UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Prova Bimestral: 1 / 1° Semestre de 2019 **TE191-B1-B**
Disciplina : Teoria das Estruturas I

Nota:

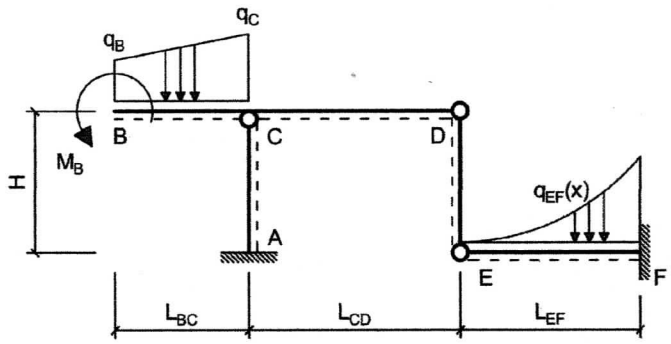
Turma

Nome: GABARITO Matrícula:

Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser assinaladas com caneta azul ou preta na própria questão.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É obrigatória a CONSULTA A UMA FOLHA SULFITE A4 BRANCA FRENTE E VERSO MANUSCRITA a ser entregue junto com a prova.**
- **RESPOSTAS SEM OS RESPECTIVOS CÁLCULOS SERÃO AVALIADAS COM CONCEITO ZERO.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A : [0.625 pontos por questão]

Considerando o modelo estrutural plano esboçado ao lado e os dados fornecidos abaixo, responda os questionamentos que se seguem.



Dados:
L_{BC} = 4.00 m **L_{CD} = 5.00 m**
L_{EF} = 5.00 m **H = 3.00 m**

M_B = 50.0 kNm
q_B = 10.0 kN/m
q_c = (20.0 40.0 60.0) kN/m
$q_{EF}(x) = x^2$ (origem do eixo x no ponto E)

- Todas as barras possuem módulo de elasticidade **E = 25 GPa** e seção transversal retangular de **base 20 cm** e **altura 40 cm exceto** a **barra DE** que possui módulo de elasticidade **E = 50 GPa** e seção transversal circular cheia de **diâmetro 3.0 cm.**

- O carregamento varia linearmente no trecho BC.

Q01 – Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto A [em "kN" e com positivo para cima] ?

142

Q02 – Qual o valor da reação de apoio de momento fletor no ponto F [em "kNm" e com positivo no sentido anti-horário] ?

159,92

Q03 – Qual a deflexão do ponto E [em "mm" e com positivo para cima] ?

57,487

Q04 – Qual a rotação/ inclinação do ponto E [em "radianos" e em módulo] ?

0,01773

Q05 – Qual a equação de carregamento para o trecho BC [em unidades de "kN" e "m" e com origem do eixo x no ponto B] ?

$7,5x + 10$

Q06 – Qual a equação de momentos fletores para a barra EF [em unidades de "kN" e "m" e com origem do eixo x no ponto E] ?

$-0,083333\,x^4 + 42x$

Q07 – Qual a rigidez axial da barra DE [em "kN/m"] ?

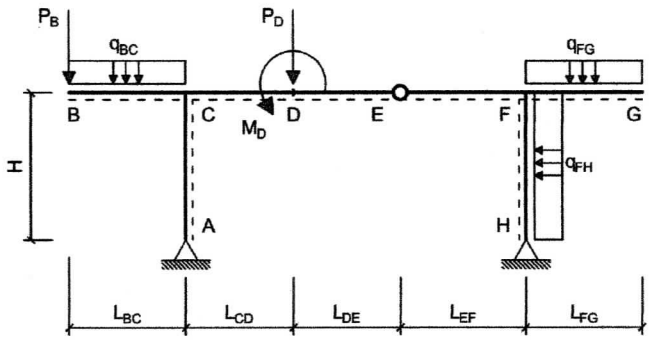
11781

Q08 – Qual o ganho/redução de comprimento axial da barra DE [em "mm" e com positivo para ganho e negativo para redução] ?

+ 3,5651

Problema B : **[0.625 pontos por questão]**

Considerando o modelo estrutural plano esboçado ao lado e os dados fornecidos abaixo, responda os questionamentos que se seguem.



