respondendo os questionamentos abaixo.



Dados:
- q_{BC} = 33.0 kN/m; P_B = 70.0 kN;
- L = 4.5 m; ΔT^s = -5 $^\circ C$; ΔT^i = +15 $^\circ C$;
- E = 25000 MPa; α = 0.00002 $/^\circ C$;
- Seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 80 cm;

OBS. 1: considerar somente efeitos de flexão nos cálculos;
OBS. 2: O modelo tem grau estático 1 (um) e deve ser considerada como redundante hiperestática a reação vertical no ponto C com orientação para cima.

A01 - O deslocamento virtual do ponto C devido ao efeito térmico (em metros, em módulo e sem considerar a multiplicação por EI) é :
(A) 0.020250 **(B)** 0.017212 **(C)** N.D.A. **(D)** 0.013163 **(E)** 0.029362 **(F)** 0.015187

A02 - A reação de apoio vertical no ponto C (com positivo para cima e em kN) é :
(A) N.D.A. **(B)** 11.908 **(C)** 99.230 **(D)** -124.04 **(E)** 213.34 **(F)** 64.500

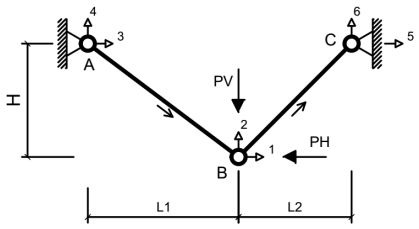
A03 - O deslocamento vertical do ponto C no caso 0 de carregamento (em metros, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.033320 **(B)** 0.059976 **(C)** 0.16660 **(D)** 0.13328 **(E)** 0.19326 **(F)** N.D.A.

A04 - O coeficiente de flexibilidade relativo à redundante hiperestática definida é (em unidades de kN e m, em módulo e considerando a divisão por EI) é :
(A) 0.00028478 **(B)** 0.0011391 **(C)** 0.00039869 **(D)** N.D.A. **(E)** 0.0016517 **(F)** 0.0028478

.

Problema B : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular o esforço interno na barra BC empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
- L1 = 3.2 m; L2 = 2.4 m ; H = 2.4 m;
- PV = 70.0 kN ; PH = 63.0 kN;
- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade E = 180.0 GPa e a mesma área de seção transversal A = 0.003 m^2 ;

OBS.: O ponto C tem um deslocamento prescrito horizontal de 50 mm para esquerda.

B01 - A primeira linha da matriz de rigidez elementar da barra AB, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [64800.0, -48600.0, -64800.0, 48600.0] **(B)** N.D.A.
(C) [-64800.0, 48600.0, 64800.0, -48600.0] **(D)** [285120.0, -213840.0, -285120.0, 213840.0]
(E) [86400.0, -64800.0, -86400.0, 64800.0] **(F)** [190080.0, -142560.0, -190080.0, 142560.0]

B02 - A segunda linha da matriz de rigidez elementar da barra BC, em coordenadas globais, é (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [79550.0, 79550.0, -79550.0, -79550.0] **(B)** [59662.0, 59662.0, -59662.0, -59662.0]
(C) N.D.A. **(D)** [95459.0, 95459.0, -95459.0, -95459.0]
(E) [19887.0, 19887.0, -19887.0, -19887.0] **(F)** [39775.0, 39775.0, -39775.0, -39775.0]

B03 - A segunda linha da matriz de rigidez global da estrutura (em unidades de kN e m; considerando todos os elementos multiplicados por AE):

(A) [11062.0, 96112.0, 48600.0, -36450.0, -59662.0, -59662.0]
(B) [7374.8, 64075.0, 32400.0, -24300.0, -39775.0, -39775.0]
(C) [3687.4, 32037.0, 16200.0, -12150.0, -19887.0, -19887.0]
(D) [14750.0, 128150.0, 64800.0, -48600.0, -79550.0, -79550.0]
(E) N.D.A.
(F) [17699.0, 153780.0, 77760.0, -58320.0, -95459.0, -95459.0]

B04 - Os deslocamentos nos graus de liberdade 1 e 2 são respectivamente (em m e conforme a convenção de Green):

