UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Prova Bimestral: 2 / 1º Semestre de 2019 **TE191-B2-B**
Disciplina : Teoria das Estruturas I

Nota:

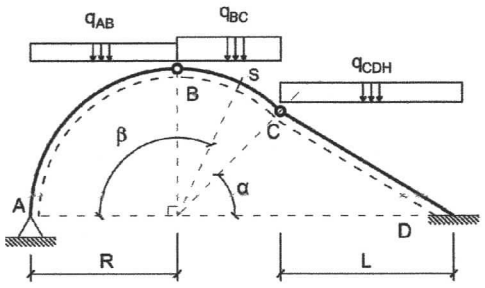
Turma

Nome: GABARITO $L = 5{,}00\,m$ $h = 4{,}00\,m$ Matrícula:

Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser assinaladas com caneta azul ou preta na própria questão.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É obrigatória a CONSULTA A UMA FOLHA SULFITE A4 BRANCA FRENTE E VERSO MANUSCRITA a ser entregue junto com a prova.**
- **RESPOSTAS SEM OS RESPECTIVOS CÁLCULOS SERÃO AVALIADAS COM CONCEITO ZERO.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A : [0.625 pontos por questão]

Considerando o modelo estrutural plano esboçado ao lado e os dados fornecidos abaixo, responda os questionamentos que se seguem.



Dados:

R	**= (5.00 7.00 9.00) m**	**L**	**= (4/3) R sen(α)**
q_{AB}	**= 15.0 kN/m**	**q_{BC}**	**= 30.0 kN/m**
q_{CDH}	**= 15.0 kN/m**		
α	**= 30°**		

- **O arco ABC é um setor circular;**
- O ponto B está locado no ângulo β = 90°;
- **OBS: utilizar a calculadora configurada para ângulos em graus;**

Q01 – Qual a reação de apoio horizontal no ponto A [em "kN" e com positivo para direita] ?

102,45

Q02 – Qual a reação de apoio vertical no ponto A [em "kN" e com positivo para cima] ?

64,952

Q03 – Qual o valor do momento fletor para β = 30° [em 'kNm' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

-97,052

Q04 – Qual o valor do esforço cortante para β = 60° [em 'kN' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

+23,772

Q05 – Qual o valor do esforço axial para β = 60° [em 'kN' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

-88,702

Q06 – Qual o valor do esforço axial para β = 120° [em 'kN' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

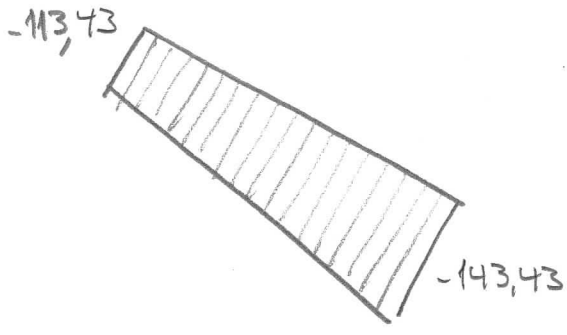
-80,025

Q07 – Qual a equação de esforços cortantes para a barra CD [unidades de "kN" e sinais conforme convenção de sinais para diagramas e origem do eixo x no ponto C]?

$-9{,}6x - 42{,}989$

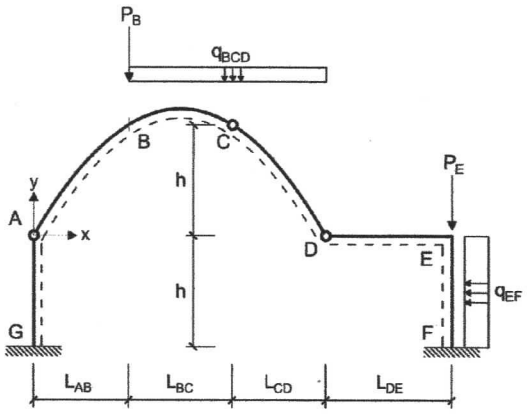
Q08 – Esboce no "Quadro 1" o diagrama de esforços axiais da barra CD [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas].