Dados:

L_{BC} = 4.00 m **L_{CD} = 5.00 m** **L_{DE} = 2.00 m**
L_{EF} = 2.00 m **L_{FG} = 3.00 m** **H = 3.00 m**

P_B = 40.0 kN
M_D = 100 kNm
P_D = 10.0 kN
q_{BC} = 20.0 kN/m
q_{FG} = 10.0 kN/m
q_{FH} = (20.0 40.0 60.0) kN/m

Q01 – Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto H [em "kN" e com positivo para cima] :

-26,111

Q02 – Qual o valor da reação de apoio horizontal no ponto A [em "kN" e com positivo para direita] :

+7,59

Q03 – Qual o valor do momento fletor no ponto C da barra BC [em "kNm" e sinal conforme convenção de sinais] :

-320

Q04 – Qual a equação de momentos fletores para o trecho CD [eixo x com origem no ponto C, unidades de "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de diagramas] :

66,111 x - 342,78

Q05 – Qual a equação de esforços cortantes para o trecho DE [eixo x com origem no ponto C, unidades de "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de diagramas] :

56,111

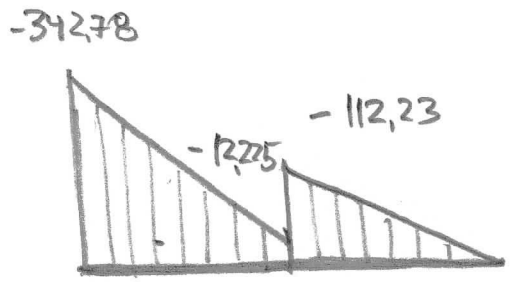
Q06 – Se houvesse uma barra birrotulada ligando os pontos A e H qual seria o grau estático do modelo estrutural [adim.] ?

1

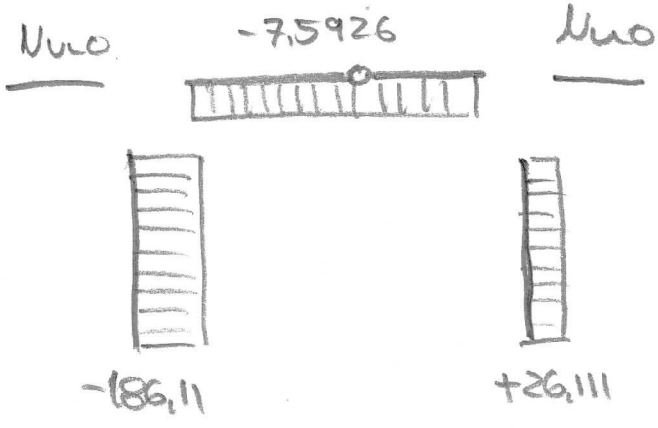
Q07 – Esboce no "Quadro 1" o diagrama de momentos fletores para o trecho CDE [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas].

Q08 – Esboce no "Quadro 2" o diagrama de esforços axiais para todo o modelo estrutural [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas].

Quadro 1 – Momentos Fletores do trecho CDE



Quadro 2 – Esforços Axiais de todo o modelo estrutural



TE191-B1-B PROBLEMA 1

$$q_{BC}(x) = 10 + \left(\frac{40-10}{4}\right)x = 10 - 30/4\,x = +10 + 7{,}5x$$

$$V_{BC}(x) = \int -q_{BC}(x)\,dx = -7{,}5x^2/2 - 10x + C_1$$

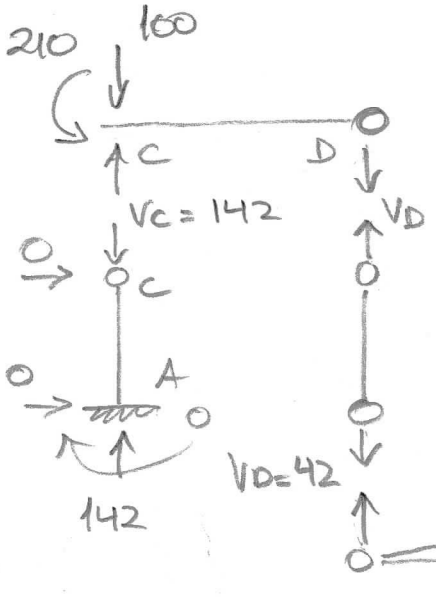
P/ $x=0$ $V_{BC}=0$ logo $C_1 = 0$

$$M_{BC}(x) = \int V_{BC}(x)\,dx = -7{,}5x^3/6 - 10x^2/2 + C_2$$

P/ $x=0$ $M_{BC} = -50\,kNm$ logo $C_2 = -50$

$$V_C = -\frac{7{,}5}{2}\times 4^2 - 10\times 4 = -100\,kN$$

$$M_C = -7{,}5/6\times 4^3 - 10/2\times 4^2 - 50 = -210\,kNm$$



$$\Sigma M_D^{(D)} = 0 \curvearrowright \quad V_C\times 5 - 100\times 5 - 210 = 0$$

