UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Prova Bimestral: 1 / 1º Semestre de 2019 **TE191-B1-C**
Disciplina : Teoria das Estruturas I

Nota:

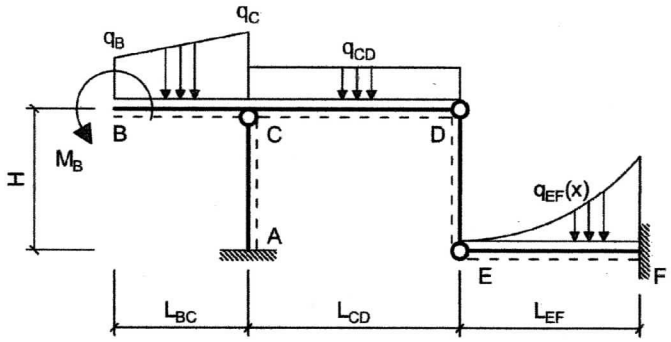
Turma

Nome: GABARITO Matrícula:

Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser assinaladas com caneta azul ou preta na própria questão.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É obrigatória a CONSULTA A UMA FOLHA SULFITE A4 BRANCA FRENTE E VERSO MANUSCRITA a ser entregue junto com a prova.**
- **RESPOSTAS SEM OS RESPECTIVOS CÁLCULOS SERÃO AVALIADAS COM CONCEITO ZERO.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A : [0.625 pontos por questão]

Considerando o modelo estrutural plano esboçado ao lado e os dados fornecidos abaixo, responda os questionamentos que se seguem.



Dados:
L_{BC} = 4.00 m **L_{CD} = 5.00 m**
L_{EF} = 5.00 m **H = 3.00 m**

q_{CD} = 40.0 kN/m
M_B = 80.0 kNm
q_B = 10.0 kN/m
q_C = (20.0 40.0 60.0) kN/m
$q_{EF}(x) = 3x^2$ (origem do eixo x no ponto E)

- Todas as barras possuem módulo de elasticidade **E = 25 GPa** e seção transversal retangular de **base 20 cm** e **altura 40 cm exceto** a **barra DE** que possui módulo de elasticidade **E = 50 GPa** e seção transversal circular cheia de **diâmetro 3.0 cm.**

- O carregamento varia linearmente no trecho BC.

Q01 – Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto A [em "kN" e com positivo para cima] ?

248

Q02 – Qual o valor da reação de apoio de momento fletor no ponto F [em "kNm" e com positivo no sentido anti-horário] ?

- 416,25

Q03 – Qual a deflexão do ponto E [em "mm" e com positivo para cima] ?

- 105,66

Q04 – Qual a rotação/ inclinação do ponto E [em "radianos" e em módulo] ?

0,030234

Q05 – Qual a equação de carregamento para o trecho BC [em unidades de "kN" e "m" e com origem do eixo x no ponto B] ?

$7,5x + 10$

Q06 – Qual a equação de momentos fletores para a barra EF [em unidades de "kN" e "m" e com origem do eixo x no ponto E] ?

$-0,25x^4 - 52x$

Q07 – Qual a rigidez axial da barra DE [em "kN/m"] ?

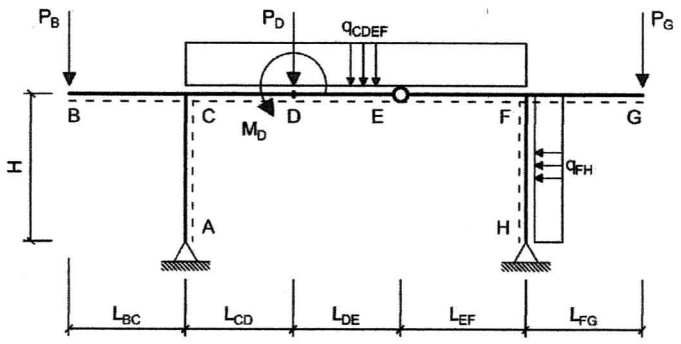
11781

Q08 – Qual o ganho/redução de comprimento axial da barra DE [em "mm" e com positivo para ganho e negativo para redução] ?