Quadro 1 – Diagrama de esforços axiais da barra CD



Problema B : **[0.625 pontos por questão]**

Considerando o modelo estrutural plano esboçado ao lado e os dados fornecidos abaixo, responda os questionamentos que se seguem.



Dados:
L_{AB} = 4.00 m **L_{BC} = 4.00 m**
L_{CD} = 4.00 m **L_{DE} = 4.00 m**
h = (4.00 5.00 6.00) m
q_{BCD} = 10.0 kN/m **q_{EF} = 10.0 kN/m**
P_B = 60.00 kN
P_E = 40.00 kN

- Todas as barras possuem módulo de elasticidade **E = 40 GPa** e seção transversal retangular de **base 20 cm** e **altura 60 cm.**
- O **arco ABCD** é parabólico de 2º. Grau.
- Para cálculo de deslocamentos na estrutura considerar somente os efeitos de flexão.
- **OBS: utilizar a calculadora configurada para ângulos em radianos;**

Q01 – Qual a equação do arco ABCD [y = f(x)] considerando o sistema de eixos indicado no ponto A [em unidades de "m"] ?

$-0,125x^2 + 1,5x$

Q02 – Qual a equação de momentos fletores para o arco no trecho AB [considerando a origem do eixo x no ponto A, unidades de 'kN' e 'm' e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas] ?

$6,6667x^2 - 13,333x$

Q03 – Qual o valor do momento fletor no ponto E da barra DE [em "kNm" e sinal conforme convenção de diagramas] :

$-293,33$

Q04 – Como seria a equação da linha de pressões para o trecho AB do arco [considerando a origem do eixo x no ponto A, unidades de 'kN' e 'm' e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas] ?

$1,25x$

Q05 – Qual o valor do esforço cortante na coordenada x = 2.00 m do arco ABCD [considerando a origem do eixo x no ponto A, unidades de 'kN' e 'm' e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas] ?

9,4281

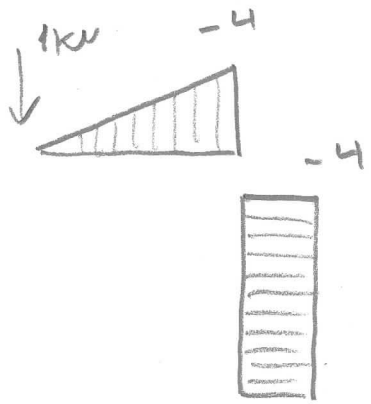
Q06 – Qual o deslocamento vertical do ponto D [em 'mm' e com positivo para cima] :

$-34,568$

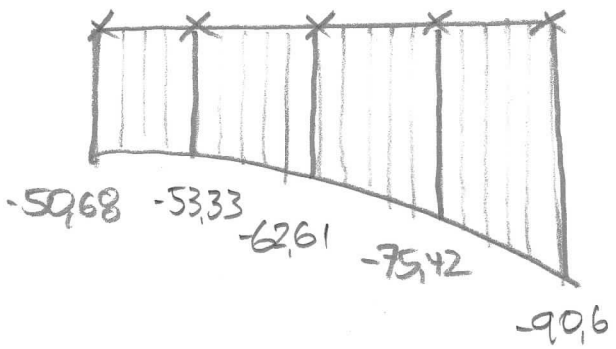
Q07 – Esboce no "Quadro 2" o diagrama de momentos fletores para o trecho DEF em função do carregamento virtual aplicado para cálculo da deflexão do ponto D [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas]..

Q08 – Esboce no "Quadro 3" o diagrama de esforços axiais para o trecho BCD do arco [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas plotando resultados a cada 2 m de distância].

Quadro 2 – Diagrama de momentos no trecho DEF devido carregamento virtual para cálculo do deslocamento vertical no ponto D



Quadro 3 – Esforços axiais do trecho BCD do arco (a cada 2 m)



TE191 - B2-B PROBLEMA 1 R=5m

- Reações de Apoio em A:

$\Sigma M_C = 0 \circlearrowleft +$

$V_A(R+R\cos\alpha) - H_A R\,\text{sen}\,\alpha - q_{BC}\frac{(R\cos\alpha)^2}{2} - q_{AB} \times R \times (R/2 + R\cos\alpha) = 0$

