UNIVERSIDADE POSITIVO

Engenharia Civil
Prova Bimestral: 2 / 1º Semestre de 2019 **TE191-B2-C**
Disciplina : Teoria das Estruturas I

Nota:

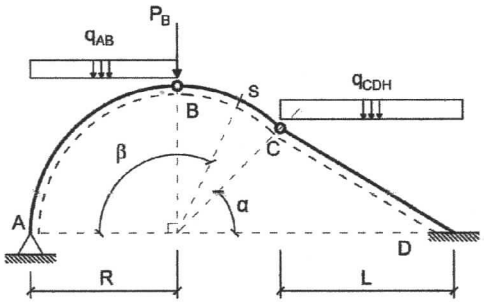
Turma

Nome: GABARITO R= 7,0m h= 5,0m Matrícula:

Orientações:
- Leia atentamente todas as instruções da prova.
- Não é permitida a comunicação entre os alunos durante a realização da prova.
- **Respostas das questões com alternativas devem ser assinaladas com caneta azul ou preta na própria questão.**
- **Respostas das questões abertas devem ser escritas com caneta azul ou preta nas linhas abaixo de cada questão.**
- Aparelhos de comunicação deverão ser desligados e mantidos dentro das malas, que deverão ser deixadas na frente do salão de provas. Caso algum aluno seja flagrado portando um celular em salão de provas, mesmo que este esteja desligado, isto será considerado como tentativa de cola e o aluno terá sua prova recolhida e será atribuída nota zero na avaliação.
- **É obrigatória a CONSULTA A UMA FOLHA SULFITE A4 BRANCA FRENTE E VERSO MANUSCRITA a ser entregue junto com a prova.**
- **RESPOSTAS SEM OS RESPECTIVOS CÁLCULOS SERÃO AVALIADAS COM CONCEITO ZERO.**
- **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
- Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).
- **A sigla N.D.A. significa nenhuma das alternativas elencadas para a questão.**

Problema A : [0.625 pontos por questão]

Considerando o modelo estrutural plano esboçado ao lado e os dados fornecidos abaixo, responda os questionamentos que se seguem.



Dados:

R	**= (5.00 7.00 9.00) m**	**L**	**= (4/3) R sen(α)**
q_{AB}	**= 15.0 kN/m**	**q_{CDH}**	**= 15.0 kN/m**
P_B	**= 60.0 kN**		
α	**= 30°**		

- **O arco ABC é um setor circular;**
- O ponto B está locado no ângulo β = 90°;
- **OBS: utilizar a calculadora configurada para ângulos em graus;**

Q01 – Qual a reação de apoio horizontal no ponto A [em "kN" e com positivo para direita] ?

71,322

Q02 – Qual a reação de apoio vertical no ponto A [em "kN" e com positivo para cima] ?

123,82

Q03 – Qual o valor do momento fletor para β = 30° [em 'kNm' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

-140,1

Q04 – Qual o valor do esforço cortante para β = 60° [em 'kN' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

26,104

Q05 – Qual o valor do esforço axial para β = 60° [em 'kN' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

-97,428

Q06 – Qual o valor do esforço axial para β = 120° [em 'kN' e sinal conforme convenção de diagramas] ?

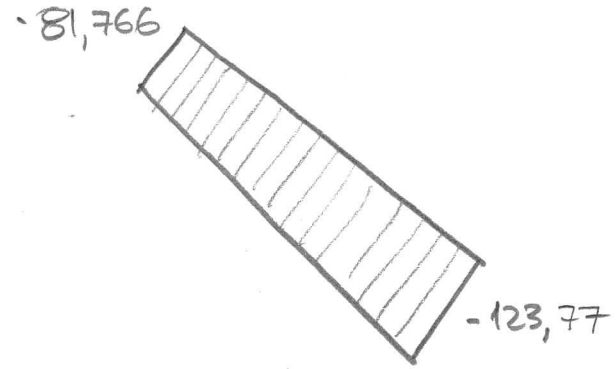
-82,357

Q07 – Qual a equação de esforços cortantes para a barra CD [unidades de "kN", sinais conforme convenção de sinais para diagramas e origem do eixo x no ponto C]?

