UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral : 4 / 2018
Disciplina : Teoria das Estruturas

TE18-AB-B4a

Nota:

Turma

Nome: VERSÃO 1

Matrícula:

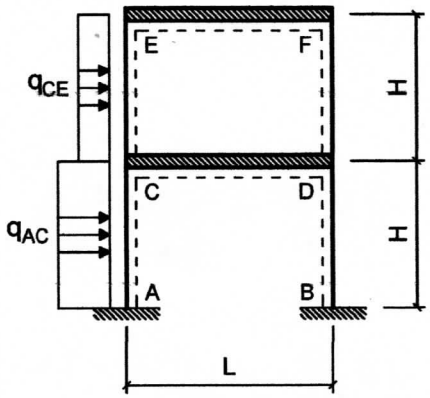
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser assinaladas com caneta azul ou preta na própria questão.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A : [0.625 pontos por questão]

- Aplicando o método dos deslocamentos e considerando as deslocabilidades conforme a resposta correta da questão Q01 abaixo, calcular o deslocamento de translação horizontal do ponto D e a reação de apoio horizontal do ponto B do modelo estrutural esboçado.

Dados:
H = 3.0 m
L = 5.0 m
q_{CE} = 10.0 kN/m
q_{AC} = 25.0 kN/m

- As barras CD e EF possuem rigidez infinita;
- As barras AC, BD, CE e DF possuem seção transversal quadrada de lado 20 cm, módulo de elasticidade E = 25 GPa e devem ser consideradas como barras inextensíveis;



Q01 – As deslocabilidades do modelo, conforme as simplificações elencadas, são :

(A)	D1: translação horizontal conjunta dos pontos A e B	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos E e F
(B)	D1: rotação do ponto D	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos C e D
~~(C)~~	D1: translação horizontal conjunta dos pontos E e F	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos C e D
(D)	D1: translação horizontal conjunta dos pontos E e F	/	D2 : rotação do ponto D

Q02 – O coeficiente de rigidez K11 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

2962,9

Q03 – O coeficiente de rigidez K12 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

2962,9

Q04 – O coeficiente de rigidez K22 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

5925,9

Q05 – O coeficiente de carga final relativo a deslocabilidade 1 da estrutura (combinando os efeitos das "reações nodais" e das "ações nodais") [em módulo e em unidades de kN e m] é:

15

Q06 – O coeficiente de carga final relativo a deslocabilidade 2 da estrutura (combinando os efeitos das "reações nodais" e das "ações nodais") [em módulo e em unidades de kN e m] é:

52,5

Q07 – O deslocamento horizontal do ponto D [em "m" e sinal conforme a convenção de Green]:

0,022781

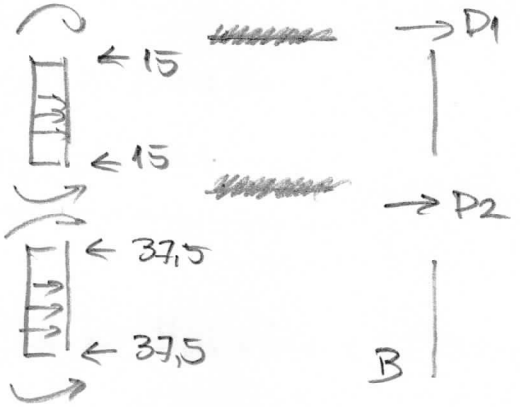
Q08 – A reação de apoio horizontal do ponto B é [em "kN" e com positivo para a direita]:

-33,75

TE18-AB-B4a Versão 1

PROBLEMA 1: Q01) Alternativa (C) H = 3m

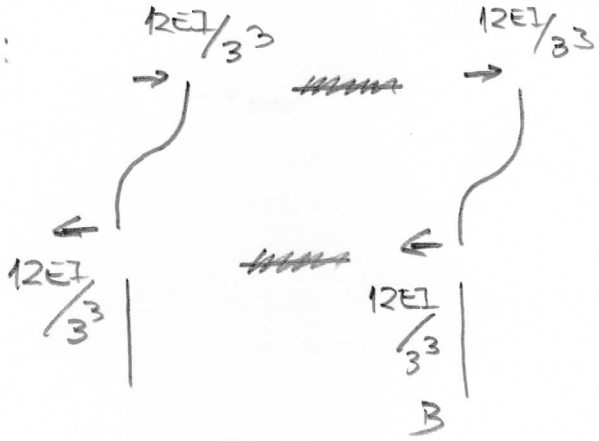
Caso 0:



$F_{10} = -15 = -15$

$F_{20} = -15 - 37,5 = -52,5$

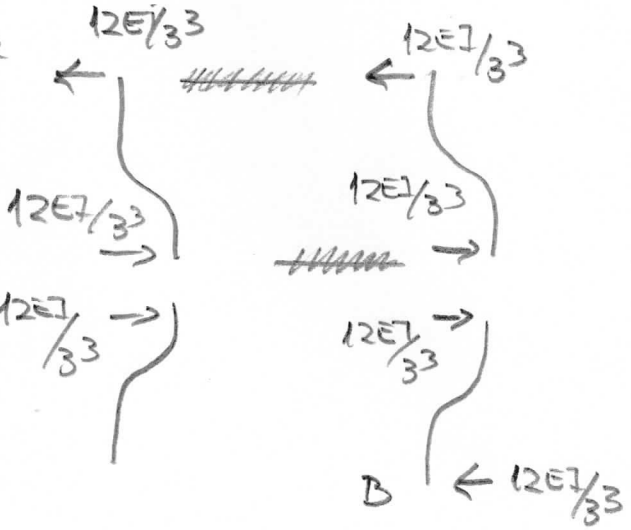
Caso 1:



$k_{11} = 2 \times 12EI/3^3 = 8/9\ EI$

$k_{12} = -2 \times 12EI/3^3 = -8/9\ EI$

Caso 2



$k_{22} = 4 \times 12EI/3^3 = 16/9\ EI$

$EI = 25 \times 10^6\ kN/m^2 \times (0,2m)^4/12 = 3333,3\ kNm^2$

$k_{11} = 8/9 \cdot 3333,3 = \underline{2962,9}$

$k_{12} = \underline{-2962,9}$

$k_{22} = 16/9 \cdot 3333,3 = \underline{5925,9}$

SISTEMA DE EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO:

$$\begin{bmatrix} 2962,9 & -2962,9 \\ -2962,9 & 5925,9 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 15 \\ 52,5 \end{Bmatrix}$$

$D_1 = 0,027844\ m$

$D_2 = 0,022781\ m$

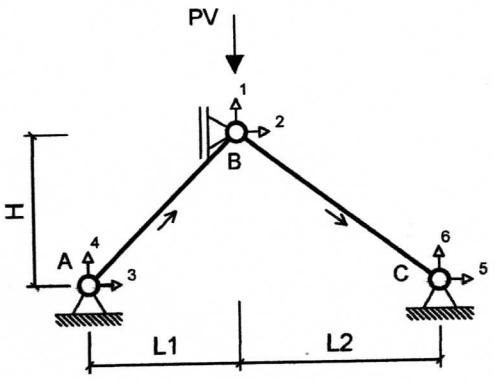
$$H_B = H_{B0} + H_{B1} \times D_1 + H_{B2} \times D_2$$

$$= 0 + 0 + \left(-\frac{12}{33}\ 3333,3\right) \times 0,022781$$

$$= -33,749\ kN$$

Problema B : **[0.625 pontos por questão]**

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular os esforços internos nas barras AB e BC e as reações de apoio no ponto A, empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
H = 3.00 m
L1 = 3.00 m
L2 = 4.00 m
PV = 50.0 kN

- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade e a mesma seção transversal;
- Módulo de rigidez axial das barras EA = 6000 kN

Q01 – A primeira linha da matriz de rigidez elementar em coordenadas globais da barra AB é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[707,11 707,11 -707,11 -707,11]

Q02 – A primeira linha da matriz de rigidez elementar em coordenadas globais da barra BC é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[768 -576 -768 576]

Q03 – A segunda linha da matriz de rigidez global (da estrutura como um todo) é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[131,11 1475,1 -707,11 -707,11 -768 576]

Q04 – A terceira linha da matriz de rigidez global (da estrutura como um todo) é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[-707,11 -707,11 707,11 707,11 0 0]

Q05 – O deslocamento vertical do ponto B é [em "m" e sinal conforme a convenção de Green]:

-0,043894

Q06 – O esforço axial na barra AB é [em "kN" com positivo para tração] :

-43,894

Q07 – O esforço axial na barra BC é [em "kN" com positivo para tração] :

