UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Prova Bimestral: 2 / 1º Semestre de 2019 **TE191-B2-A**
Disciplina : Teoria das Estruturas I

Nota:

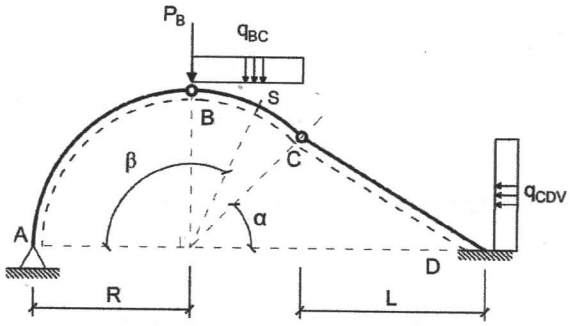
Turma

Nome: GABARITO R=9m / h=6m Matrícula:

Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser assinaladas com caneta azul ou preta na própria questão.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É obrigatória a CONSULTA A UMA FOLHA SULFITE A4 BRANCA FRENTE E VERSO MANUSCRITA a ser entregue junto com a prova.**
- **RESPOSTAS SEM OS RESPECTIVOS CÁLCULOS SERÃO AVALIADAS COM CONCEITO ZERO.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A : [0.625 pontos por questão]

Considerando o modelo estrutural plano esboçado ao lado e os dados fornecidos abaixo, responda os questionamentos que se seguem.



Dados:

R	**= (5.00 7.00 9.00) m**	**L**	**= (4/3) R sen(α)**
q_{BC}	**= 30.0 kN/m**	**q_{CDV}**	**= 15.0 kN/m**
P_B	**= 60.0 kN**		
α	**= 30°**		

- O arco ABCD é um setor circular;
- O ponto B está locado no ângulo β = 90°;
- OBS: utilizar a calculadora configurada para ângulos em graus;

Q01 – Qual a reação de apoio horizontal no ponto A [em "kN" e com positivo para direita] ?

112,16

Q02 – Qual a reação de apoio vertical no ponto A [em "kN" e com positivo para cima] ?

112,16

Q03 – Qual o valor do momento fletor para β = 30° [em 'kNm' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

-369,48

Q04 – Qual o valor do esforço cortante para β = 60° [em 'kN' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

+41,053

Q05 – Qual o valor do esforço axial para β = 60° [em 'kN' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

-153,21

Q06 – Qual o valor do esforço axial para β = 120° [em 'kN' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

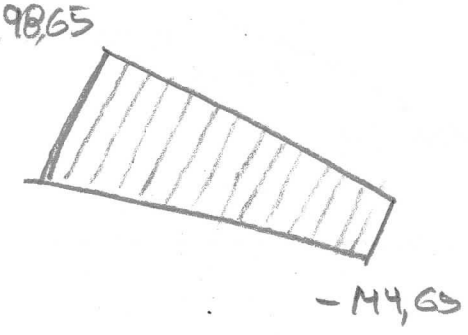
-138,55

Q07 – Qual a equação de esforços cortantes para a barra CD [unidades de "kN" e sinais conforme convenção de sinais para diagramas e origem do eixo x no ponto C]?

-54x - 78,04

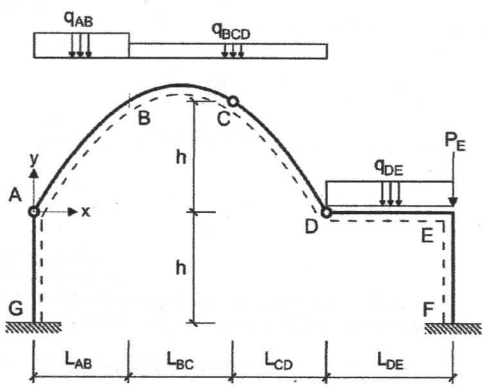
Q08 – Esboce no "Quadro 1" o diagrama de esforços axiais da barra CD [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas].

Quadro 1 – Diagrama de esforços axiais da barra CD



Problema B : **[0.625 pontos por questão]**

Considerando o modelo estrutural plano esboçado ao lado e os dados fornecidos abaixo, responda os questionamentos que se seguem.