-4,4139

Problema B : **[0.625 pontos por questão]**

Considerando o modelo estrutural plano esboçado ao lado e os dados fornecidos abaixo, responda os questionamentos que se seguem.



Dados:

L_{BC} = 4.00 m **L_{CD} = 5.00 m** **L_{DE} = 2.00 m**
L_{EF} = 2.00 m **L_{FG} = 3.00 m** **H = 3.00 m**

P_B = 40.0 kN
M_D = 100 kNm
P_D = 10.0 kN
P_G = 20.0 kN
q_{CDEF} = 40.0 kN/m
q_{FH} = (20.0 40.0 60.0) kN/m

Q01 – Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto H [em "kN" e com positivo para cima] :

163,33

Q02 – Qual o valor da reação de apoio horizontal no ponto A [em "kN" e com positivo para direita] :

108,90

Q03 – Qual o valor do momento fletor no ponto C da barra BC [em "kNm" e sinal conforme convenção de sinais] :

-160

Q04 – Qual a equação de momentos fletores para o trecho CD [eixo x com origem no ponto C, unidades de "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de diagramas] :

$-20x^2 + 22,67x - 48,67$

Q05 – Qual a equação de esforços cortantes para o trecho DE [eixo x com origem no ponto C, unidades de "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de diagramas] :

$-40x + 16,67$

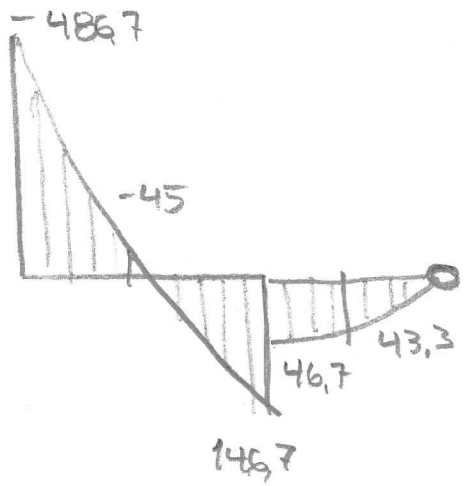
Q06 – Se houvesse uma barra birrotulada ligando os pontos A e H qual seria o grau estático do modelo estrutural [adim.] ?

1

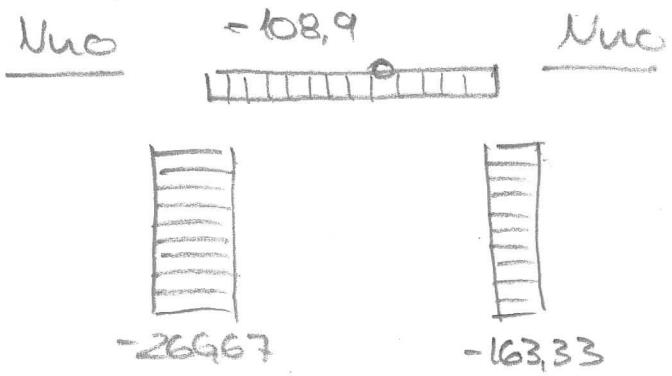
Q07 – Esboce no "Quadro 1" o diagrama de momentos fletores para o trecho CDE [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas].

Q08 – Esboce no "Quadro 2" o diagrama de esforços axiais para todo o modelo estrutural [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas].

