Universidade POSITIVO

Engenharia Civil
Prova Bimestral: 2 / 1º Semestre de 2020
Disciplina: Teoria das Estruturas I

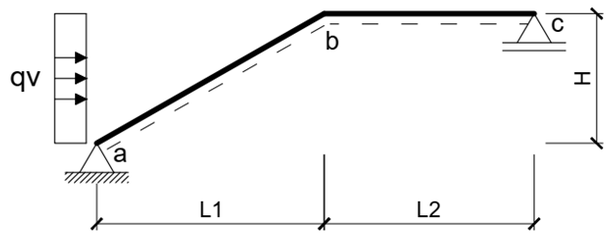
Código da Prova:
TE201-B2-4MA

Procedimento e Orientações:

1. Leia atentamente todas as instruções da prova.
2. Os dados **D1, D2, D3, D4 e D5** devem ser obtidos no site **www.jjscremin.com/provas** onde o aluno deve entrar com o código da prova (indicado no cabeçalho desta) e seu respectivo número de matrícula clicando no botão **"Buscar Dados"**.
3. Após obter as respostas para as 16 questões da prova o aluno deverá fotografar as páginas com o desenvolvimento dos cálculos e postar no AVA via item **"Postagem de TE201-B2-4MA"**;
4. Em seguida o aluno deverá postar as respostas finais para as 16 questões (inserindo somente números e utilizando "ponto" como separador de decimais) no site **www.jjscremin.com/provas.** Para tanto, o aluno deverá fazer/refazer a busca de dados com seu número de matrícula e código de prova, certificando-se de que seu nome apareça em vermelho no campo "Nome do Aluno" para em seguida preencher os 16 campos destinados às respostas, e por fim, clicar no botão **"Enviar Respostas"**.
5. **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
6. Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).

Problema A (0,625 ponto cada) :

Considerando o modelo estrutural esboçado, responda os questionamentos.



Dados:

L1 = D1 . 4,0 m
L2 = D2 . 4,0 m
H = D3 . 3,0 m
qv = D4 . 22 kN/m

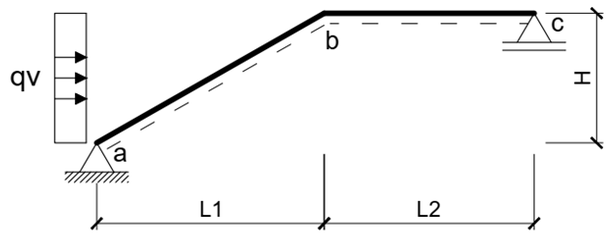
Q01 – Qual o valor do esforço cortante no ponto "a" da barra "ab" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q02 – Qual o valor do esforço axial no ponto "a" da barra "ab" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q03 – Qual o valor do esforço cortante no meio da barra "ab" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q04 – Qual o valor do esforço axial no meio da barra "ab" [em kN e sinal conforme a convenção]?

$D1 = 1,1$ $D2 = 1,2$ $D3 = 1,3$ $D4 = 1$

$L1 := D1 \cdot 4 = 4,4$ $L2 := D2 \cdot 4 = 4,8$ $H := D3 \cdot 3 = 3,9$ $qv := D4 \cdot 22 = 22$

Reações de Apoio:

* Arbitrando reações verticais para cima e horizontais para a direita



ΣFh = 0 (+) para direita:

RHa + qv.H = 0

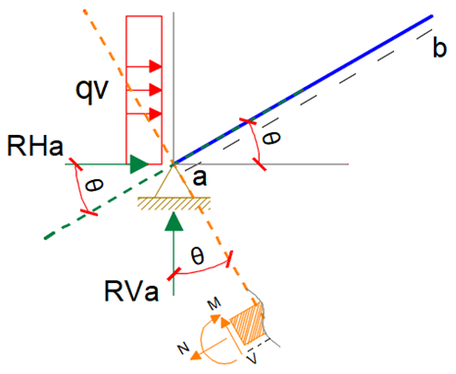
$RHa := -qv \cdot H = -85,800$

ΣMc = 0 (+) horário:

RVa.(L1+L2) - qv.H.H/2 - RHa.H = 0

$$RVa := \frac{1}{L1 + L2} \cdot \left(qv \cdot H \cdot \frac{H}{2} + RHa \cdot H \right) = -18,186$$

Equações de Esforço Cortante e Esforço Axial para a barra "ab":



$Lab := \sqrt{L1^2 + H^2} = 5,8796$ $RHa = -85,8$ $RVa = -18,1859$

$sen\theta := \frac{H}{Lab} = 0,6633$ $cos\theta := \frac{L1}{Lab} = 0,7483$

$Va := RVa \cdot cos\theta - RHa \cdot sen\theta = 43,3024$

$Na := -RVa \cdot sen\theta - RHa \cdot cos\theta = 76,271$

$qab_perp := qv \cdot H \cdot sen\theta \cdot \frac{1}{Lab} = 9,6795$

$qab_para := qv \cdot H \cdot cos\theta \cdot \frac{1}{Lab} = 10,9205$

$Vab(x) := Va - qab_perp \cdot x$

$Nab(x) := Na - qab_para \cdot x$

$G01 := Vab(0) = 43,3024$ $G02 := Nab(0) = 76,2710$

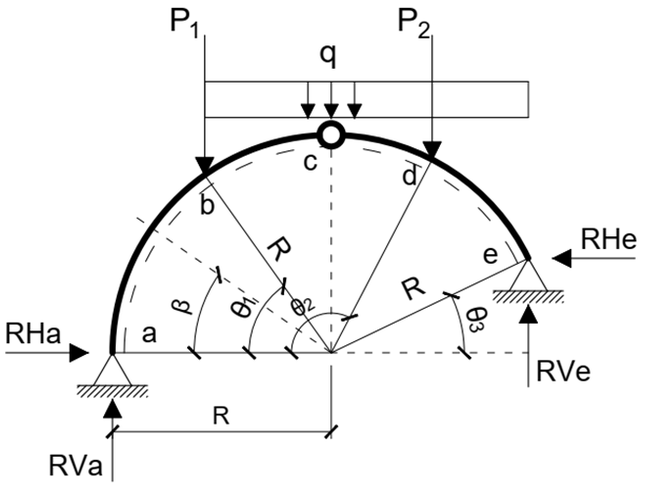
$G03 := Vab\left(\frac{Lab}{2}\right) = 14,8466$ $G04 := Nab\left(\frac{Lab}{2}\right) = 44,1669$

Problema B (0,625 ponto cada) :

Considerando o modelo estrutural esboçado, responda os questionamentos.

Dados:
R = D2 . 6,0 m
θ1 = D1 . 30°
θ2 = 90° + D3 . 30°
θ3 = 20°
P1 = D4 . 60 kN
P2 = D5 . 40 kN
q = 12,0 kN/m

OBS: arco de setor circular.



Q05 – Qual o valor da reação de apoio horizontal no ponto "a" [em kN e com positivo para direita]?
Q06 – Qual o valor do momento fletor no ponto "b" do arco [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q07 – Qual o valor do esforço cortante à esquerda do ponto "b" no arco [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q08 – Qual o valor do esforço axial à esquerda do ponto "b" no arco [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q09 – Qual o valor do momento fletor no ponto "d" do arco [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q10 – Qual o valor do esforço cortante à direita do ponto "d" no arco [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q11 – Qual o valor do esforço axial à direita do ponto "d" no arco [em kN e sinal conforme a convenção]?

$D1 = 1,1$ $D2 = 1,2$ $D3 = 1,3$ $D4 = 1$ $D5 = 0,6$

$R := D2 \cdot 6 = 7,2$ $\theta1 := D1 \cdot 30 = 33$ $\theta2 := 90 + D3 \cdot 30 = 129$ $\theta3 := 20$

$P1 := D4 \cdot 60 = 60$ $P2 := D5 \cdot 40 = 24$ $q := 12$

Reações de Apoio do Arco:

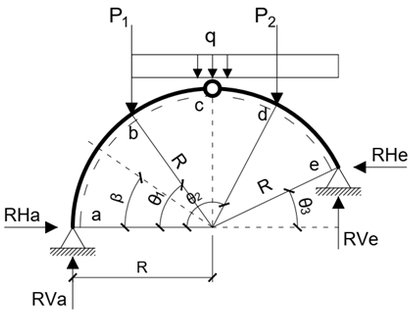
$Lhae := R + R \cdot \cos(\theta 3\ °) = 13,966$ $\quad$ $Lvae := R \cdot \sin(\theta 3\ °) = 2,4625$

$Lhab := R - R \cdot \cos(\theta 1\ °) = 1,1616$ $\quad$ $Lhce := R \cdot \cos(\theta 3\ °) = 6,7658$

$Lhbc := R \cdot \cos(\theta 1\ °) = 6,0384$ $\quad$ $Lhad := R - R \cdot \cos(\theta 2\ °) = 11,7311$

$Lhbe := Lhbc + Lhce = 12,8042$

$Lhde := R \cdot \cos(\theta 2\ °) + Lhce = 2,2347$



ΣMe = 0 (+) horário - olhando para "a"

```
RVa.Lhae - RHa.Lvae - P1.Lhbe - P2.Lhde - q.Lhbe^2 / 2 = 0
```

ΣMc = 0 (+) horário - olhando para "a"

```
RVa.R - RHa.R - P1.Lhbc - q.Lhbc^2 / 2 = 0
```

Sistema de equações:

```
RVa.Lhae - RHa.Lvae = P1.Lhbe + P2.Lhde + q.Lhbe^2 / 2
RVa.R - RHa.R = P1.Lhbc + q.Lhbc^2 / 2
```

$$matrizA := \begin{bmatrix} Lhae & -Lvae \\ R & -R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13,966 & -2,4625 \\ 7,2000 & -7,2000 \end{bmatrix} \qquad vetorB := \begin{bmatrix} P1 \cdot Lhbe + P2 \cdot Lhde + \frac{q \cdot Lhbe^{2}}{2} \\ P1 \cdot Lhbc + \frac{q \cdot Lhbc^{2}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1805,6 \\ 581,08 \end{bmatrix}$$

$vetorX := matrizA^{-1} \cdot vetorB = \begin{bmatrix} 139,7 \\ 58,98 \end{bmatrix}$ $\quad$ $RVa := vetorX_{1} = 139,69$ $\quad$ $RHa := vetorX_{2} = 58,979$

Equacionamento dos Esforços Internos no Arco "abc":

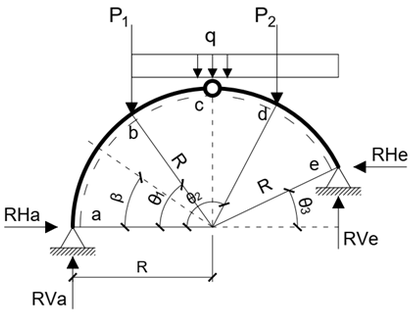
$xp := R - R \cdot \cos(\beta)$ $\quad$ $yp := R \cdot \sin(\beta)$

Equações de Momentos Fletores e Esforços Cortantes dos Trechos da Viga Análoga (em relação ao eixo "x"):

$$Mabx(\beta) := RVa \cdot xp$$

$$Mbdx(\beta) := RVa \cdot xp - P1 \cdot (xp - Lhab) - \frac{q \cdot (xp - Lhab)^{2}}{2}$$

$$Mdex(\beta) := RVa \cdot xp - P1 \cdot (xp - Lhab) - \frac{q \cdot (xp - Lhab)^{2}}{2} - P2 \cdot (xp - Lhad)$$



$Vabx(\beta) := RVa$

$Vbdx(\beta) := RVa - P1 - q \cdot (xp - Lhab)$

$Vdex(\beta) := RVa - P1 - q \cdot (xp - Lhab) - P2$

$My(y) := -RHa \cdot yp$

Equacionamento do trecho "ab" em função do ângulo "β" :

$\alpha(\beta) := \frac{\pi}{2} - \beta$

$Mab(\beta) := Mabx(\beta) + My(\beta)$

$Vab(\beta) := Vabx(\beta) \cdot \cos(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \sin(\alpha(\beta))$