Dados:
L_{AB} = 4.00 m **L_{BC} = 4.00 m**
L_{CD} = 4.00 m **L_{DE} = 4.00 m**
h = (4.00 5.00 6.00) m
q_{AB} = 30.0 kN/m **q_{BCD} = 10.0 kN/m** **q_{DE} = 20.0 kN/m**
P_E = 40.0 kN

- Todas as barras possuem módulo de elasticidade **E = 40 GPa** e seção transversal retangular de **base 20 cm** e **altura 60 cm.**
- O **arco ABCD** é parabólico de 2º. Grau.
- Para cálculo de deslocamentos na estrutura considerar somente os efeitos de flexão.
- **OBS: utilizar a calculadora configurada para ângulos em radianos;**

Q01 – Qual a equação do arco ABCD [y = f(x)] considerando o sistema de eixos indicado no ponto A [em unidades de "m"] ?

$y(x) = 2,25x - 0,1875x^2$

Q02 – Qual a equação de momentos fletores para o arco no trecho BCD [considerando a origem do eixo x no ponto A, unidades de 'kN' e 'm' e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas] ?

$-8,3333x^2 + 46,667x$

Q03 – Qual o valor do momento fletor no ponto E da barra DE [em "kNm" e sinal conforme convenção de diagramas] :

$-453,33$

Q04 – Como seria a equação da linha de pressões para o trecho AB do arco [considerando a origem do eixo x no ponto A, unidades de 'kN' e 'm' e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas] ?

$1,6667x^2 + 33,333x + 160$

Q05 – Qual o valor do esforço cortante na coordenada x = 2.00 m do arco ABCD [considerando a origem do eixo x no ponto A, unidades de 'kN' e 'm' e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas] ?

$+7,3975$

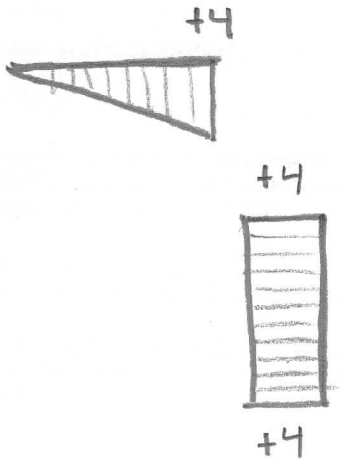
Q06 – Qual o deslocamento vertical do ponto D [em 'mm' e com positivo para cima] :

$-73,087$

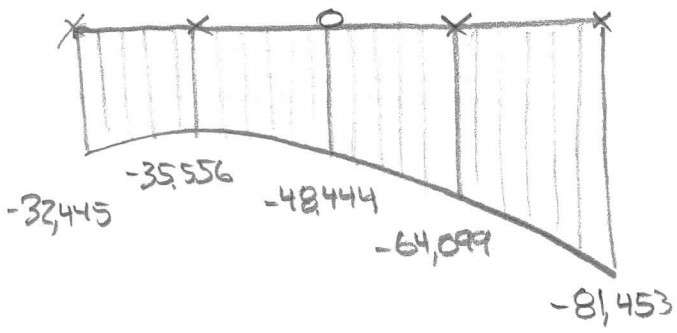
Q07 – Esboce no "Quadro 2" o diagrama de momentos fletores para o trecho DEF em função do carregamento virtual aplicado para cálculo da deflexão do ponto D [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas]..

Q08 – Esboce no "Quadro 3" o diagrama de esforços axiais para o trecho BCD do arco [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas plotando resultados a cada 2 m de distância].

Quadro 2 – Diagrama de momentos no trecho DEF devido carregamento virtual para cálculo do deslocamento vertical no ponto D



Quadro 3 – Esforços axiais do trecho BCD do arco (a cada 2 m)



TE191 - B2 - A PROBLEMA A R = 9,00 m

- Reações no ponto A:

$$V_A \times (R + R\cos 30^\circ) - H_A R \operatorname{sen} 30^\circ - 60 \times R\cos 30^\circ - 30 \times \frac{(R\cos 30^\circ)^2}{2} = 0$$

$$V_A \times R - H_A \times R = 0$$

$$\begin{cases} 16{,}794\, V_A - 4{,}5\, H_A = 1378{,}9 \\ 9\, V_A - 9\, H_A = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_A = 112{,}16 \text{ kN} \uparrow \\ H_A = 112{,}16 \text{ kN} \rightarrow \end{cases}$$