$\Sigma M_B = 0 \circlearrowleft +$

$V_A \times R - H_A \times R - q_{AB}\frac{R^2}{2} = 0$

$$\begin{cases} 9,3301 V_A - 2,5 H_A = 793,51 \\ 5V_A - 5H_A = 187,5 \end{cases}$$

$V_A = 102,45\ kN \uparrow$

$H_A = 64,952\ kN \rightarrow$

- Equação de Momentos Trecho AB:

$M_{AB}(\beta) = 102,45(R - R\cos\beta) - 64,952\,R\,\text{sen}\,\beta - 15\frac{(R-R\cos\beta)^2}{2}$

$M_{AB}(\beta) = -187,5\cos^2\beta - 137,25\cos\beta - 324,63\,\text{sen}\,\beta + 324,75$

$M_{AB}(\beta = 30°) = -97,052\ kNm$

- Equação de Cortantes Trecho AB:

$V_{AB}(\beta) = [102,45 - 15(R - R\cos\beta)]\cos(90° - \beta) - 64,952\,\text{sen}(90° - \beta)$

$V_{AB}(\beta) = 75\cos(\beta)\cos(90° - \beta) + 27,45\cos(90° - \beta) - 64,952\,\text{sen}(90° - \beta)$

$V_{AB}(\beta = 60°) = +23,772\ kN$

- Equação de Axiais no trecho AB

$N_{AB}(\beta) = -[10245 - 15(R - R\cos\beta)]\,\text{sen}(90° - \beta) - 64,952\cos(90° - \beta)$

$N_{AB}(\beta) = -75\cos(\beta)\,\text{sen}(90° - \beta) - 64,925\cos(90° - \beta) - 27,45\,\text{sin}(90° - \beta)$

$N_{AB}(\beta = 60°) = -88,702\ kN$

. Equação de Axiais no trecho BC:

$$N_{BC}(\beta) = -\left[102{,}45 - 15\times R - 30\left(R - R\cos\beta - R\right)\right]\operatorname{sen}(90^\circ-\beta) - 64{,}952\cos(90^\circ-\beta)$$

$$N_{BC}(\beta) = -150\cos\beta\operatorname{sen}(90^\circ-\beta) - 64{,}952\cos(90^\circ-\beta) - 27{,}45\operatorname{sen}(90^\circ-\beta)$$

$$N_{BC}(\beta=120^\circ) = \underline{-80{,}025\ kN}$$

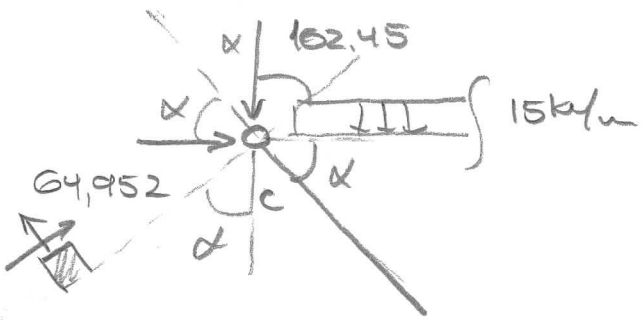
• Reações no ponto C:

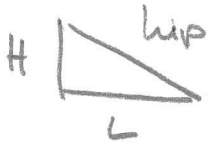
$\Sigma F_v = 0\uparrow$ (ABC) $\quad V_C - 15\times R - 30(R\cos\alpha) + V_A = 0$

$V_C = 15\times 5 + 30\times 5\cos 30^\circ - 102{,}45 = 102{,}45\ kN\uparrow$

$H_C = 64{,}952\ kN \leftarrow$

• Análise do trecho CD:





$H = R\operatorname{sen}30^\circ$

$H = 5\times\operatorname{sen}30^\circ = 2{,}5\ m$

$L = \frac{4}{3}R\operatorname{sen}30^\circ = \frac{4}{3}\times 2{,}5 = 3{,}3333\ m$