$-9,6x + 9,8492$

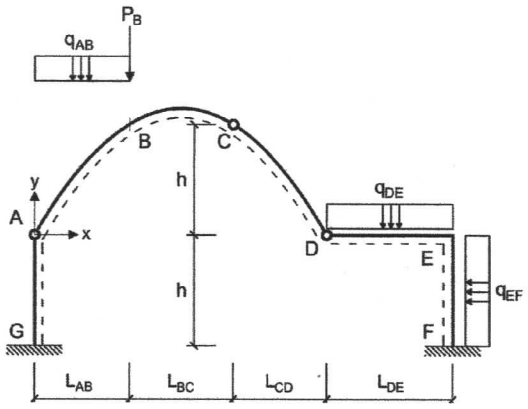
Q08 – Esboce no "Quadro 1" o diagrama de esforços axiais da barra CD [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas].

Quadro 1 – Diagrama de esforços axiais da barra CD



Problema B : **[0.625 pontos por questão]**

Considerando o modelo estrutural plano esboçado ao lado e os dados fornecidos abaixo, responda os questionamentos que se seguem.



Dados:
L_{AB} = 4.00 m **L_{BC} = 4.00 m**
L_{CD} = 4.00 m **L_{DE} = 4.00 m**
h = (4.00 5.00 6.00) m
q_{AB} = 30.0 kN/m
q_{DE} = 20.0 kN/m **q_{EF} = 10.0 kN/m**
P_B = 60.00 kN

- Todas as barras possuem módulo de elasticidade **E = 40 GPa** e seção transversal retangular de **base 20 cm** e **altura 60 cm.**
- O **arco ABCD** é parabólico de 2º. Grau.
- Para cálculo de deslocamentos na estrutura considerar somente os efeitos de flexão.
- **OBS: utilizar a calculadora configurada para ângulos em radianos;**

Q01 – Qual a equação do arco ABCD [y = f(x)] considerando o sistema de eixos indicado no ponto A [em unidades de "m"] ?

$-0,15625x^2 + 1,875x$

Q02 – Qual a equação de momentos fletores para o arco no trecho AB [considerando a origem do eixo x no ponto A, unidades de 'kN' e 'm' e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas] ?

$-10x^2 + 80x$

Q03 – Qual o valor do momento fletor no ponto E da barra DE [em "kNm" e sinal conforme convenção de diagramas] :

-320

Q04 – Como seria a equação da linha de pressões para o trecho AB do arco [considerando a origem do eixo x no ponto A, unidades de 'kN' e 'm' e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas] ?

$-0,46875x^2 + 4,375x$

Q05 – Qual o valor do esforço cortante na coordenada x = 2.00 m do arco ABCD [considerando a origem do eixo x no ponto A, unidades de 'kN' e 'm' e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas] ?

24,988

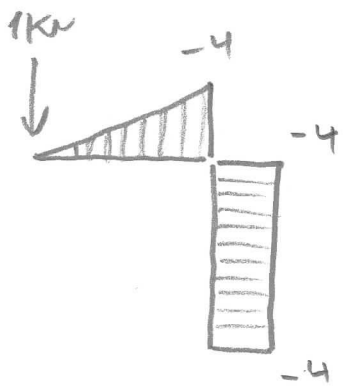
Q06 – Qual o deslocamento vertical do ponto D [em 'mm' e com positivo para cima] :

$-49,491$

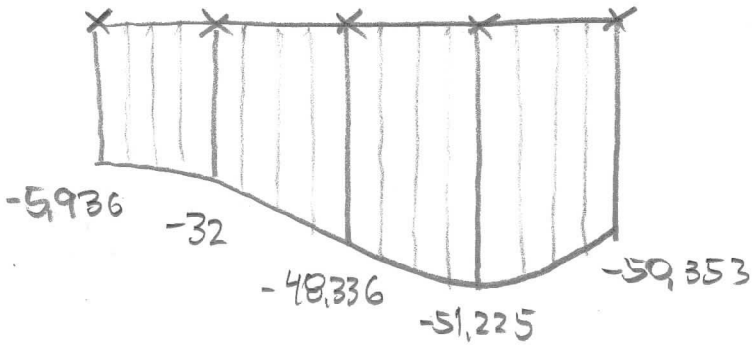
Q07 – Esboce no "Quadro 2" o diagrama de momentos fletores para o trecho DEF em função do carregamento virtual aplicado para cálculo da deflexão do ponto D [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas]..