(A) [-0.016322, -0.021809] **(B)** N.D.A. **(C)** [-0.021763, -0.029079]
(D) [-0.0054408, -0.0072698] **(E)** [-0.010882, -0.01454] **(F)** [-0.026116, -0.034895]

B05 - A reação de apoio (em kN, conforme a convenção de Green) no grau de liberdade 3 é:

(A) -10.000 **(B)** -12.000 **(C)** -3.0000 **(D)** N.D.A. **(E)** -2.0000 **(F)** -4.0000

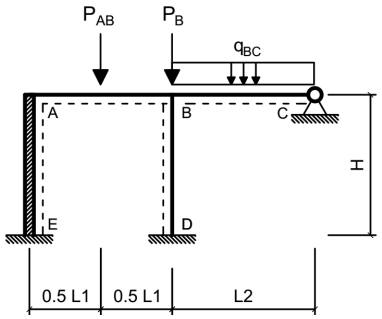
B06 - O esforço axial na barra BC é (em kN com positivo para tração e negativo para compressão) :

(A) 236.88 **(B)** 94.752 **(C)** 284.26 **(D)** 71.064 **(E)** 47.376 **(F)** N.D.A.

.

Problema C : [Valor 3.750 pontos - 0.6250 pontos cada questão]

Aplicando o método dos deslocamentos calcular o momento fletor no ponto A da barra AB.



Dados:
- L1 = 4.0 m;
- L2 = 4.8 m;
- H = 3.2 m;
- q_{BC} = 27.0 kN/m;
- P_B = 70.0 kN ;
- P_{AB} = 65.0 kN;
- A barra AE é infinitamente rígida;
- As barras AB e BC são inextensíveis;
- Todas as barras possuem módulo de Elasticidade de 20 GPa e seção transversal retangular de base b = 20 cm e altura h = 40 cm;

C01 - Conforme os dados do enunciado as deslocabilidades do modelo estrutural são (conforme a convenção de Green):
- **(A)** D1 : rotação do ponto B; D2 : rotação do ponto A;
- **(B)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : translação horizontal do ponto B;
- **(C)** D1 : translação vertical do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(D)** N.D.A.
- **(E)** D1 : translação horizontal do ponto B; D2 : rotação do ponto B;
- **(F)** D1 : translação vertical do ponto C; D2 : rotação do ponto B;

C02 - O coeficiente de rigidez K11 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) 5.0458e+05 **(B)** 5.8027e+05 **(C)** 6.8118e+05 **(D)** N.D.A. **(E)** 60550. **(F)** 6.3072e+05

C03 - O coeficiente de rigidez K12 (em unidades de kN e m, conforme a convenção de Green e multiplicado por EI e/ou EA):
(A) 13056. **(B)** -5222.2 **(C)** N.D.A. **(D)** -1305.5 **(E)** 1827.8 **(F)** 626.66

C04 - Os coeficientes de carga F10 e F20, respectivamente, são (em unidades de kN e m, em módulo e conforme a convenção de Green):
(A) [550.5, 90.52] **(B)** [183.5, 90.52] **(C)** [458.75, 9.052]
(D) N.D.A. **(E)** [275.25, 22.63] **(F)** [183.5, 45.26]

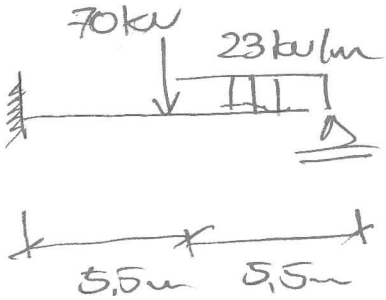
C05 - Os deslocamentos D1 e D2 (respectivamente em m e rad e conforme a convenção de Green) são:
(A) [-0.00044596, -0.00038479] **(B)** N.D.A. **(C)** [-0.00037163, -0.0011544]
(D) [-0.00037163, -0.00076958] **(E)** [-0.00018582, -0.00057718] **(F)** [-0.00074327, -0.0023087]

C06 - O momento fletor no ponto A da barra AB (em kNm e conforme a convenção de Green) é :
(A) N.D.A. **(B)** -31.354 **(C)** 64.070 **(D)** 36.806 **(E)** 27.264 **(F)** 39.533

.