Quadro 1 – Momentos Fletores do trecho CDE



Quadro 2 – Esforços Axiais de todo o modelo estrutural



TE191-B1-C PROBLEMA 4 $q_C = 40\ kN/m$

$$q_{BC}(x) = +10 + \frac{(40-10)}{4}x = 10 + 7{,}5x$$

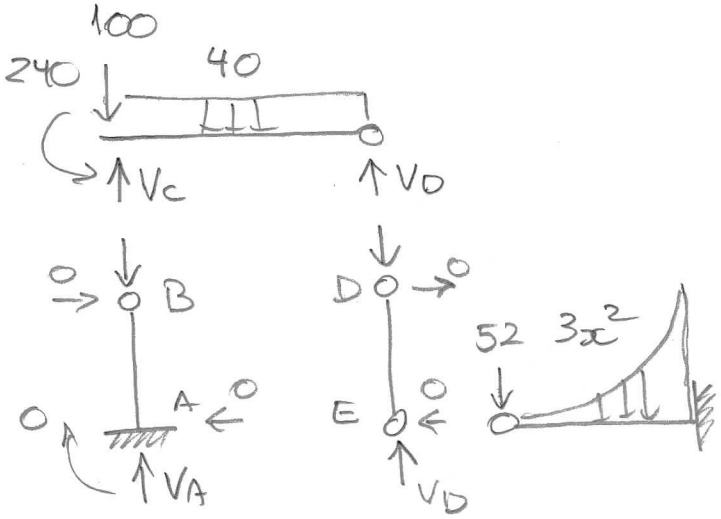
$$V_{BC} = \int -q_{BC}(x)\,dx = -7{,}5\frac{x^2}{2} - 10x + C_1 \quad p/x=0 \ V_{BC}=0 \ C_1=0$$

$$V_C^{BC} = V_{BC}(x=4) = -\frac{7{,}5}{2}(4)^2 - 10\cdot 4 = -100\ kN$$

$$M_{BC} = \int V_{BC}(x)\,dx = -7{,}5\frac{x^3}{6} - 10\frac{x^2}{2} + C_2 \quad P/x=0 \ M_{BC}=-80$$

logo $C_2 = -80$

$$M_C^{BC} = M_{BC}(x=4) = -7{,}5\cdot\frac{4^3}{6} - \frac{10}{2}\cdot 4^2 - 80 = -240\ kN\,m$$



$$\Sigma M_D^{CD} = 0 \ \circlearrowleft +$$

$$V_C \times 5 - 100\times 5 - 240 - 40\times\frac{5^2}{2} = 0$$

$$V_C = \frac{1}{5}(500 + 240 + 20\times 25)$$

$$V_C = 248\ kN = V_A \uparrow$$

$$\Sigma F_V^{CD} = 0 \ \uparrow +$$

$$V_D + 248 - 100 - 40\times 5 = 0$$

$$V_D = 52\ kN \uparrow$$

$$H_A = M_A = 0$$

$$K_{DE} = \frac{EA}{L} = \frac{50\times 10^6\ kN/m^2 \times \pi\times(0{,}03\ m)^2}{3m} \times \frac{1}{4} = 11781\ kN/m$$

$$\Delta_{DE} = N_{DE}/K_{DE} = -52\ kN / 11781\ kN/m = -4{,}4139\times 10^{-3}\ m$$

$$\Delta_{DE} = -4{,}4139\ mm$$

$V_{EF}(x) = -\int q_{EF}\,dx = -3x^3/3 + C_1 \quad V_{EF}(0) = -52 \therefore C_1 = -52$

$M_{EF}(x) = \int V_{EF}\,dx = -x^4/4 - 52x + C_2 \quad M_{EF}(0) = 0 \therefore C_2 = 0$

$M_F = M_{EF}(5) = -5^4/4 - 52 \cdot 5 = \underline{-416{,}25\ kNm}$

$EI = 25 \times 10^6\ kN/m^2 \times 0{,}2m \times (0{,}4m)^3/12 = 26667\ kNm^2$

$\theta_{EF} = \frac{1}{EI}\int M_{EF}\,dx = 1/EI\,(-x^5/20 - 52x^2/2 + C_3)$

$\theta_{EF}(5) = 0 \therefore -5^5/20 - 5^2/2 \cdot 4^2 + C_3 = 0$

$C_3 = 5^5/20 + 52/2 \cdot 5^2 = 806{,}25$

$\theta_E = \theta_{EF}(0) = \frac{806{,}25}{EI} = \frac{806{,}25}{26667} = 0{,}030234\ rad$