$hip = \sqrt{2{,}5^2 + 3{,}3333^2} = 4{,}16667\ m$

$\cos\alpha = 3{,}3333/4{,}16667 = 0{,}8$

$\operatorname{sen}\alpha = 2{,}5/4{,}16667 = 0{,}6$

$V_C = 64{,}952\times 0{,}6 - 102{,}45\times 0{,}8$

$V_C = -42{,}989$

$N_C = -64{,}952\times 0{,}8 - 102{,}45\times 0{,}6$

$N_C = -113{,}43$

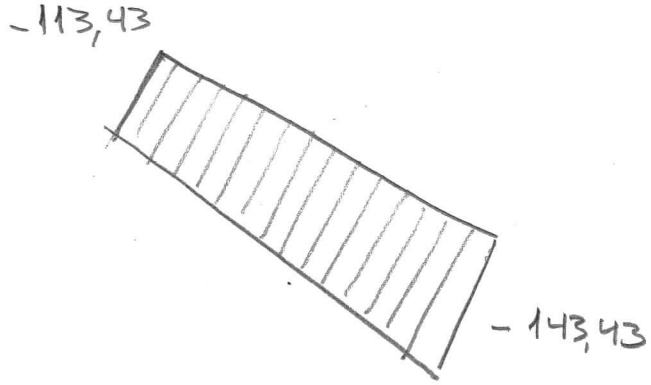
$q_\perp = 15\times\cos^2\alpha = 9{,}6\ kN/m$

$q_{//} = 15\times\cos\alpha\operatorname{sen}\alpha = 7{,}2\ kN/m$

$\underline{V_{CD}(x) = -42{,}989 - 9{,}6x}$

$N_{CD}(x) = -113{,}43 - 7{,}2x$

N_{CD}



TE191 - B2 - B PROBLEMA B $h = 4{,}00\,m$

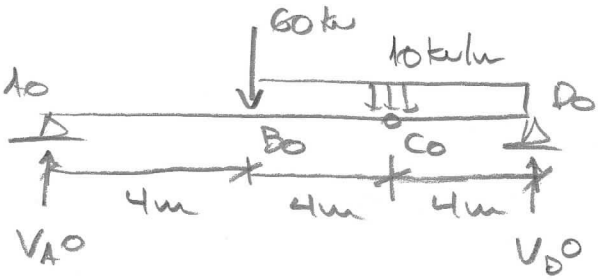
- Equação do Arco ABCD:

A(0,0) C(8,4) D(12,0)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 8 & 8^2 \\ 1 & 12 & 12^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} a = 0 \\ b = 1{,}5 \\ c = -0{,}125 \end{matrix}$$

$$y(x) = 1{,}5x - 0{,}125x^2$$

- Viga Análoga:



$\Sigma M_D = 0 \quad \curvearrowleft +$

$V_A^o \times 12 - 60 \times 8 - 10 \times 8^2/2 = 0$

$V_A^o = 1/12\,(60 \times 8 + 5 \times 8^2) = 66{,}667\,kN \uparrow$

$\Sigma F_V = 0 \quad \uparrow +$

$V_D^o = +60 + 10 \times 8 - 66{,}667 = 73{,}333\,kN \uparrow$

$M_C^o = -10 \times 4^2/2 + 73{,}333 \times 4 = 213{,}33\,kNm$

$H = M_C^o / f = 213{,}33\,kNm / 4m = 53{,}333\,kN \rightarrow$

$M_{AB}^o(x) = 66{,}667x \qquad V_{AB}^o(x) = 66{,}667$

$M_{AB}(x) = M_{AB}^o(x) - H y(x) = 66{,}667x - 53{,}333\,(1{,}5x - 0{,}125x^2)$

$M_{AB}(x) = 6{,}6667x^2 - 13{,}333x$ //

- Linha de Pressões AB: $\bar{y}(x) = M_{AB}^o(x)/H$

$\bar{y}(x) = 66{,}667x / 53{,}333 = 1{,}25x$ /

- Equação de Cortantes do trecho AB:

$V_{AB}(x) = V_{AB}^o(x) \cos(\text{arctg}\, y'(x)) - H \operatorname{sen}(\text{arctg}\, y'(x))$

$V_{AB}(x) = 66{,}667 \cos(\text{arctg}(1{,}5 - 0{,}25x)) - 53{,}333 \operatorname{sen}(\text{arctg}(1{,}5 - 0{,}25x))$