001	.B.	.C.	.A.	.D.	.C.	.B.	.E.	.A.	.F.	.D.	.F.	.C.	.B.	.D.	.A.	.E.
002	.D.	.A.	.C.	.B.	.D.	.C.	.F.	.A.	.B.	.E.	.B.	.A.	.C.	.F.	.E.	.D.
003	.B.	.D.	.C.	.A.	.C.	.D.	.B.	.E.	.A.	.F.	.D.	.C.	.B.	.F.	.E.	.A.
004	.D.	.C.	.B.	.A.	.D.	.C.	.A.	.B.	.E.	.F.	.A.	.D.	.E.	.F.	.C.	.B.
005	.C.	.D.	.A.	.B.	.C.	.A.	.B.	.F.	.D.	.E.	.A.	.F.	.C.	.E.	.D.	.B.
006	.C.	.D.	.A.	.B.	.A.	.D.	.E.	.F.	.B.	.C.	.C.	.E.	.D.	.A.	.B.	.F.
007	.A.	.B.	.D.	.C.	.C.	.A.	.B.	.F.	.D.	.E.	.A.	.F.	.D.	.B.	.E.	.C.
008	.A.	.C.	.D.	.B.	.E.	.A.	.D.	.C.	.F.	.B.	.C.	.A.	.B.	.F.	.D.	.E.

TE17-1B-B45 PROBLEMA 1



$\Delta T^S = -5°C$

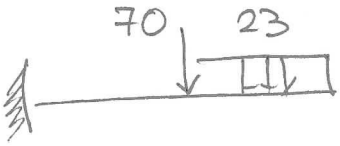
$\Delta T^i = +15°C$

$EI = 25E6\ kN/m^2 \times \frac{0,2 \times (0,8)^3}{12}\ m^4$

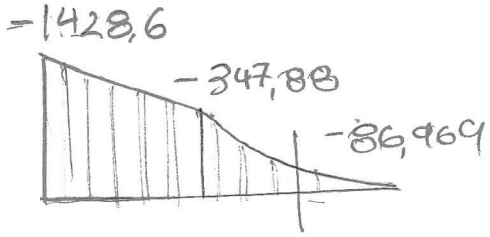
$EI = 213333\ kNm^2$

$\alpha = 2 \times 10^{-5}\ /°C$

CASO 0



M_0



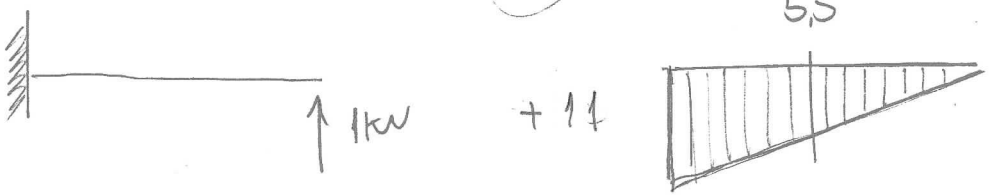
$M_{B_0} = -23 \times 5,5^2/2 = -347,88\ kNm$

$M_{BC_0} = -23 \times \frac{1}{2}\left(\frac{5,5}{2}\right)^2 = -86,969\ kNm$

$M_{A_0} = -23 \times 5,5 \times (5,5 + 5,5/2) - 70 \times 5,5 = -1428,6\ kNm$

CASO 1

M_1



$f_{11} = \frac{1}{EI} \frac{1}{3} \times 11 \times 11 \times 11 = \frac{1331}{3EI} = 2,0797 \times 10^{-3}$

$\delta_{10} = \frac{1}{EI}\left[\frac{1}{6} 5,5 \times 5,5 \left(2 \times (-86,969) - 347,88\right) + \frac{1}{6} 5,5 \left(-1428,6 \left(2 \times 11 + 5,5\right) - 347,88 \left(11 + 2 \times 5,5\right)\right)\right]$