$N_{EF}(x) = \int \theta_{EF}\,dx = 1/EI\,(-x^6/120 - 52x^3/6 + 806{,}25x + C_4)$

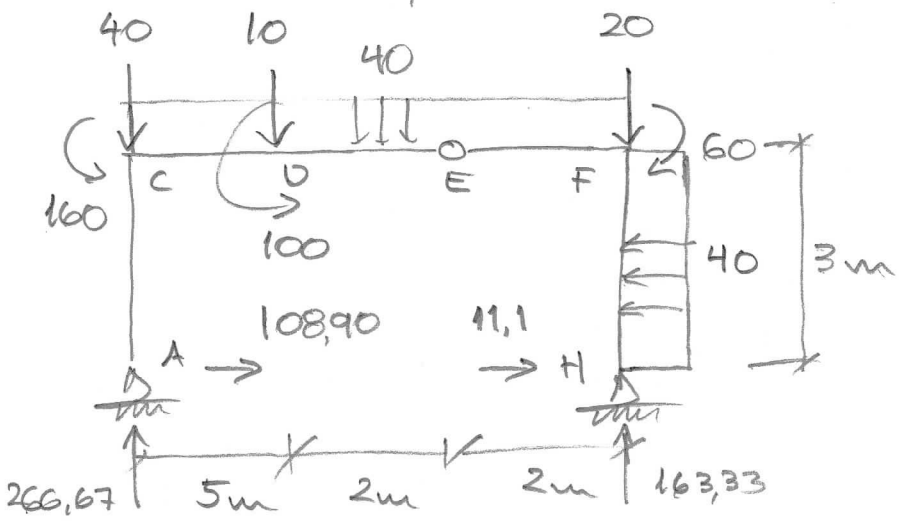
$N_{EF}(5) = 0 \therefore C_4 = 5^6/120 + 52/6 \cdot 5^3 - 806{,}25 \cdot 5 = -2817{,}7$

$N_{EF}(0) = \frac{-2817{,}7}{26667} = -0{,}10566\ m = \underline{-105{,}66\ mm}$

TE191 - B1 - C PROBLEME 3 $q_{FH} = 40 kN/m$

$V_C^{BC} = -40 kN$ | $M_C^{BC} = -40 \times 4 = -160 kNm$

$V_F^{FG} = -20 kN$ | $M_F^{FG} = -20 \times 3 = -60 kNm$



$\Sigma M_A = 0$ ↺⊕

$9V_H + 40 \times 3^2/2 - 60 - 20 \times 9 - 40 \times 9^2/2 - 10 \times 5 + 100 + 160 = 0$

$V_H = 1/9 (-20 \times 9 + 60 + 160 + 20 \times 81 + 50 - 100 - 160) = 163,33 kN \uparrow$

$\Sigma F_V = 0$ ↑⊕

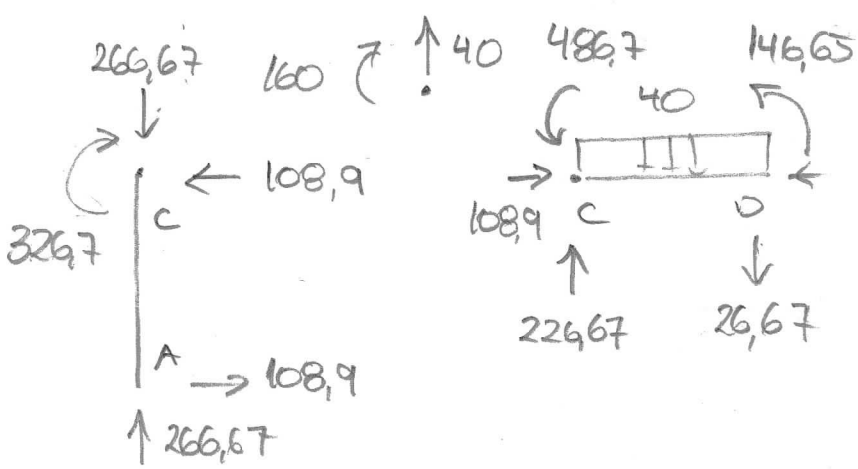
$V_A - 40 - 10 - 40 \times 9 - 20 + 163,33 = 0$