$$V_C = 1/5\,(500+210) = \underline{142\,kN = V_A}$$

$$\Sigma F_V^{(D)} = 0 \uparrow \quad V_D + 142 - 100 = 0$$

$$V_D = 100 - 142 = -42\,kN = 42\,kN\downarrow$$

- RIGIDEZ DE: $K = AE/L$

$$K = \frac{\pi/4\;0{,}03^2\,m^2 \times 50\times 10^6\,kN/m^2}{3\,m}$$

$$K_{DE} = \underline{11781\,kN/m}$$

$$\Delta L_{DE} = \frac{N_{DE}}{K_{DE}} = 42\,kN/11781\,kN/m = 3{,}5651\times 10^{-3}\,m$$

$$\Delta L_{DE} = \underline{+3{,}5651\,mm}$$

$$V_{EF}(x) = \int -q_{EF}(x)\,dx = -\frac{x^3}{3} + C_1$$

$P/x=0 \quad V_{EF} = +42 \quad$ logo $\quad C_1 = 42$

$$M_{EF}(x) = \int V_{EF}(x)\,dx = -\frac{x^4}{12} + 42x + C_2$$

$P/x=0 \quad M_{EF} = 0 \quad$ logo $\quad C_2 = 0$

$$M_{EF}(x) = -0{,}083333\,x^4 + 42x$$

$$M_F = M_{EF}(x=5) = -\frac{5^4}{12} + 42\times 5 = +157{,}92\ kN\,m$$

$$\theta_{EF}(x) = \frac{1}{EI}\int M_{EF}(x)\,dx = \frac{1}{EI}\left(-\frac{x^5}{60} + \frac{42x^2}{2} + C_3\right)$$

$P/x=5 \quad \theta = 0 \rightsquigarrow -\frac{5^5}{60} + \frac{42}{2}5^2 + C_3 = 0$

$$C_3 = -472{,}92$$

$$EI = 25\times 10^6\ kN/m^2 \times 0{,}2m \times (0{,}4m)^3/12 = 26667\ kN\,m^2$$

$$\theta_{EF}(x=0) = \frac{-472{,}92}{26667} = -0{,}017734$$

$$v_{EF}(x) = \int \theta_{EF}(x)\,dx = \frac{1}{EI}\left(\frac{-x^6}{360} + \frac{42x^3}{6} - 472{,}92x + C_4\right)$$

$P/x=5 \quad v=0 \rightsquigarrow \frac{-5^6}{360} + \frac{42}{6}5^3 - 472{,}92\cdot 5 + C_4 = 0$

$$C_4 = 1533{,}0$$

$$v_E = v_{EF}(x=0) = \frac{1533}{26667} = 57{,}487\times 10^{-3}\,m = +57{,}487\,mm$$