$= \frac{1}{EI}(-26398 - 43028) = -0,21403\ m$

$$grad(T) = \frac{\Delta T^i - \Delta T^s}{h} = \frac{15 - (-5)}{0,8} = 25\ ^\circ C/m$$

$$\delta_t = \int_0^h \bar{M}_1 \times grad(T) \times \alpha \, dx$$

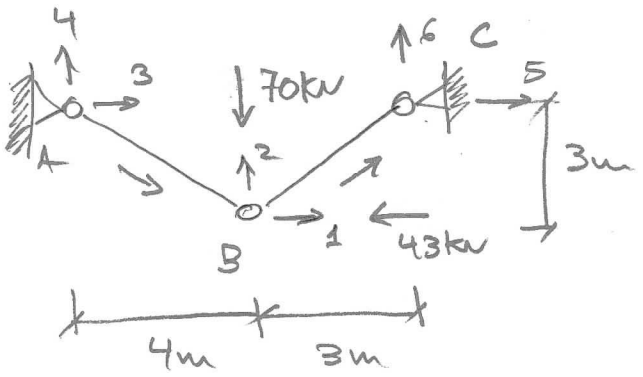
$$\delta_T = \frac{11m \times 11 kV/m}{2\,(1kV)} \times 25\ ^\circ C/m \times 2 \times 10^{-5}/^\circ C = 0,03025\ m$$

$$f_{11} \cdot V_c + \delta_{10} + \delta_T = 0$$

$$V_c = -\frac{\delta_{10} - \delta_T}{f_{11}} = -\frac{(-0,21403) - 0,03025}{2,0797 \times 10^{-3}}$$

$$V_c = 88,369 kV \uparrow$$

TE17-AB-B45 PROBLEMA B



$AE = 0{,}003\,m^2 \times 160 \times 10^6\,kN/m^2$

$AE = 480000\,kN$

BARRA AB $L = 5m$ $\quad \lambda x = (4-0)/5 = 4/5$

$\lambda y = (0-3)/5 = -3/5$

$$EA/L = 480000/5 = 96000$$

$96000 \times \lambda x^2 = 96000 \times 16/25 = 61440$

$96000 \times \lambda y^2 = 96000 \times 9/25 = 34560$

$96000 \times \lambda x \lambda y = 96000 \times 4/5 \times (-3/5) = -46080$

$$K_{AB} = \begin{matrix} \\ 3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} 3 & 4 & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 61440 & -46080 & -61440 & +46080 \\ -46080 & 34560 & +46080 & -34560 \\ -61440 & +46080 & 61440 & -46080 \\ +46080 & -34560 & -46080 & 34560 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

BARRA BC $L = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$

$\lambda x = (3-0)/\sqrt{18} = 3/\sqrt{18}$ $\quad \lambda y = 3/\sqrt{18}$

$EA/L = 480000/\sqrt{18} = 113137$

$113137 \times \lambda x^2 = 113137 \times 9/18 = 56569$ $\quad \lambda x^2 = \lambda y^2 = \lambda xy$

$$K_{BC} = \begin{matrix} \\ 1 \\ 2 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} 1 & 2 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 56569 & 56569 & -56569 & -56569 \\ 56569 & 56569 & -56569 & -56569 \\ -56569 & -56569 & 56569 & 56569 \\ -56569 & -56569 & 56569 & 56569 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

SISTEMA GLOBAL DE EQUAÇÕES:

$$\left[\begin{array}{cc|cccc} 118009 & 10489 & -61440 & 46080 & -56569 & -56569 \\ 10489 & 91129 & 46080 & -34560 & -56569 & -56569 \\ \hline -61440 & 46080 & 61440 & -46080 & 0 & 0 \\ +46080 & -34560 & -46080 & 34560 & 0 & 0 \\ -56569 & -56569 & 0 & 0 & 56569 & 56569 \\ -56569 & -56569 & 0 & 0 & 56569 & 56569 \end{array}\right] \left\{\begin{array}{c} D_1 \\ D_2 \\ \hline 0 \\ 0 \\ -0{,}05 \\ 0 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} -43 \\ -70 \\ \hline R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \end{array}\right\}$$

$$K_{12} \cdot D_F = \begin{bmatrix} -61440 & 46080 & -56569 & -56569 \\ 46080 & -34560 & -56569 & -56569 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0{,}05 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2828{,}5 \\ 2828{,}5 \end{Bmatrix}$$

$$D_u = \begin{bmatrix} 118009 & 10489 \\ 10489 & 91129 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{Bmatrix} -43 \\ -70 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 2828{,}5 \\ 2828{,}5 \end{Bmatrix} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} D_1 = -2{,}1728 \times 10^{-2}\ m \\ D_2 = -2{,}9306 \times 10^{-2}\ m \end{array}$$