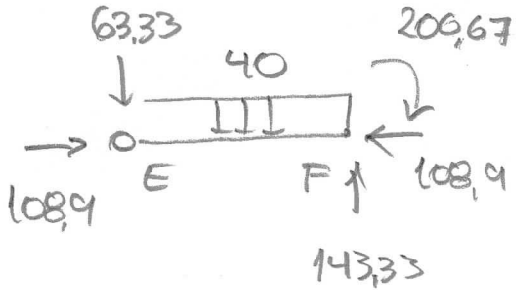
$V_A = 266,67 kN \uparrow$

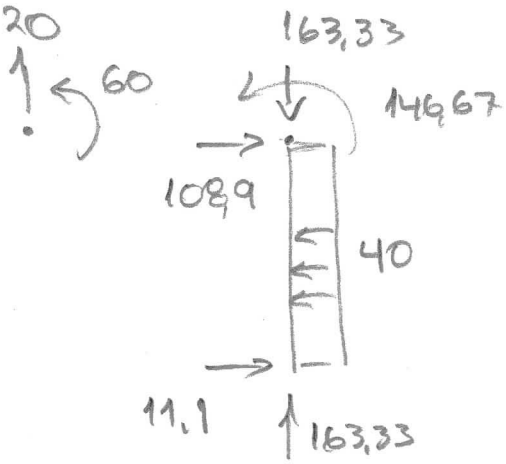
$\Sigma M_E = 0$ ↻⊕ $H_A \cdot 3 - 266,67 \cdot 7 + 160 + 100 + 40 \cdot 7 + 10 \cdot 2 + 40 \cdot 7^2/2 = 0$

$H_A = 1/3 (266,67 \cdot 7 - 160 - 100 - 40 \cdot 7 - 10 \cdot 2 + 20 \cdot 49) = 108,90 kN \rightarrow$

$\Sigma F_H = 0$ →⊕ $108,9 - 40 \times 3 + H_H = 0$ $H_H = 11,1 kN$





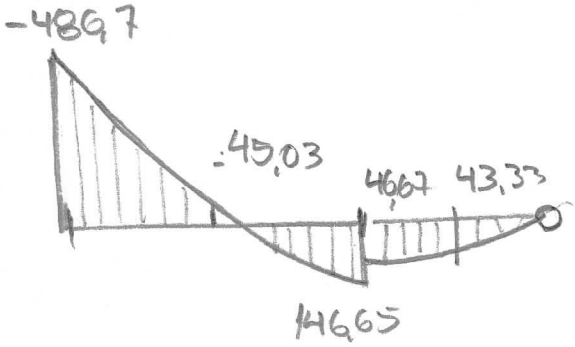


$$M_{CD}(x) = -40\frac{x^2}{2} + 226{,}67x - 486{,}7$$

$$M_{DE}(x) = -40\frac{x^2}{2} + 16{,}67x + 46{,}65$$

$$V_{DE}(x) = -40x + 16{,}67$$

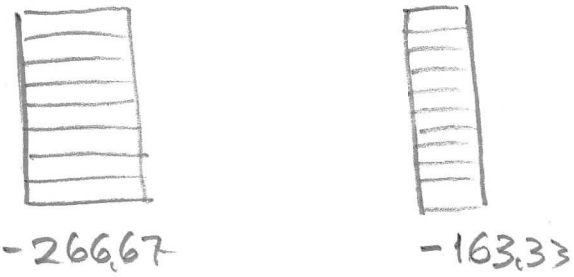
M_{CDE}



N

N_{AD} N_{DB}





TE191-B1-PA_versao_C.txt

Dados :
LBC = 4 m
LCD = 5 m
LEF = 5 m
H = 3 m
qB = 10 kN/m
qC = 20 kN/m
qCD = 40 kN/m
MB = 80 kNm
qEF = 3*x**2