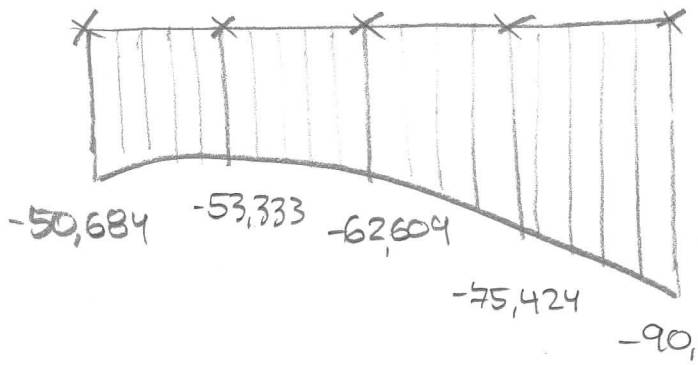
$V_{AB}(x=2) = 9{,}4281\,kN$ /

• Equação dos Axiais do Trecho BCD:

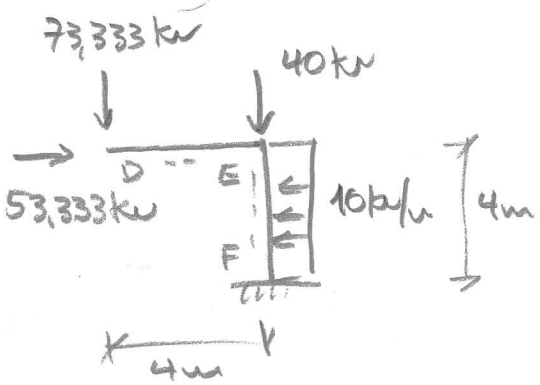
$$V^{0}_{BCD}(x) = 66{,}667 - 60 - 10(x-4) = -10x + 46{,}667$$

$$N_{BCD}(x) = -[-10x + 46{,}667]\,\text{sen}(\text{arctg}(1{,}5 - 0{,}25x)) - 53{,}333\cos(\text{arctg}(1{,}5 - 0{,}25x))$$

N_{BCD}



• TRECHO $\overline{DEF}$:

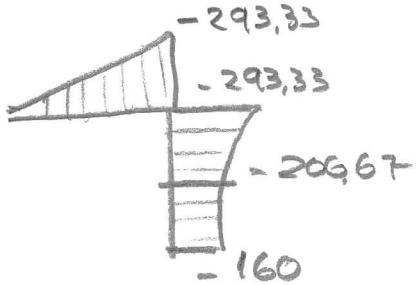


$$M_E = -73{,}333 \times 4 = -293{,}33\ \text{kN.m}$$

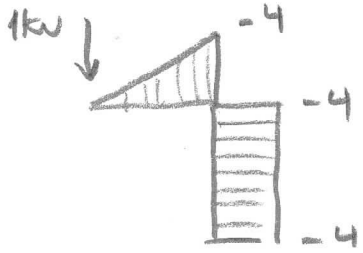
$$M_F = -293{,}33 + 53{,}333 \times 4 - 10 \times \frac{4^2}{2} = -160\ \text{kN.m}$$

$$M_{EF\,MEIO} = \frac{-293{,}33 - 160}{2} + 10 \times \frac{4^2}{8} = -206{,}67\ \text{kN.m}$$

N_{REAL}



$N_{VIRTUAL}$



$$EI = 40 \times 10^{6} \times 0{,}2 \times 0{,}6^{3}/12 = 144000\ \text{kN.m}^2$$

$$\delta_D = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{3} \times 4\,(-293{,}33)(-4) + \frac{1}{6}\,4 \times (-4)\left(-293{,}33 + 4(-206{,}67) - 160\right)\right|$$

$$\delta_D = \frac{+4977{,}8}{144000} = +34{,}568 \times 10^{-3}\ \text{m} \downarrow \quad \rightsquigarrow \quad \underline{34{,}568\ \text{mm} \uparrow}$$

TE191-B2-PA_versao_B.txt

Dados :
R = 5 m
alfa = 30 °
L = 3.3333 m
H = 2.5 m
LCD = 4.1667 m
qAB = 15 kN/m
qBC = 30 kN/m
PB = 0 kN
qCDV = 0 kN/m
qCDH = 15 kN/m