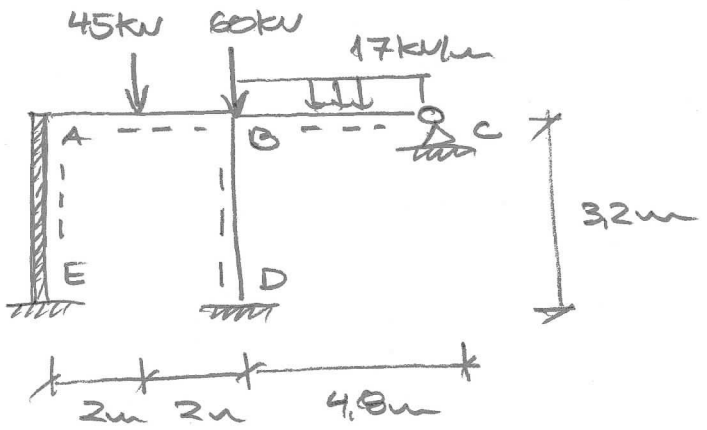
$$R_3 = \begin{bmatrix} -61440 & +46080 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -2{,}1728 \times 10^{-2} \\ -2{,}9306 \times 10^{-2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 61440 & -46080 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0{,}05 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$R_3 = -15{,}422\ kN$$

$$N_{BC} = 113137 \begin{bmatrix} -3/\sqrt{18} & -3/\sqrt{18} & 3/\sqrt{18} & 3/\sqrt{18} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -2{,}1728 \times 10^{-2} \\ -2{,}9306 \times 10^{-2} \\ -0{,}05 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$N_{BC} = +82{,}720\ kN$$

TE17 - AB - B46 PROBLEMA C



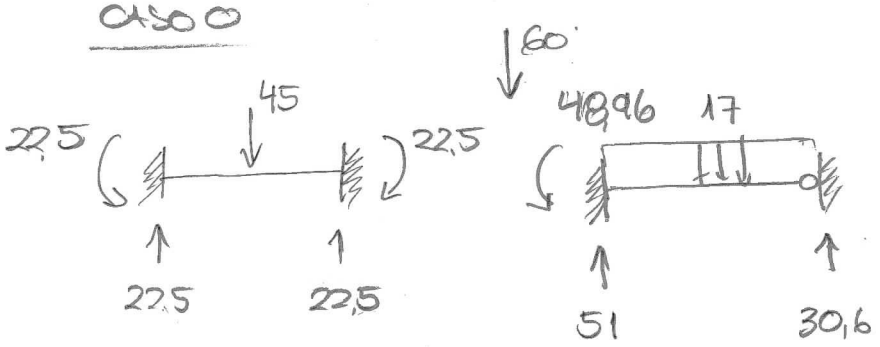
$EI = 20\times10^6 \times \frac{0,2\times0,4^3}{12}$