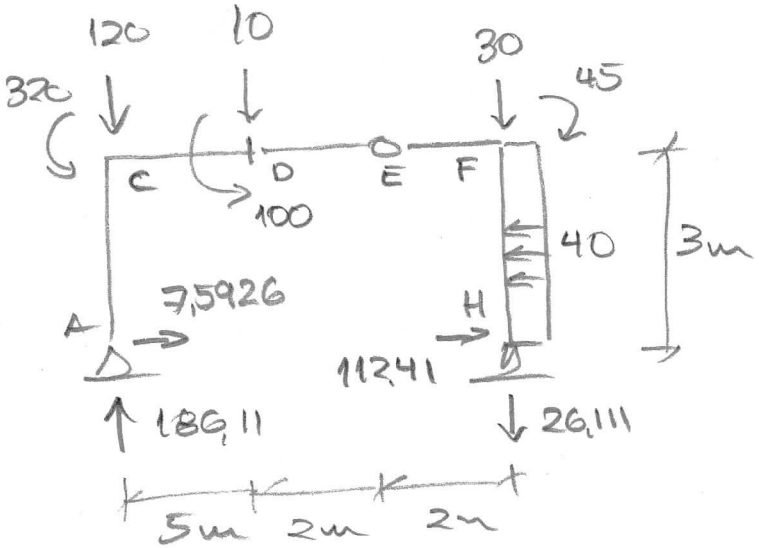
TE191 - B1 - B PROBLEMA B

$V_C^{BC} = -40 - 20 \times 4 = -120\,kN$

$M_C^{BC} = -40 \times 4 - 20 \times 4^2/2 = -320\,kNm$

$V_F^{FG} = -10 \times 3 = -30\,kN$

$M_F^{FG} = -10 \times 3^2/2 = -45\,kNm$



$\Sigma M_A = 0$ ↶ (+)

$V_H \times 9 + 40 \cdot 3^2/2 - 45 - 30.9 - 10.5 + 100 + 320 = 0$

$V_H = 1/9\,(-20.9 + 45 + 270 + 50 - 100 - 320)$

$V_H = -26,111\,kN$

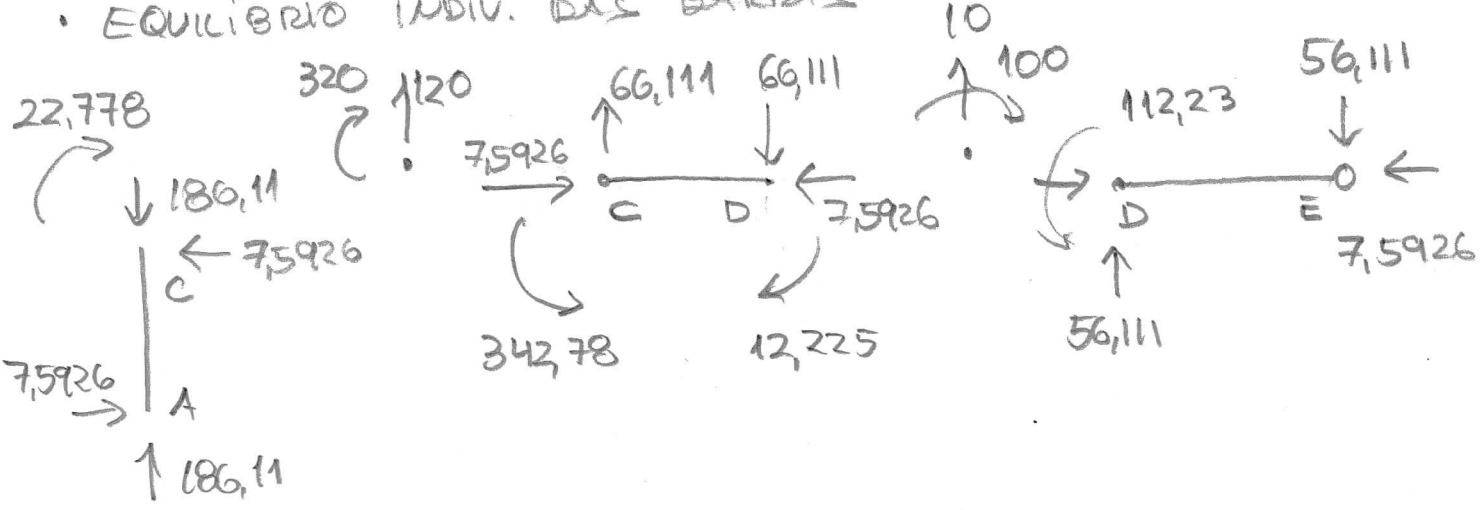
$\Sigma F_V = 0$ ↑ (+) $V_A - 26,111 - 120 - 10 - 30 = 0$ $V_A = 186,11$ ↑

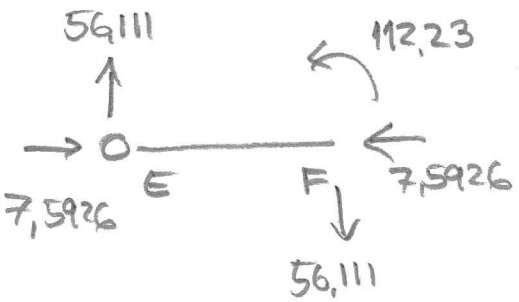
$\Sigma M_E = 0$ ↶ (+) $H_A \cdot 3 + 320 + 120.7 + 10.2 + 100 - 186,11 \cdot 7 = 0$