Q08 – Esboce no "Quadro 3" o diagrama de esforços axiais para o trecho BCD do arco [unidades em "kN" e "m" e sinais conforme a convenção de sinais para diagramas plotando resultados a cada 2 m de distância].

Quadro 2 – Diagrama de momentos no trecho DEF devido carregamento virtual para cálculo do deslocamento vertical no ponto D



Quadro 3 – Esforços axiais do trecho BCD do arco (a cada 2 m)



TE191 - B2 - C PROBLEMA 1 L = 7,00m

- Reações de Apoio no ponto A:

$\Sigma M_C = 0 \circlearrowleft\oplus \quad V_A(R+R\cos\alpha) - H_A R\,\mathrm{sen}\alpha - P_B R\cos\alpha - q_{AB} R\left(\frac{R}{2}+R\cos\alpha\right) = 0$

$\Sigma M_B = 0 \circlearrowleft\oplus \quad V_A R - H_A R - q_{AB}\frac{R^2}{2} = 0$

$$\begin{cases} 13{,}062\,V_A - 3{,}5\,H_A = 1367{,}8 \\ 7\,V_A - 7\,H_A = 367{,}5 \end{cases}$$

$V_A = 123{,}82\ \text{kN} \uparrow$

$H_A = 71{,}322\ \text{kN} \rightarrow$

- Equação de Momentos trecho AB:

$$M_{AB}(\beta) = V_A(R - R\cos\beta) - H_A R\,\mathrm{sen}\beta - q_{AB}\frac{(R - R\cos\beta)^2}{2}$$

$$M_{AB}(\beta) = -367{,}5\cos^2(\beta) - 131{,}74\cos(\beta) - 499{,}25\,\mathrm{sen}(\beta) + 499{,}25$$

$M_{AB}(\beta = 30°) = -140{,}1\ \text{kN m}$

- Equação de Cortantes trecho AB:

$$V_{AB}(\beta) = [V_A - q_{AB}(R - R\cos\beta)]\cos(90° - \beta) - H_A\,\mathrm{sen}(90° - \beta)$$

$$V_{AB}(\beta) = 105\cos(\beta)\cos(90° - \beta) + 18{,}82\cos(90° - \beta) - 71{,}322\,\mathrm{sen}(90° - \beta)$$

$V_{AB}(\beta = 60°) = 26{,}104\ \text{kN}$

- Equação de Axiais trecho AB:

$$N_{AB}(\beta) = -[V_A - q_{AB}(R - R\cos\beta)]\,\mathrm{sen}(90° - \beta) - H_A\cos(90° - \beta)$$

$$N_{AB}(\beta) = -105\cos(\beta)\,\mathrm{sen}(90° - \beta) - 71{,}322\cos(90° - \beta) - 18{,}82\,\mathrm{sen}(90° - \beta)$$

$N_{AB}(\beta = 60°) = -97{,}427\ \text{kN}$

- Equação de Axiais trecho BC:

$$N_{BC}(\beta) = -[V_A - q_{AB} R - P_B]\,\mathrm{sen}(90° - \beta) - H_A\cos(90° - \beta)$$

$N_{BC}(\beta) = -71,322 \cos(90° - \beta) + 41,18 \operatorname{sen}(90° - \beta)$

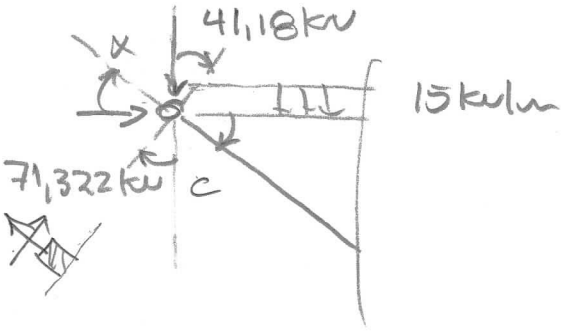
$N_{BC}(\beta = 120°) = \underline{-82,357\ kN}$

- Análise do trecho CD:

↳ Reações no ponto C

$\Sigma F_V = 0 \uparrow \oplus \quad V_A - q_{AB} R - P_B + V_C = 0$

$V_C = -123,82 + 15 \times 7 + 60 = 41,18\ kN \qquad H_C = 71,322\ kN$





$H = R \operatorname{sen} 30° = 7 \times \operatorname{sen} 30°$

$H = 3,5\ m$

$L = 4/3\, R \operatorname{sen} 30° = 4/3 \times 3,5 = 4,6667\ m$

$hip = \sqrt{3,5^2 + 4,6667^2} = 5,8333\ m$

$\cos \alpha = 4,6667 / 5,8333 = 0,80$

$\operatorname{Sen} \alpha = 3,5 / 5,8333 = 0,60$

$V_C = 71,322 \times 0,6 - 41,18 \times 0,8 = 9,8492\ kN$

$N_C = -71,322 \times 0,8 - 41,18 \times 0,6 = -81,766\ kN$

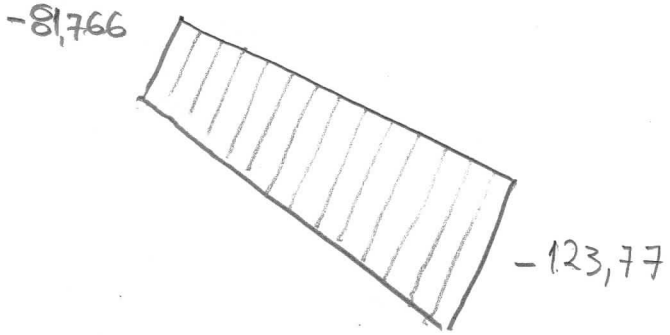
$q_{\perp} = 15 \times 0,8^2 = 9,6\ kN/m$

$q_{//} = 15 \times 0,8 \times 0,6 = 7,2\ kN/m$

$V_{CD}(x) = -9,6x + 9,8492\ kN$

$N_D = -81,766 - 7,2 \times 5,8333 = -123,77\ kN$

N_{CD}



TE191-B2-C PROBLEMA B $h = 5{,}0\,m$

- Equação do arco ABCD

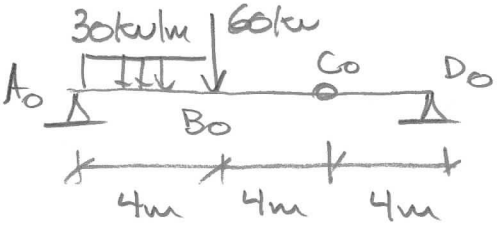
$A(0,0)$ $C(8,5)$ $D(12,0)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 8 & 8^2 \\ 1 & 12 & 12^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} a = 0 \\ b = 1{,}875 \\ c = -0{,}15625 \end{matrix}$$

$y(x) = -0{,}15625x^2 + 1{,}875x$

$y'(x) = -0{,}3125x + 1{,}875$

- Equacionamento da Viga Análoga:



$\Sigma M_{D_0} = 0 \circlearrowleft \oplus \; 12V_A^0 - 60\times 8 - 30\times 4\times 10 = 0$

$V_A^0 = \frac{1}{12}(60\times 8 + 30\times 4\times 10) = \underline{140\,kN \uparrow}$

$\Sigma F_{V_0} = 0 \uparrow \oplus \quad V_{D_0} - 30\times 4 - 60 + 140 = 0 \qquad \underline{V_{D_0} = 40\,kN \uparrow}$

$M_{C_0} = 40\,kN \times 4\,m = 160\,kNm$

$H = M_{C_0}/f = 160\,kNm/5\,m = \underline{32\,kN \rightarrow}$

$M_{AB_0}(x) = 140x - 30x^2/2 = 140x - 15x^2$

$V_{AB_0}(x) = 140 - 30x$

$V_{BCD_0}(x) = 140 - 30\times 4 - 60 = -40$

- Equação de Momentos trecho AB

$M_{AB}(x) = 140x - 30x^2/2 - 32(-0{,}15625x^2 + 1{,}875x)$

$M_{AB}(x) = -10x^2 + 80x$

- Equação da Linha de Pressões trecho AB

$\bar{y}(x) = M_{AB_0}(x)/H = \dfrac{140x - 15x^2}{32} = \dfrac{-15}{32}x^2 + \dfrac{35}{8}x$