Respostas :
Q01) VA = 197.33
Q02) MF = -469.58
Q03) DY_E = -122.33
Q04) ROT_E = 0.035234
Q05) qBC = 2.5*x + 10.0
Q06) MEF = -0.25*x**4 - 62.667*x
Q07) kDE = 11781 kN/m
Q08) del_DE = -5.3193 mm

Dados :
LBC = 4 m
LCD = 5 m
LEF = 5 m
H = 3 m
qB = 10 kN/m
qC = 40 kN/m
qCD = 40 kN/m
MB = 80 kNm
qEF = 3*x**2

Respostas :
Q01) VA = 248
Q02) MF = -416.25
Q03) DY_E = -105.66
Q04) ROT_E = 0.030234
Q05) qBC = 7.5*x + 10.0
Q06) MEF = -0.25*x**4 - 52.0*x
Q07) kDE = 11781 kN/m
Q08) del_DE = -4.4139 mm

Dados :
LBC = 4 m
LCD = 5 m
LEF = 5 m
H = 3 m
qB = 10 kN/m
qC = 60 kN/m
qCD = 40 kN/m
MB = 80 kNm
qEF = 3*x**2

Respostas :
Q01) VA = 298.67
Q02) MF = -362.92
Q03) DY_E = -88.997
Q04) ROT_E = 0.025234
Q05) qBC = 12.5*x + 10.0
Q06) MEF = -0.25*x**4 - 41.333*x
Q07) kDE = 11781 kN/m
Q08) del_DE = -3.5085 mm

TE191-B1-PB_versao_C.txt

Dados :
LBC = 4 m LCD = 5 m
LDE = 2 m LEF = 2 m
LFG = 3 m H = 3 m
PB = 40 kN PD = 10 kN
PG = 20 kN
MD = 100 kNm
qBC = 0 kN/m
qCDEF = 40 kN/m
qFG = 0 kN/m
qFH = 20 kN/m

Respostas :
Q01) RV_H = 173.33
Q02) RH_A = 85.556
Q03) MC_BC = -160
Q04) MCD = -20.0*x**2 + 216.67*x - 416.67
Q05) VDE = -40.0*x + 6.6667
Q06) GE = 1
Q07) Diag_MCDE = [-416.67, 9.9476e-12, 166.67, 66.667, 53.333, 2.8422e-14]
Q08) Diag_N = [-256.67, -85.556, -173.33]

Dados :
LBC = 4 m LCD = 5 m
LDE = 2 m LEF = 2 m
LFG = 3 m H = 3 m
PB = 40 kN PD = 10 kN
PG = 20 kN
MD = 100 kNm
qBC = 0 kN/m
qCDEF = 40 kN/m
qFG = 0 kN/m
qFH = 40 kN/m

Respostas :
Q01) RV_H = 163.33
Q02) RH_A = 108.89
Q03) MC_BC = -160
Q04) MCD = -20.0*x**2 + 226.67*x - 486.67
Q05) VDE = -40.0*x + 16.667
Q06) GE = 1
Q07) Diag_MCDE = [-486.67, -45.000, 146.67, 46.667, 43.333, 2.8422e-13]
Q08) Diag_N = [-266.67, -108.89, -163.33]

Dados :
LBC = 4 m LCD = 5 m
LDE = 2 m LEF = 2 m
LFG = 3 m H = 3 m
PB = 40 kN PD = 10 kN
PG = 20 kN
MD = 100 kNm
qBC = 0 kN/m
qCDEF = 40 kN/m
qFG = 0 kN/m
qFH = 60 kN/m

Respostas :
Q01) RV_H = 153.33
Q02) RH_A = 132.22
Q03) MC_BC = -160
Q04) MCD = -20.0*x**2 + 236.67*x - 556.67
Q05) VDE = -40.0*x + 26.667
Q06) GE = 1
Q07) Diag_MCDE = [-556.67, -90.000, 126.67, 26.667, 33.333, 5.1159e-13]
Q08) Diag_N = [-276.67, -132.22, -153.33]