Respostas :
Q01) HA = 64.952 kN
Q02) VA = 102.45 kN
Q03) M30 = -97.115 kNm
Q04) V60 = 23.774 kN
Q05) N60 = -88.726 kN
Q06) N120 = -80.024 kN
Q07) VCD(x) = -9.6*x - 42.99
Q08) NCD = [-113.43, -143.43]

Dados :
R = 7 m
alfa = 30 °
L = 4.6667 m
H = 3.5 m
LCD = 5.8333 m
qAB = 15 kN/m
qBC = 30 kN/m
PB = 0 kN
qCDV = 0 kN/m
qCDH = 15 kN/m

Respostas :
Q01) HA = 90.933 kN
Q02) VA = 143.43 kN
Q03) M30 = -190.35 kNm
Q04) V60 = 33.284 kN
Q05) N60 = -124.22 kN
Q06) N120 = -112.03 kN
Q07) VCD(x) = -9.6*x - 60.187
Q08) NCD = [-158.81, -200.81]

Dados :
R = 9 m
alfa = 30 °
L = 6 m
H = 4.5 m
LCD = 7.5 m
qAB = 15 kN/m
qBC = 30 kN/m
PB = 0 kN
qCDV = 0 kN/m
qCDH = 15 kN/m

Respostas :
Q01) HA = 116.91 kN
Q02) VA = 184.41 kN
Q03) M30 = -314.65 kNm
Q04) V60 = 42.793 kN
Q05) N60 = -159.71 kN
Q06) N120 = -144.04 kN
Q07) VCD(x) = -9.6*x - 77.383
Q08) NCD = [-204.18, -258.18]

TE191-B2-PB_versao_B.txt

Dados :
LAB = 4 m LBC = 4 m
LCD = 4 m LDE = 4 m
h = 4 m
qAB = 0 kN/m qBCD = 10 kN/m
qDE = 0 kN/m qEF = 10 kN/m
PB = 60 kN
PE = 40 kN

Respostas :
Q01) eq_arco = -0.125*x**2 + 1.5*x
Q02) MAB(x) = 6.6667*x**2 - 13.333*x
Q03) ME = -293.33 kNm
Q04) eq_LP_AB(x) = 1.25*x
Q05) V_x=2 = 9.4281
Q06) D_ponto_D = -34.568 mm
Q07) Mv_DEF = [0, -4, -4, -4]
Q08) Diag_N =
[-50.684, -53.333, -62.610, -75.425, -90.601]

Dados :
LAB = 4 m LBC = 4 m
LCD = 4 m LDE = 4 m
h = 5 m
qAB = 0 kN/m qBCD = 10 kN/m
qDE = 0 kN/m qEF = 10 kN/m
PB = 60 kN
PE = 40 kN

Respostas :
Q01) eq_arco = -0.15625*x**2 + 1.875*x
Q02) MAB(x) = 6.6667*x**2 - 13.333*x
Q03) ME = -293.33 kNm
Q04) eq_LP_AB(x) = 1.5625*x
Q05) V_x=2 = 8.3293
Q06) D_ponto_D = -42.577 mm
Q07) Mv_DEF = [0, -4, -4, -4]
Q08) Diag_N =
[-39.715, -42.667, -53.848, -68.300, -84.784]

Dados :
LAB = 4 m LBC = 4 m
LCD = 4 m LDE = 4 m
h = 6 m
qAB = 0 kN/m qBCD = 10 kN/m
qDE = 0 kN/m qEF = 10 kN/m
PB = 60 kN
PE = 40 kN

Respostas :
Q01) eq_arco = -0.1875*x**2 + 2.25*x
Q02) MAB(x) = 6.6667*x**2 - 13.333*x
Q03) ME = -293.33 kNm
Q04) eq_LP_AB(x) = 1.875*x
Q05) V_x=2 = 7.396
Q06) D_ponto_D = -51.975 mm
Q07) Mv_DEF = [0, -4, -4, -4]
Q08) Diag_N =
[-32.444, -35.556, -48.444, -64.099, -81.453]