- Eq de Momentos Fletores

$$M_{AB}(x) = V_A (R - R\cos\beta) - H_A R \operatorname{sen}\beta$$

$$M_{AB}(\beta = 30^\circ) = 112{,}16(9 - 9\cos 30^\circ) - 112{,}16 \cdot 9 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ = -369{,}48 \text{ kN.m}$$

- Eq de Cortantes $\left(V(\beta) = \Sigma V \cos(90^\circ - \beta) - \Sigma H \operatorname{sen}(90^\circ - \beta) \right)$

$$V_{AB}(x) = V_A \cos(90^\circ - \beta) - H_A \operatorname{sen}(90^\circ - \beta)$$

$$N_{AB}(\beta = 60^\circ) = 112{,}16 \cdot \cos(90^\circ - 60^\circ) - 112{,}16 \cdot \operatorname{sen}(90^\circ - 60^\circ) = 41{,}053 \text{ kN}$$

- Eq de Axiais $\left(N(\beta) = -\Sigma V \operatorname{sen}(90^\circ - \beta) - \Sigma H \cos(90^\circ - \beta) \right)$

$$N_{AB}(x) = -112{,}16 \operatorname{sen}(90^\circ - 60^\circ) - 112{,}16 \cos(90^\circ - 60^\circ) = -153{,}21 \text{ kN}$$

TRECHO BC: $\Sigma V = 112{,}16 - 60 - 30(R - R\cos\beta - R)$

$$\Sigma V = 270\cos\beta + 52{,}16$$

$$N_{BC}(x) = -(270\cos\beta + 52{,}16)\operatorname{sen}(90^\circ - \beta) - 112{,}16\cos(90^\circ - \beta)$$

$$N_{BC}(\beta = 120^\circ) = -(270\cos(120^\circ) + 52{,}16)\operatorname{sen}(90^\circ - 120^\circ)$$

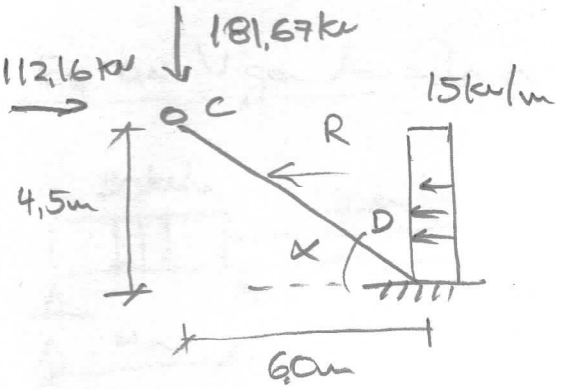
$$- 112{,}16\cos(90^\circ - 120^\circ) = -138{,}55 \text{ kN}$$

• Reações no ponto C:

$\Sigma F_V = 0 \; \uparrow\oplus \quad V_A - P_B - q_{BC} R\cos\alpha + V_C = 0$

$V_C = -112{,}16 + 60 + 30 \times 9 \times \cos 30^\circ = 181{,}67 \text{ kN} \uparrow$

$\Sigma F_H = 0 \; \rightarrow\oplus \quad H_B = -112{,}16 \text{ kN} \leftarrow$



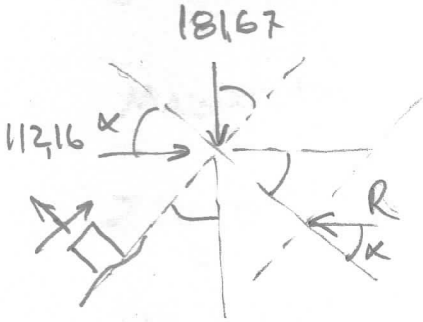
$H = R\,\text{sen}\,30^\circ = 9 \times \text{sen}\,30^\circ = 4{,}5$

$L = \frac{4}{3} R\,\text{sen}\,30^\circ = \frac{4}{3} \times 4{,}5 = 6{,}0$

$hip = \sqrt{4{,}5^2 + 6^2} = 7{,}5$

$\cos\alpha = 6/7{,}5 = 0{,}8$

$\text{sen}\,\alpha = 4{,}5/7{,}5 = 0{,}6$



$V_C = 112{,}16 \times 0{,}6 - 181{,}67 \times 0{,}8 = -78{,}04 \text{ kN}$

$N_C = -112{,}16 \times 0{,}8 - 181{,}67 \times 0{,}6 = -198{,}65 \text{ kN}$

$q_{\perp} = \dfrac{15 \times 4{,}5 \times 0{,}6}{7{,}5} = +5{,}4 \text{ kN/m} \swarrow$