$\bar{y}(x) = -0{,}46875x^2 + 4{,}375x$

- Equação de cortantes trecho AB

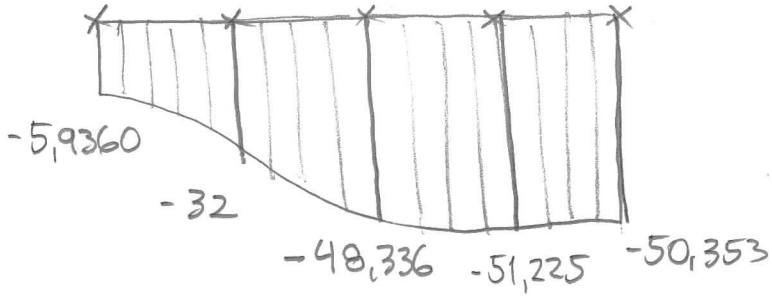
$V_{AB}(x) = (140 - 30x)\cos(\operatorname{arctg}(-0{,}3125x + 1{,}875)) - 32\,\operatorname{sen}(\operatorname{arctg}(-0{,}3125x + 1{,}875))$

$V_{AB}(x=2) = +24{,}988\ kN$

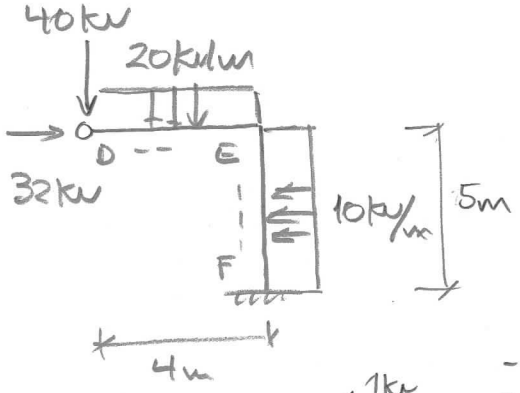
- Equação de Axiais do trecho BCD:

$$N_{BCD}(x) = -(-40)\,\text{sen}(\text{arctg}(-0{,}3125x+1{,}875)) - 32\cos(\text{arctg}(-0{,}3125x+1{,}875))$$

N_{BCD}



- TRECHO $\overline{DEF}$



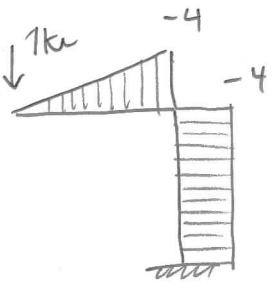
$M_E = -40\times4 - 20\times4^2/2 = -320\ kN\cdot m$

$M_{DE}^{meio} = -40\times2 - 20\times2^2/2 = -120\ kN\cdot m$

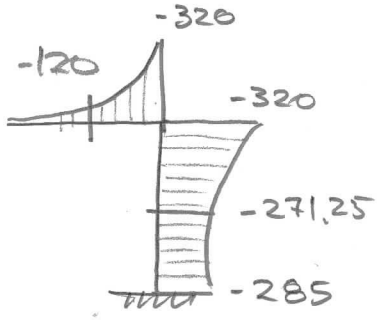
$M_F = -320 + 32\times5 - 10\times5^2/2 = -285\ kN\cdot m$

$M_{EF}^{meio} = \dfrac{-320-285}{2} + 10\times5^2/8 = -271{,}25\ kN\cdot m$

$M_{VIRTUAL}$



M_{REAL}



$EI = 40\times10^6\ kN/m^2 \times 0{,}2m \times (0{,}6m)^3/12 = 144000\ kN\cdot m^2$

$$\delta_D = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{6}\times4\times(-4)\left(2\times(-120)-320\right) + \frac{1}{6}\times5\times(-4)\left(-320+4(-271{,}25)-285\right)\right)$$

$$\delta_D = \frac{7126{,}7}{144000} = 49{,}491\times10^{-3}\ m \qquad -49{,}491\ mm\ \downarrow$$

TE191-B2-PA_versao_C.txt

Dados :
R = 5 m
alfa = 30 °
L = 3.3333 m
H = 2.5 m
LCD = 4.1667 m
qAB = 15 kN/m
qBC = 0 kN/m
PB = 60 kN
qCDV = 0 kN/m
qCDH = 15 kN/m

