UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral : 4 / 2018
Disciplina : Teoria das Estruturas

TE18-AB-B4b

Nota:

Turma

Nome: VERSÃO 1 Matrícula:

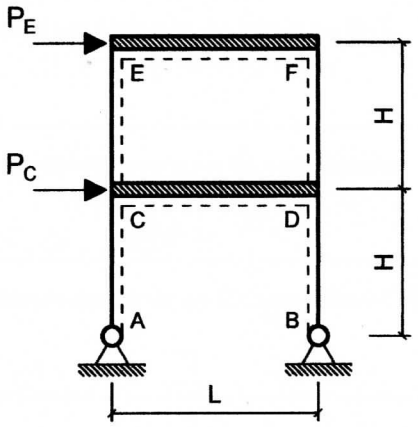
Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser assinaladas com caneta azul ou preta na própria questão.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A : [0.625 pontos por questão]

- Aplicando o método dos deslocamentos e considerando as deslocabilidades conforme a resposta correta da questão Q01 abaixo, calcular o deslocamento de translação horizontal do ponto D e a reação de apoio horizontal do ponto B do modelo estrutural esboçado.

Dados:
H = 3.0 m
L = 5.0 m
P_E = 25.0 kN
P_C = 10.0 kN

- As barras CD e EF possuem rigidez infinita;
- As barras AC, BD, CE e DF possuem seção transversal quadrada de lado 30 cm, módulo de elasticidade E = 12 GPa e devem ser consideradas como barras inextensíveis;



Q01 – As deslocabilidades do modelo, conforme as simplificações elencadas, são :

~~(A)~~	D1: translação horizontal conjunta dos pontos E e F	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos C e D
~~(B)~~	D1: translação horizontal conjunta dos pontos A e B	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos E e F
(C)	D1: rotação do ponto D	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos C e
(D)	D1: translação horizontal conjunta dos pontos E e F	/	D2 : rotação do ponto D

Q02 – O coeficiente de rigidez K11 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

7200

Q03 – O coeficiente de rigidez K12 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

7200

Q04 – O coeficiente de rigidez K22 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

9000

Q05 – O coeficiente de carga final relativo a deslocabilidade 1 da estrutura (combinando os efeitos das "reações nodais" e das "ações nodais") [em módulo e em unidades de kN e m] é:

25

Q06 – O coeficiente de carga final relativo a deslocabilidade 2 da estrutura (combinando os efeitos das "reações nodais" e das "ações nodais") [em módulo e em unidades de kN e m] é:

10

Q07 – O deslocamento horizontal do ponto D [em "m" e sinal conforme a convenção de Green]:

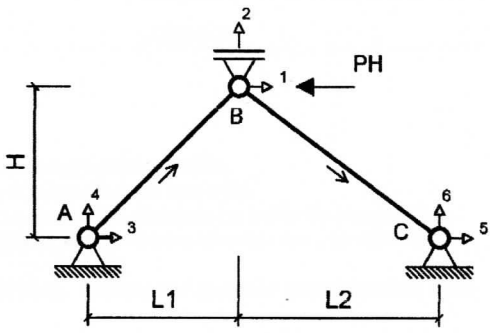
0,019444

Q08 – A reação de apoio horizontal do ponto B é [em "kN" e com positivo para a direita]:

-17,5

Problema B : **[0.625 pontos por questão]**

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular os esforços internos nas barras AB e BC e as reações de apoio no ponto A, empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
H = 3.00 m
L1 = 3.00 m
L2 = 4.00 m
PH = 60.0 kN

- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade e a mesma seção transversal;
- Módulo de rigidez axial das barras EA = 12000 kN

Q01 – A primeira linha da matriz de rigidez elementar em coordenadas globais da barra AB é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[1414,2 1414,2 -1414,2 -1414,2]

Q02 – A primeira linha da matriz de rigidez elementar em coordenadas globais da barra BC é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[1536,0 -1152 -1536 1152]

Q03 – A segunda linha da matriz de rigidez global (da estrutura como um todo) é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[262,21 2278,2 -1414,2 -1414,2 1152,0 -864]

Q04 – A terceira linha da matriz de rigidez global (da estrutura como um todo) é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[-1414,2 -1414,2 1414,2 1414,2 0 0]

Q05 – O deslocamento ~~vertical~~ HORIZONTAL do ponto B é [em "m" e sinal conforme a convenção de Green]:

-0,020338

Q06 – O esforço axial na barra AB é [em "kN" com positivo para tração] :

-40,675

Q07 – O esforço axial na barra BC é [em "kN" com positivo para tração] :

+39,048

Q08 – A reação de apoio horizontal no ponto A e a reação de apoio vertical no ponto A são respectivamente [em kN e sinais conforme a convenção de Green]

28,762 e 28,762

UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Bimestral : 4 / 2018
Disciplina : Teoria das Estruturas

TE18-AB-B4b

Nota:

Turma

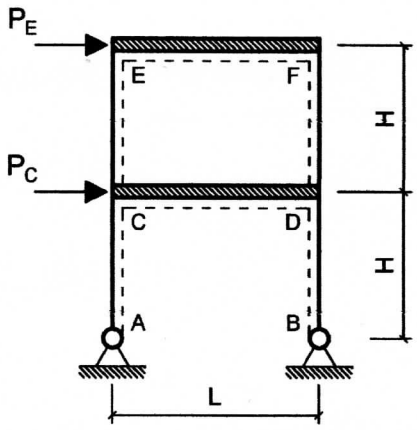
Nome: VERSÃO 2

Matrícula:

Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser assinaladas com caneta azul ou preta na própria questão.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É permitida a CONSULTA A UM CONJUNTO ÚNICO DE FOLHAS ENCADERNADAS EM ESPIRAL. Folhas soltas serão consideradas cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A : [0.625 pontos por questão]

- Aplicando o método dos deslocamentos e considerando as deslocabilidades conforme a resposta correta da questão Q01 abaixo, calcular o deslocamento de translação horizontal do ponto D e a reação de apoio horizontal do ponto B do modelo estrutural esboçado.



Dados:
H = 4.0 m
L = 5.0 m
P_E = 25.0 kN
P_C = 10.0 kN

- As barras CD e EF possuem rigidez infinita;
- As barras AC, BD, CE e DF possuem seção transversal quadrada de lado 30 cm, módulo de elasticidade E = 12 GPa e devem ser consideradas como barras inextensíveis;

Q01 – As deslocabilidades do modelo, conforme as simplificações elencadas, são :

~~(A)~~	D1: translação horizontal conjunta dos pontos E e F	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos C e D
(B)	D1: translação horizontal conjunta dos pontos A e B	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos E e F
(C)	D1: rotação do ponto D	/	D2 : translação horizontal conjunta dos pontos C e
(D)	D1: translação horizontal conjunta dos pontos E e F	/	D2 : rotação do ponto D

Q02 – O coeficiente de rigidez K11 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

3037,5

Q03 – O coeficiente de rigidez K12 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

3037,5

Q04 – O coeficiente de rigidez K22 da estrutura (considerando a multiplicação por EI) é [em módulo e em unidades de kN e m]:

3796,9

Q05 – O coeficiente de carga final relativo a deslocabilidade 1 da estrutura (combinando os efeitos das "reações nodais" e das "ações nodais") [em módulo e em unidades de kN e m] é:

25

Q06 – O coeficiente de carga final relativo a deslocabilidade 2 da estrutura (combinando os efeitos das "reações nodais" e das "ações nodais") [em módulo e em unidades de kN e m] é:

10

Q07 – O deslocamento horizontal do ponto D [em "m" e sinal conforme a convenção de Green]:

0,04609

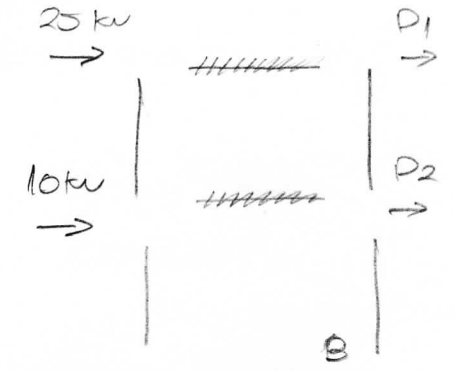
Q08 – A reação de apoio horizontal do ponto B é [em "kN" e com positivo para a direita]:

-17,5

TE18 - AB - B45 Versão 2

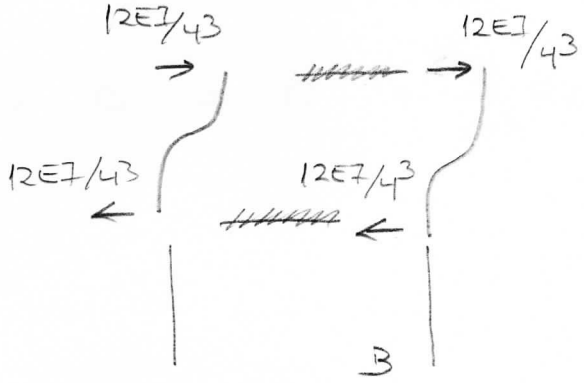
Problema 1

Caso 0



$$\{F_N\} = \begin{Bmatrix} 25 \\ 10 \end{Bmatrix}$$

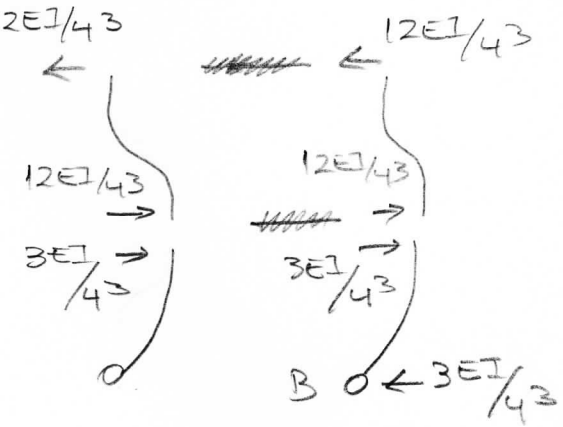
Caso 1



$$k_{11} = \frac{2 \times 12EI}{4^3} = \frac{3}{8} EI$$

$$k_{21} = \frac{-2 \times 12EI}{4^3} = -\frac{3}{8} EI$$

Caso 2



$$k_{22} = \frac{2 \times 12EI}{4^3} + \frac{2 \times 3EI}{4^3}$$

$$k_{22} = \frac{15}{32} EI$$

$$EI = 12 \times 10^6 \, kN/m^2 \times \frac{(0{,}30m)^4}{12} = 8100$$

$$k_{11} = \frac{3}{8} \times 8100 = 3037{,}5$$

$$k_{12} = -3037{,}5$$

$$k_{22} = \frac{15}{32} \times 8100 = 3796{,}9$$

Sistema de Equações de Equilíbrio:

$$\begin{bmatrix} 3037{,}5 & -3037{,}5 \\ -3037{,}5 & 3796{,}9 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +25 \\ +10 \end{Bmatrix}$$

$D_1 = 0{,}054319\ m$

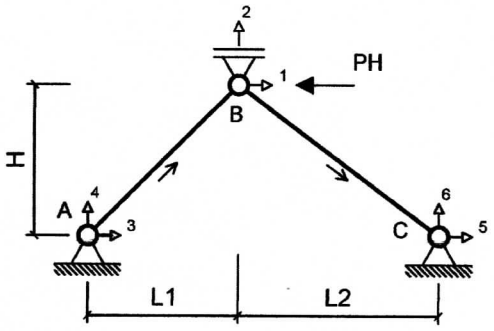
$D_2 = 0{,}04609\ m$

$$H_{B3} = H_{B0} + H_{B1} \times D_1 + H_{B2} \times D_2$$

$$H_B = 0 + 0 + \left(-\frac{3}{4^3} 8100\right) \times 0{,}04609 = \underline{-17{,}5\ tw}$$

Problema B : [0.625 pontos por questão]

Considerando a numeração dos graus de liberdade e setas de orientação dos eixos longitudinais positivos das barras, conforme indicado no modelo estrutural de treliça ao lado, calcular os esforços internos nas barras AB e BC e as reações de apoio no ponto A, empregando análise matricial via método dos deslocamentos.



Dados:
H = 4.00 m
L1 = 3.00 m
L2 = 4.00 m
PH = 60.0 kN

- Todas as barras possuem o mesmo módulo de elasticidade e a mesma seção transversal;
- Módulo de rigidez axial das barras EA = 12000 kN

Q01 – A primeira linha da matriz de rigidez elementar em coordenadas globais da barra AB é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[864 1152 -864 -1152]

Q02 – A primeira linha da matriz de rigidez elementar em coordenadas globais da barra BC é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[1060,7 -1060,7 -1060,7 1060,7]

Q03 – A segunda linha da matriz de rigidez global (da estrutura como um todo) é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[91,3 2596,7 -1152 -1536 1060,7 -1060,7]

Q04 – A terceira linha da matriz de rigidez global (da estrutura como um todo) é [considerando a multiplicação dos termos por EA e em unidades de kN e m]:

[-864 -1152 864 1152 0 0]

Q05 – O deslocamento ~~vertical~~ HORIZONTAL do ponto B é [em "m" e sinal conforme a convenção de Green]:

-0,031174

Q06 – O esforço axial na barra AB é [em "kN" com positivo para tração] :

-44,981

Q07 – O esforço axial na barra BC é [em "kN" com positivo para tração] :

+46,761

Q08 – A reação de apoio horizontal no ponto A e a reação de apoio vertical no ponto A são respectivamente [em kN e sinais conforme a convenção de Green]

26,936 e 35,912

TE1B - 1B - B45 Versão 2

Problema B

Barra 1 $L = \sqrt{3^2+4^2} = 5$ $\lambda x = 3/5$ $\lambda y = 4/5$

$\lambda x^2/L = 9/125$ $\lambda y^2/L = 16/125$ $\lambda x \lambda y/L = 12/125$

$\times EA$ = 864 = 1536 = 1152

$$[k_1] = \begin{matrix} \\ 3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} 3 & 4 & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 864 & 1152 & -864 & -1152 \\ 1152 & 1536 & -1152 & -1536 \\ -864 & -1152 & 864 & 1152 \\ -1152 & -1536 & 1152 & 1536 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Barra 2 $L = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32}$ $\lambda x = \sqrt{2}/2$ $\lambda y = -\sqrt{2}/2$

$\lambda x^2/L = \lambda y^2/L = \left(\sqrt{2}/2\right)^2 \times 1/\sqrt{32} = 1/2\sqrt{32}$ $\frac{\lambda x \lambda y}{L} = -1/2\sqrt{32}$

$\times EA$ = 1060,7 = -1060,7

$$[k_2] = 1060{,}7 \begin{matrix} \\ 1 \\ 2 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} 1 & 2 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

	1	2	3	4	5	6
1	+864 +1060,7	1152 -1060,7	-864	-1152	-1060,7	1060,7
2	+1152 -1060,7	1536 +1060,7	-1152	-1536	1060,7	-1060,7
3	-864	-1152	864	1152	0	0
4	-1152	-1536	1152	1536	0	0
5	-1060,7	1060,7	0	0	1060,7	-1060,7
6	+1060,7	-1060,7	0	0	-1060,7	1060,7

$k_{11} = 1924{,}7$ $k_{12} = 91{,}3$

$k_{21} = 91{,}3$ $k_{22} = 2596{,}7$

Sistema de Equações de Equilíbrio:

$$\begin{bmatrix} 1924,7 & 91,3 & -864 & -1152 & -1060,7 & 1060,7 \\ 91,3 & 2596,7 & -1152 & -1536 & 1060,7 & -1060,7 \\ -864 & -1152 & 864 & 1152 & 0 & 0 \\ -1152 & -1536 & 1152 & 1536 & 0 & 0 \\ -1060,7 & 1060,7 & 0 & 0 & 1060,7 & -1060,7 \\ 1060,7 & -1060,7 & 0 & 0 & -1060,7 & 1060,7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -60 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{Bmatrix}$$

$$D_1 = -60/1924,7 = -3,1174 \times 10^{-2}\ m$$

$$N_{AB} = \frac{12000\ kN}{5\ m}\left[-3/5 \quad -4/5 \quad 3/5 \quad 4/5\right] \quad \begin{cases} D_3 = 0 \\ D_4 = 0 \\ D_1 = -3,1174 \times 10^{-2} \\ D_2 = 0 \end{cases}$$

$$N_{AB} = \frac{12000}{5} \times 3/5 \times (-3,1174 \times 10^{-2}) = -44,891\ kN$$

$$N_{BC} = \frac{12000\ kN}{\sqrt{32}}\left[-\sqrt{2}/2 \quad +\sqrt{2}/2 \quad +\sqrt{2}/2 \quad -\sqrt{2}/2\right] \quad \begin{cases} D_1 = -3,1174 \times 10^{-2} \\ D_2 = 0 \\ D_3 = 0 \\ D_4 = 0 \end{cases}$$

$$N_{BC} = \frac{12000}{\sqrt{32}} \times \left(-\sqrt{2}/2\right) \times -3,1174 \times 10^{-2} = +46,761\ kN$$

$$H_A = -864 \times -3,1174/100 = 26,934\ kN$$

$$V_A = -1152 \times -3,1174/100 = 35,912\ kN$$