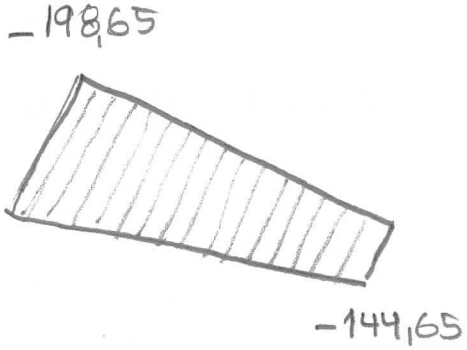
$q_{//} = \dfrac{15 \times 4{,}5 \times 0{,}8}{7{,}5} = +7{,}2 \text{ kN/m} \leftarrow$

$V_{CD}(x) = -5{,}4x - 78{,}04$ //

$N_{CD}(x) = +7{,}2x - 198{,}65$

$N_D = 7{,}2 \times 7{,}5 - 198{,}65 = -144{,}65$ //

DIAGRAMA N barra CD:



TE191 - B2 - A PROBLEMA 3 $h = 6{,}0\ m$

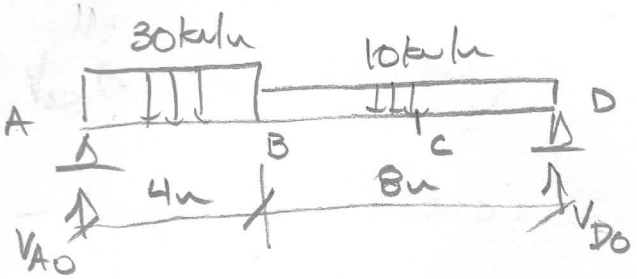
* Eq do Arco ABCD;

A(0;0) C(8;6) D(12;0)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 8 & 8^2 \\ 1 & 12 & 12^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$y(x) = 2{,}25x - 0{,}1875x^2$$

* Eq da Viga Analoga:



$\Sigma M_{D_0} = 0$ (↺+)

$$V_{A_0} \times 12 - 10 \times 8^2/2 - 30 \times 4 \times 10 = 0$$

$$V_{A_0} = 1/12\left(5 \times 8^2 + 30 \times 40\right) = 126{,}67\ kN\uparrow$$

$$M_{AB_0}(x) = 126{,}67x - 30x^2/2 \qquad V_{AB_0}(x) = 126{,}67 - 30x$$

$\Sigma F_V = 0\ \uparrow$ (+) $126{,}67 - 30 \times 4 - 10 \times 8 + V_{D_0} = 0$

$$V_{D_0} = -126{,}67 + 30 \times 4 + 10 \times 8 = 73{,}333\ kN\uparrow$$

$$M_{C_0} = 73{,}333 \times 4m - 10 \times 4^2/2 = 213{,}332\ kNm$$

$$H = M_{C_0}/1 = 213{,}332\ kNm/6m = 35{,}556\ kN$$

$$M^{\circ}_{BCD}(x) = 126{,}67x - 30 \times 4(x-2) - 10(x-4)^2/2$$

$$M^{\circ}_{BCD}(x) = -5x^2 + 46{,}667x + 160 \qquad V^{\circ}_{BCD}(x) = -10x + 46{,}667$$

* Equacionamento do Arco ABCD:

$$M_{BCD}(x) = -5x^2 + 46{,}667x + 160 - 35{,}556\left(2{,}25x - 0{,}1875x^2\right)$$

$$M_{BCD}(x) = 1{,}6667x^2 - 33{,}333x + 160$$

- Eq. da linha de pressões trecho AB:

$$y_{AB}(x) = M_{ABo}/H = \frac{126{,}67x - 15x^2}{35{,}556} = -0{,}42187x^2 + 3{,}5625x$$