Respostas :
Q01) HA = 61.813 kN
Q02) VA = 99.313 kN
Q03) M30 = -91.37 kNm
Q04) V60 = 22.625 kN
Q05) N60 = -84.437 kN
Q06) N120 = -71.375 kN
Q07) VCD(x) = -9.6*x + 8.5375
Q08) NCD = [-70.863, -100.86]

Dados :
R = 7 m
alfa = 30 °
L = 4.6667 m
H = 3.5 m
LCD = 5.8333 m
qAB = 15 kN/m
qBC = 0 kN/m
PB = 60 kN
qCDV = 0 kN/m
qCDH = 15 kN/m

Respostas :
Q01) HA = 71.322 kN
Q02) VA = 123.82 kN
Q03) M30 = -140.1 kNm
Q04) V60 = 26.106 kN
Q05) N60 = -97.428 kN
Q06) N120 = -82.356 kN
Q07) VCD(x) = -9.6*x + 9.851
Q08) NCD = [-81.764, -123.76]

Dados :
R = 9 m
alfa = 30 °
L = 6 m
H = 4.5 m
LCD = 7.5 m
qAB = 15 kN/m
qBC = 0 kN/m
PB = 60 kN
qCDV = 0 kN/m
qCDH = 15 kN/m

Respostas :
Q01) HA = 80.832 kN
Q02) VA = 148.33 kN
Q03) M30 = -195.79 kNm
Q04) V60 = 29.586 kN
Q05) N60 = -110.42 kN
Q06) N120 = -93.336 kN
Q07) VCD(x) = -9.6*x + 11.164
Q08) NCD = [-92.666, -146.67]

TE191-B2-PB_versao_C.txt

Dados :
LAB = 4 m LBC = 4 m
LCD = 4 m LDE = 4 m
h = 4 m
qAB = 30 kN/m qBCD = 0 kN/m
qDE = 20 kN/m qEF = 10 kN/m
PB = 60 kN
PE = 0 kN

Respostas :
Q01) eq_arco = -0.125*x**2 + 1.5*x
Q02) MAB(x) = -10.0*x**2 + 80.0*x
Q03) ME = -320 kNm
Q04) eq_LP_AB(x) = -0.375*x**2 + 3.5*x
Q05) V_x=2 = 28.284
Q06) D_ponto_D = -40 mm
Q07) Mv_DEF = [0, -4, -4, -4]
Q08) Diag_N =
[-17.889, -40.000, -53.666, -56.569, -55.470]

Dados :
LAB = 4 m LBC = 4 m
LCD = 4 m LDE = 4 m
h = 5 m
qAB = 30 kN/m qBCD = 0 kN/m
qDE = 20 kN/m qEF = 10 kN/m
PB = 60 kN
PE = 0 kN

Respostas :
Q01) eq_arco = -0.15625*x**2 + 1.875*x
Q02) MAB(x) = -10.0*x**2 + 80.0*x
Q03) ME = -320 kNm
Q04) eq_LP_AB(x) = -0.46875*x**2 + 4.375*x
Q05) V_x=2 = 24.988
Q06) D_ponto_D = -49.491 mm
Q07) Mv_DEF = [0, -4, -4, -4]
Q08) Diag_N =
[-5.9360, -32.000, -48.336, -51.225, -50.353]

Dados :
LAB = 4 m LBC = 4 m
LCD = 4 m LDE = 4 m
h = 6 m
qAB = 30 kN/m qBCD = 0 kN/m
qDE = 20 kN/m qEF = 10 kN/m
PB = 60 kN
PE = 0 kN

Respostas :
Q01) eq_arco = -0.1875*x**2 + 2.25*x
Q02) MAB(x) = -10.0*x**2 + 80.0*x
Q03) ME = -320 kNm
Q04) eq_LP_AB(x) = -0.5625*x**2 + 5.25*x
Q05) V_x=2 = 22.188
Q06) D_ponto_D = -60.37 mm
Q07) Mv_DEF = [0, -4, -4, -4]
Q08) Diag_N =
[2.6667, -26.667, -45.333, -48.074, -47.383]