$EI = 21333\ kN\,m^2$

$EA = 20\times10^6 \times 0,2\times0,4$

$EA = 1600000\ kN$

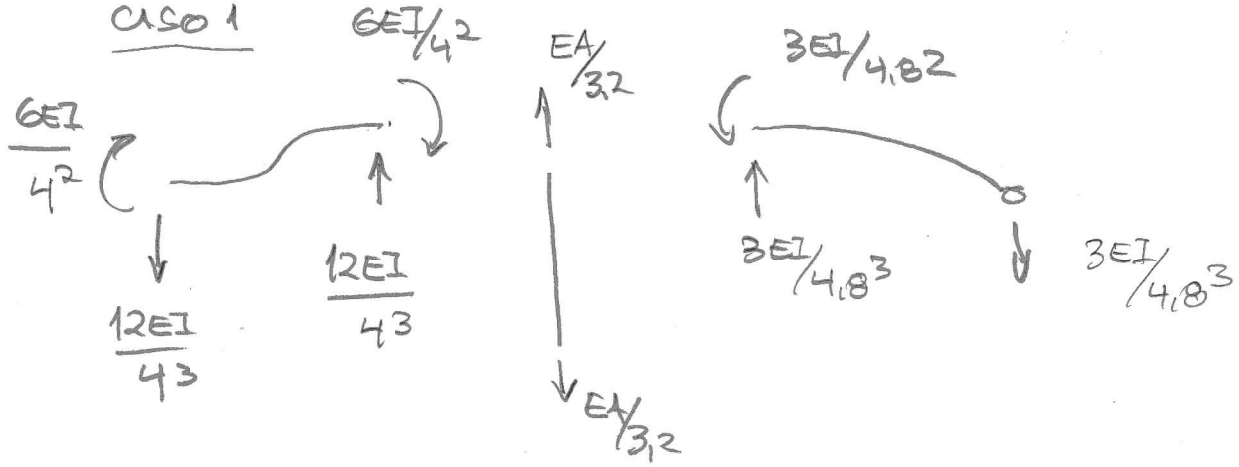
CASO 0



$F_{10} = 22,5\ kN + 51\ kN + 60\ kN = 133,5\ kN$

$F_{20} = +48,96\ kN\,m - 22,5\ kN\,m = 26,46\ kN\,m$

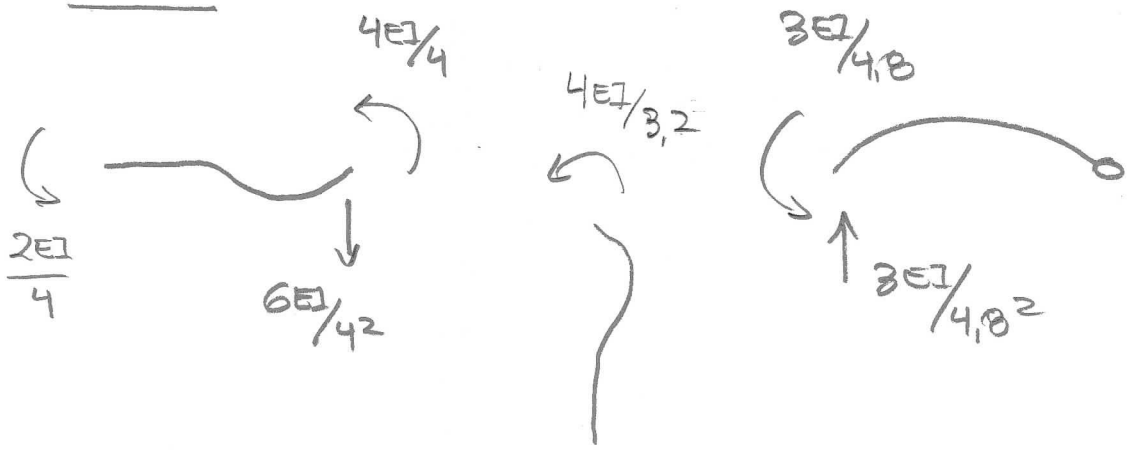
CASO 1



$$k_{11} = \frac{12EI}{4^3} + \frac{3EI}{4,8^3} + \frac{EA}{3,2} = 504579$$

$$k_{21} = \frac{3EI}{4,8^2} - \frac{6EI}{4^2} = -5222,1$$

caso 2



$$K_{12} = \frac{3EI}{4,8^2} - \frac{6EI}{4^2} = -5222,1$$

$$K_{22} = EI + \frac{4}{3,2}EI + \frac{3}{4,8}EI = 61332$$

Sistema de equações de equilíbrio:

$$\begin{bmatrix} 504579 & -52221 \\ -52221 & 61332 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -133,5 \\ -26,46 \end{Bmatrix}$$

$D_1 = -2,6928 \times 10^{-4}$ m

$D_2 = -4,5435 \times 10^{-4}$ rad

$$M_A = +22,5 - \frac{6EI}{16} \times (-2,6928 \times 10^{-4}) + \frac{EI}{2}(-4,5435 \times 10^{-4})$$

$M_A = 19,809$ kN