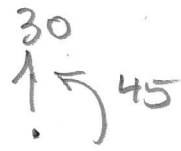
$H_A = 1/3\,(-320 - 120.7 - 10.2 - 100 + 186,11.7) = 7,5926\,kN$

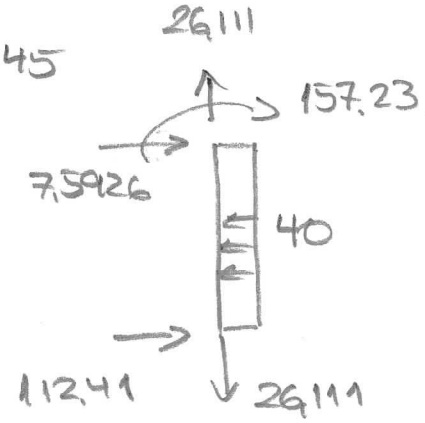
$\Sigma F_H = 0$ → (+) $H_H + 7,5926 - 40 \times 3 = 0$ $H_H = 112,41\,kN$

• EQUILÍBRIO INDIV. DAS BARRAS









$M_{CD}(x) = 66,111x - 342,78$

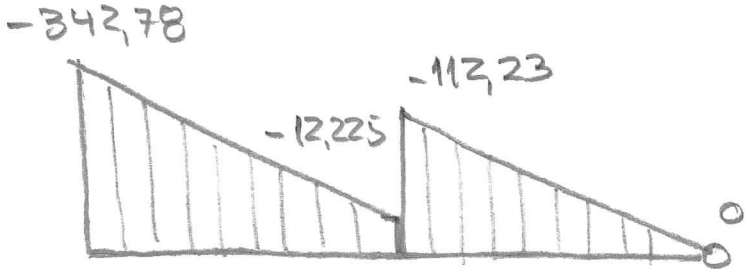
$M_{DE}(x) = 56,111x - 112,23$

$V_{DE}(x) = 56,111$

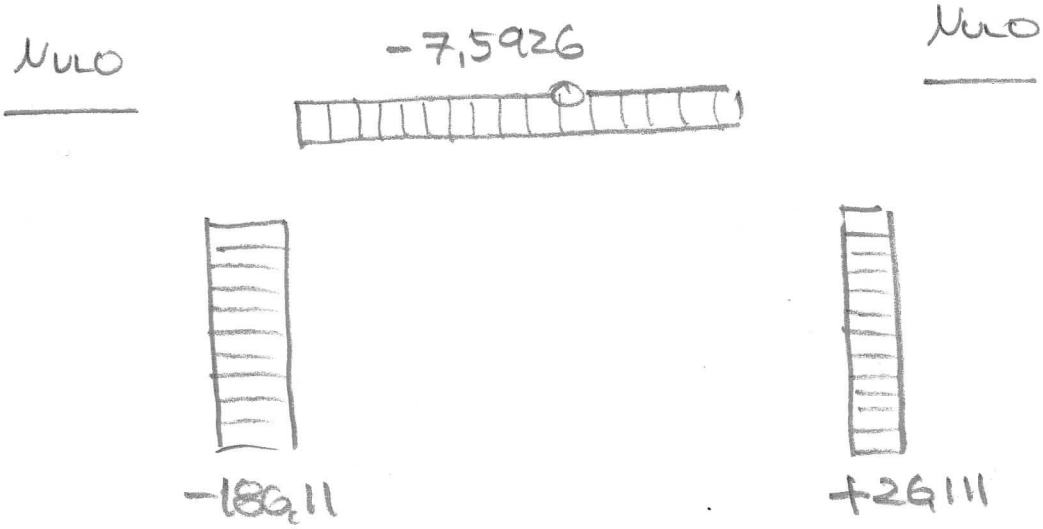
GRAU ESTÁTICO P/ +1 BARRA BIRROTULADA EM AH:

$GE = 4 - 3(2-1) - 3 + 3.1 = +1$

M_{CDE}:



N



TE191-B1-PA_versao_B.txt

```
-----------------------------------------------
Dados :
LBC         = 4 m
LCD         = 5 m
LEF         = 5 m
H           = 3 m
qB          = 10 kN/m
qC          = 20 kN/m
qCD         = 0 kN/m
MB          = 50 kNm
qEF         = x**2

Respostas :
Q01) VA          = 91.333
Q02) MF          = 104.58
Q03) DY_E        = 40.82
Q04) ROT_E       = 0.012734
Q05) qBC         = 2.5*x + 10.0
Q06) MEF         = -0.083333*x**4 + 31.333*x
Q07) kDE         = 11781 kN/m
Q08) del_DE      = 2.6597 mm

-----------------------------------------------
Dados :
LBC         = 4 m
LCD         = 5 m
LEF         = 5 m
H           = 3 m
qB          = 10 kN/m
qC          = 40 kN/m
qCD         = 0 kN/m
MB          = 50 kNm
qEF         = x**2

Respostas :
Q01) VA          = 142
Q02) MF          = 157.92
Q03) DY_E        = 57.487
Q04) ROT_E       = 0.017734
Q05) qBC         = 7.5*x + 10.0
Q06) MEF         = -0.083333*x**4 + 42.0*x
Q07) kDE         = 11781 kN/m
Q08) del_DE      = 3.5651 mm

-----------------------------------------------
Dados :
LBC         = 4 m
LCD         = 5 m
LEF         = 5 m
H           = 3 m
qB          = 10 kN/m
qC          = 60 kN/m
qCD         = 0 kN/m
MB          = 50 kNm
qEF         = x**2

Respostas :
Q01) VA          = 192.67
Q02) MF          = 211.25
Q03) DY_E        = 74.154
Q04) ROT_E       = 0.022734
Q05) qBC         = 12.5*x + 10.0
Q06) MEF         = -0.083333*x**4 + 52.667*x
Q07) kDE         = 11781 kN/m
Q08) del_DE      = 4.4705 mm
```

TE191-B1-PB_versao_B.txt

```
-----------------------------------------------
Dados :
LBC         = 4 m    LCD         = 5 m
LDE         = 2 m    LEF         = 2 m
LFG         = 3 m    H           = 3 m
PB          = 40 kN
PD          = 10 kN
PG          = 0 kN
MD          = 100 kNm
qBC         = 20 kN/m
qCDEF       = 0 kN/m
qFG         = 10 kN/m
qFH         = 20 kN/m

Respostas :
Q01) RV_H        = -16.111
Q02) RH_A        = -15.741
Q03) MC_BC       = -320
Q04) MCD         = 56.111*x - 272.78
Q05) VDE         = 46.111
Q06) GE          = 1
Q07) Diag_MCDE = [-272.78, -132.50, 7.7778, -
92.222, -46.111, 2.2737e-13]
Q08) Diag_N      = [-176.11, 15.741, 16.111]

-----------------------------------------------
Dados :
LBC         = 4 m    LCD         = 5 m
LDE         = 2 m    LEF         = 2 m
LFG         = 3 m    H           = 3 m
PB          = 40 kN
PD          = 10 kN
PG          = 0 kN
MD          = 100 kNm
qBC         = 20 kN/m
qCDEF       = 0 kN/m
qFG         = 10 kN/m
qFH         = 40 kN/m

Respostas :
Q01) RV_H        = -26.111
Q02) RH_A        = 7.5926
Q03) MC_BC       = -320
Q04) MCD         = 66.111*x - 342.78
Q05) VDE         = 56.111
Q06) GE          = 1
Q07) Diag_MCDE = [-342.78, -177.50, -12.222, -
112.22, -56.111, 4.5475e-13]
Q08) Diag_N      = [-186.11, -7.5926, 26.111]

-----------------------------------------------
Dados :
LBC         = 4 m    LCD         = 5 m
LDE         = 2 m    LEF         = 2 m
LFG         = 3 m    H           = 3 m
PB          = 40 kN
PD          = 10 kN
PG          = 0 kN
MD          = 100 kNm
qBC         = 20 kN/m
qCDEF       = 0 kN/m
qFG         = 10 kN/m
qFH         = 60 kN/m

Respostas :
Q01) RV_H        = -36.111
Q02) RH_A        = 30.926
Q03) MC_BC       = -320
Q04) MCD         = 76.111*x - 412.78
Q05) VDE         = 66.111
Q06) GE          = 1
Q07) Diag_MCDE = [-412.78, -222.50, -32.222, -
132.22, -66.111, 5.6843e-13]
Q08) Diag_N      = [-196.11, -30.926, 36.111]
```