- cortante em $x = 2\,m$:

$$\alpha(x) = \operatorname{arctg}(2{,}25 - 0{,}375x)$$

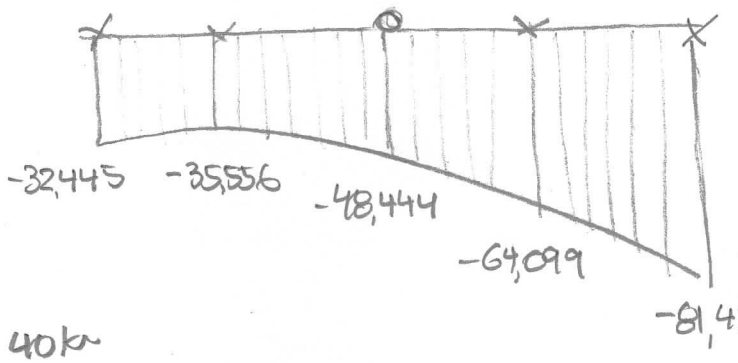
$$V_{AB}(x) = (126{,}67 - 30x)\cos(\operatorname{arctg}(2{,}25 - 0{,}375x)) - 35{,}556\,\operatorname{sen}(\operatorname{arctg}(2{,}25 - 0{,}375x))$$

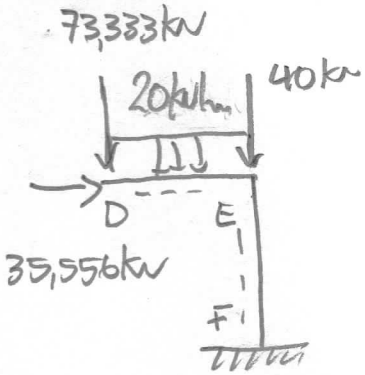
$$V_{AB}(x=2) = 7{,}3975\ kN$$

- Diagrama N_{BCD}:

$$N_{BCD}(x) = -(-10x + 46{,}67)\operatorname{sen}(\operatorname{arctg}(2{,}25 - 0{,}375x)) - 35{,}556\cos(\operatorname{arctg}(2{,}25 - 0{,}375x))$$

N_{BCD}





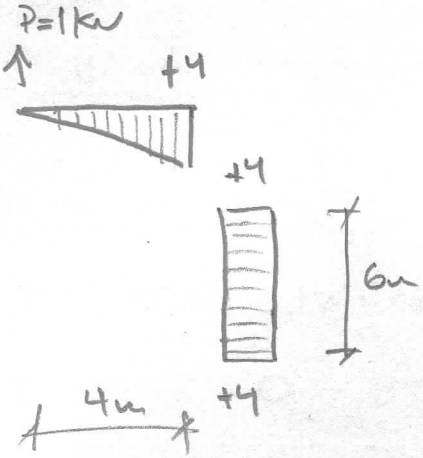
$$M_{DE}(x) = -73{,}333x - 20x^2/2$$

$$M_{DE}^{MEIO} = -73{,}333 \times 2 - 10 \cdot 2^2 = -186{,}67\ kN\,m$$

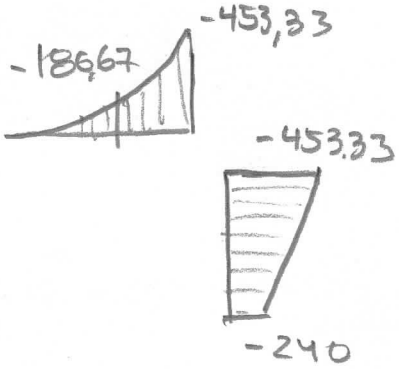
$$M_E = -73{,}333 \times 4 - 10 \times 4^2 = -453{,}33\ kN\,m$$

$$M_F = -453{,}33 + 35{,}556 \times 6 = -240{,}0\ kN\,m$$

$\bar{M}$



M_{REAL}



$$\delta = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{6}\times 4\times 4\left(2(-186{,}67-453{,}33)\right)+\frac{1}{2}\times 6\times 4\left(-453{,}33-240\right)\right) = \frac{-2204{,}5-8320}{EI}$$

$$EI = 40\times10^{6}\times 92\times 0{,}6^{3}/_{12} = 144000$$

$$\delta = -10525/144000 = -7{,}3087\times10^{-2}\,m = -73{,}087\,mm$$

TE191-B2-PA_versao_A.txt

Dados :
R = 5 m
alfa = 30 °
L = 3.3333 m
H = 2.5 m
LCD = 4.1667 m
qAB = 0 kN/m
qBC = 30 kN/m
PB = 60 kN
qCDV = 15 kN/m
qCDH = 0 kN/m