-31,604

Q08 – A reação de apoio horizontal no ponto A e a reação de apoio vertical no ponto A são respectivamente [em kN e sinais conforme a convenção de Green]

+31,038 E +31,038

TE18 – AB – B4a Versão 1

PROBLEMA B

Barra 1: $L = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$ $\lambda x = \sqrt{2}/2$ $\lambda y = \sqrt{2}/2$

$\lambda x^2/L = \lambda y^2/L = \lambda x \lambda y/L = (\sqrt{2}/2)^2/\sqrt{18} = \frac{1}{2\sqrt{18}}$

$EA\ 1/2\sqrt{18} = 60000/2\sqrt{18} = 707,11$

$$[k_1] = 707,11 \begin{array}{c} \begin{matrix} 3 & 4 & 2 & 1 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{matrix}$$

Barra 2: $L = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ $\lambda x = 4/5$ $\lambda y = -3/5$

$\lambda x^2/L = 16/125$ $\lambda y^2/L = 9/125$ $\lambda x \lambda y/L = -12/125$

$\times EA$ $= 768$ $= 432$ $= -576$

$$[k_2] = \begin{array}{c} \begin{matrix} 2 & 1 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 768 & -576 & -768 & +576 \\ -576 & 432 & +576 & -432 \\ -768 & +576 & 768 & -576 \\ +576 & -432 & -576 & 432 \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \left[\begin{array}{cccccc} 432+707,11 & 707,11-576 & -707,11 & -707,11 & 576 & -432 \\ -576+707,11 & 707,11+768 & -707,11 & -707,11 & -768 & 576 \\ -707,11 & -707,11 & 707,11 & 707,11 & 0 & 0 \\ -707,11 & -707,11 & 707,11 & 707,11 & 0 & 0 \\ 576 & -768 & 0 & 0 & 768 & -576 \\ -432 & 576 & 0 & 0 & -576 & 432 \end{array}\right] \end{array} \left\{\begin{array}{c} D_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} -50 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{array}\right\}$$

$$\begin{bmatrix} 1139,1 & 131,11 & -707,11 & -707,11 & 576 & -432 \\ 131,11 & 1475,1 & -707,11 & -707,11 & -768 & 576 \\ -707,11 & -707,11 & 707,11 & 707,11 & 0 & 0 \\ -707,11 & -707,11 & 707,11 & 707,11 & 0 & 0 \\ 576 & -768 & 0 & 0 & 768 & -576 \\ -432 & 576 & 0 & 0 & -576 & 432 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -50 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{Bmatrix}$$

$$D_1 = -50 / 1139,1 = -4,3894 \times 10^{-2}\ m$$

$$N_{AB} = \frac{6000\ kN}{\sqrt{18}\ m} \left[-\sqrt{2}/2 \quad -\sqrt{2}/2 \quad \sqrt{2}/2 \quad \sqrt{2}/2 \right] \begin{cases} D_3 = 0 \\ D_4 = 0 \\ D_2 = 0 \\ D_1 = -4,3894 \times 10^{-2}\ m \end{cases}$$

$$N_{AB} = \frac{6000}{\sqrt{18}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \left(-4,3894 \times 10^{-2}\right) = \underline{-43,894\ kN}$$

$$N_{BC} = \frac{6000\ kN}{5\ m} \left[-4/5 \quad 3/5 \quad 4/5 \quad -3/5 \right] \begin{cases} D_2 = 0 \\ D_1 = -4,3894 \times 10^{-2}\ m \\ D_5 = 0 \\ D_6 = 0 \end{cases}$$

$$N_{BC} = \frac{6000}{5} \times \frac{3}{5} \times \left(-4,3894 \times 10^{-2}\right) = \underline{-31,604\ kN}$$

$$H_A = -707,11 \times -4,3894 \times 10^{-2} = \underline{+31,038\ kN}$$

$$V_A = -707,11 \times -4,3894 \times 10^{-2} = \underline{+31,038\ kN}$$

UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral : 4 / 2018
Disciplina : Teoria das Estruturas

TE18-AB-B4a

Nota:

Turma

Nome: Versão 2

Matrícula:

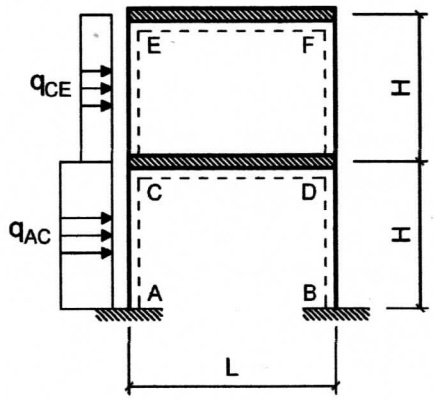
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser assinaladas com caneta azul ou preta na própria questão.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A : [0.625 pontos por questão]

- Aplicando o método dos deslocamentos e considerando as deslocabilidades conforme a resposta correta da questão Q01 abaixo, calcular o deslocamento de translação horizontal do ponto D e a reação de apoio horizontal do ponto B do modelo estrutural esboçado.

Dados:
H = 4.0 m
L = 5.0 m
q_{CE} = 10.0 kN/m
q_{AC} = 25.0 kN/m

- As barras CD e EF possuem rigidez infinita;
- As barras AC, BD, CE e DF possuem seção transversal quadrada de lado 20 cm, módulo de elasticidade E = 25 GPa e devem ser consideradas como barras inextensíveis;



Q01 – As deslocabilidades do modelo, conforme as simplificações elencadas, são :

(A)	D1: translação horizontal conjunta dos pontos A e B	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos E e F
(B)	D1: rotação do ponto D	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos C e D
~~(C)~~	D1: translação horizontal conjunta dos pontos E e F	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos C e D
(D)	D1: translação horizontal conjunta dos pontos E e F	/	D2 : rotação do ponto D

Q02 – O coeficiente de rigidez K11 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

1250

Q03 – O coeficiente de rigidez K12 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

1250

Q04 – O coeficiente de rigidez K22 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

2500

Q05 – O coeficiente de carga final relativo a deslocabilidade 1 da estrutura (combinando os efeitos das "reações nodais" e das "ações nodais") [em módulo e em unidades de kN e m] é:

20

Q06 – O coeficiente de carga final relativo a deslocabilidade 2 da estrutura (combinando os efeitos das "reações nodais" e das "ações nodais") [em módulo e em unidades de kN e m] é:

70

Q07 – O deslocamento horizontal do ponto D [em "m" e sinal conforme a convenção de Green]:

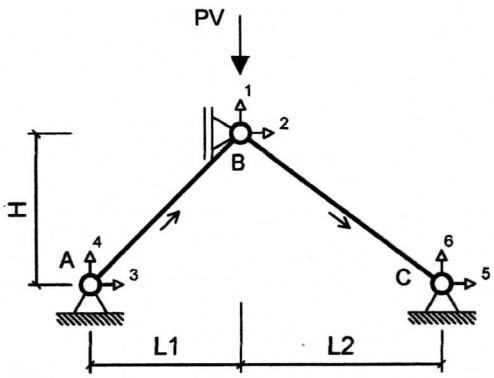
0,072

Q08 – A reação de apoio horizontal do ponto B é [em "kN" e com positivo para a direita]:

-45

Problema B : **[0.625 pontos por questão]**

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular os esforços internos nas barras AB e BC e as reações de apoio no ponto A, empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
H = 4.00 m
L1 = 3.00 m
L2 = 4.00 m
PV = 50.0 kN

- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade e a mesma seção transversal;
- Módulo de rigidez axial das barras EA = 6000 kN

Q01 – A primeira linha da matriz de rigidez elementar em coordenadas globais da barra AB é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[432 576 -432 -576]

Q02 – A primeira linha da matriz de rigidez elementar em coordenadas globais da barra BC é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[530,33 -530,33 -530,33 530,33]

Q03 – A segunda linha da matriz de rigidez global (da estrutura como um todo) é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[45,67 962,33 -432,0 -576,0 -530,33 530,33]

Q04 – A terceira linha da matriz de rigidez global (da estrutura como um todo) é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[-576 -432 432 576 0 0]

Q05 – O deslocamento vertical do ponto B é [em "m" e sinal conforme a convenção de Green]:

-0,038511

Q06 – O esforço axial na barra AB é [em "kN" com positivo para tração] :

-36,971

Q07 – O esforço axial na barra BC é [em "kN" com positivo para tração] :

-28,182

Q08 – A reação de apoio horizontal no ponto A e a reação de apoio vertical no ponto A são respectivamente [em kN e sinais conforme a convenção de Green]

+22,182 +29,576