Respostas :
Q01) HA = 79.216 kN
Q02) VA = 79.216 kN
Q03) M30 = -144.98 kNm
Q04) V60 = 28.995 kN
Q05) N60 = -108.21 kN
Q06) N120 = -96.495 kN
Q07) VCD(x) = -5.4*x - 41.02
Q08) NCD = [-129.79, -99.786]

Dados :
R = 7 m
alfa = 30 °
L = 4.6667 m
H = 3.5 m
LCD = 5.8333 m
qAB = 0 kN/m
qBC = 30 kN/m
PB = 60 kN
qCDV = 15 kN/m
qCDH = 0 kN/m

Respostas :
Q01) HA = 95.687 kN
Q02) VA = 95.687 kN
Q03) M30 = -245.17 kNm
Q04) V60 = 35.024 kN
Q05) N60 = -130.71 kN
Q06) N120 = -117.52 kN
Q07) VCD(x) = -5.4*x - 59.53
Q08) NCD = [-164.26, -122.26]

Dados :
R = 9 m
alfa = 30 °
L = 6 m
H = 4.5 m
LCD = 7.5 m
qAB = 0 kN/m
qBC = 30 kN/m
PB = 60 kN
qCDV = 15 kN/m
qCDH = 0 kN/m

Respostas :
Q01) HA = 112.16 kN
Q02) VA = 112.16 kN
Q03) M30 = -369.48 kNm
Q04) V60 = 41.053 kN
Q05) N60 = -153.21 kN
Q06) N120 = -138.55 kN
Q07) VCD(x) = -5.4*x - 78.039
Q08) NCD = [-198.73, -144.73]

TE191-B2-PB_versao_A.txt

Dados :
LAB = 4 m LBC = 4 m
LCD = 4 m LDE = 4 m
h = 4 m
qAB = 30 kN/m qBCD = 10 kN/m
qDE = 20 kN/m qEF = 0 kN/m
PB = 0 kN
PE = 40 kN

Respostas :
Q01) eq_arco = -0.125*x**2 + 1.5*x
Q02) MBCD(x) = 1.6667*x**2 - 33.333*x + 160.0
Q03) ME = -453.33 kNm
Q04) eq_LP_AB(x) = -0.28125*x**2 + 2.375*x
Q05) V_x=2 = 9.4281
Q06) D_ponto_D = -53.827 mm
Q07) Mv_DEF = [0, -4, -4, -4]
Q08) Diag_N =
[-50.684, -53.333, -62.610, -75.425, -90.601]

Dados :
LAB = 4 m LBC = 4 m
LCD = 4 m LDE = 4 m
h = 5 m
qAB = 30 kN/m qBCD = 10 kN/m
qDE = 20 kN/m qEF = 0 kN/m
PB = 0 kN
PE = 40 kN

Respostas :
Q01) eq_arco = -0.15625*x**2 + 1.875*x
Q02) MBCD(x) = 1.6667*x**2 - 33.333*x + 160.0
Q03) ME = -453.33 kNm
Q04) eq_LP_AB(x) = -0.35156*x**2 + 2.9688*x
Q05) V_x=2 = 8.3293
Q06) D_ponto_D = -63.457 mm
Q07) Mv_DEF = [0, -4, -4, -4]
Q08) Diag_N =
[-39.715, -42.667, -53.848, -68.300, -84.784]

Dados :
LAB = 4 m LBC = 4 m
LCD = 4 m LDE = 4 m
h = 6 m
qAB = 30 kN/m qBCD = 10 kN/m
qDE = 20 kN/m qEF = 0 kN/m
PB = 0 kN
PE = 40 kN

Respostas :
Q01) eq_arco = -0.1875*x**2 + 2.25*x
Q02) MBCD(x) = 1.6667*x**2 - 33.333*x + 160.0
Q03) ME = -453.33 kNm
Q04) eq_LP_AB(x) = -0.42188*x**2 + 3.5625*x
Q05) V_x=2 = 7.396
Q06) D_ponto_D = -73.086 mm
Q07) Mv_DEF = [0, -4, -4, -4]
Q08) Diag_N =
[-32.444, -35.556, -48.444, -64.099, -81.453]