$Nab(\beta) := (-Vabx(\beta)) \cdot \sin(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \cos(\alpha(\beta))$

Equacionamento do trecho "bd" em função do ângulo "β" :

$Mbd(\beta) := Mbdx(\beta) + My(\beta)$

$Vbd(\beta) := Vbdx(\beta) \cdot \cos(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \sin(\alpha(\beta))$

$Nbd(\beta) := (-Vbdx(\beta)) \cdot \sin(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \cos(\alpha(\beta))$

Equacionamento do trecho "de" em função do ângulo "β" :

$Mde(\beta) := Mdex(\beta) + My(\beta)$

$Vde(\beta) := Vdex(\beta) \cdot \cos(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \sin(\alpha(\beta))$

$Nde(\beta) := (-Vdex(\beta)) \cdot \sin(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \cos(\alpha(\beta))$

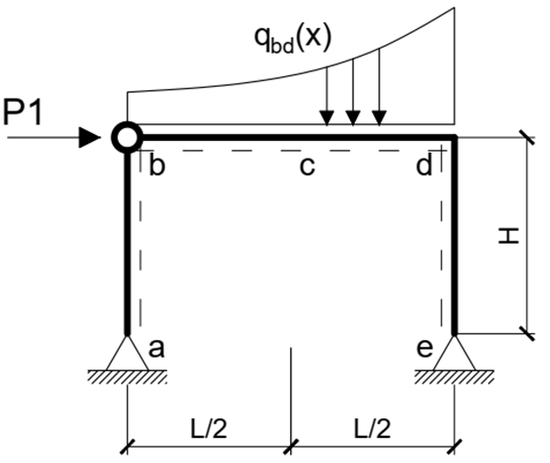
$G05 := RHa = 58,979$

$G06 := Mab(\theta 1\ °) = -69,027$ $G07 := Vab(\theta 1\ °) = 26,614$ $G08 := Nab(\theta 1\ °) = -149,27$

$G09 := Mde(\theta 2\ °) = 4,1821$ $G10 := Vde(\theta 2\ °) = -18,177$ $G11 := Nde(\theta 2\ °) = -90,611$

Problema C (0,625 ponto cada) :

Considerando somente efeitos de momentos fletores calcular o deslocamento vertical do ponto "c" e o deslocamento horizontal do ponto "d" do modelo estrutural esbocado, empregando o princípio dos trabalhos virtuais para então responder os questionamentos.



Dados:
L = D1 . 4,0 m
H = D2 . 3,0 m
P1 = D3 . 20 kN
qbd(x) = 10 + D4 . 5 x^2 (origem do eixo x no ponto "b")

- Todas as barras possuem seção transversal retangular de base b = 15 cm e altura h = 45 cm.
- Todas as barras possuem módulo de elasticidade E = D5 . 35 GPa

Q12 – Qual o valor do momento fletor no ponto "d", da barra "bcd", para o carregamento real [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q13 – Qual o valor do momento fletor no ponto "c", da barra "bcd", para o carregamento virtual correlato ao cálculo do deslocamento vertical no ponto "c" [em kNm e em módulo] ?
Q14 – Qual o valor do momento fletor no ponto "c", da barra "bcd", para o carregamento virtual correlato ao cálculo do deslocamento horizontal no ponto "d" [em kNm e em módulo]?
Q15 – Qual o valor do deslocamento vertical do ponto "c" [em mm e positivo para cima] ?
Q16 – Qual o valor do deslocamento horizontal do ponto "d" [em mm e com positivo para direita] ?

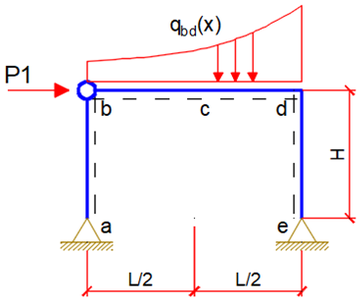
$D1 = 1,1$ $D2 = 1,2$ $D3 = 1,3$ $D4 = 1$ $D5 = 0,6$

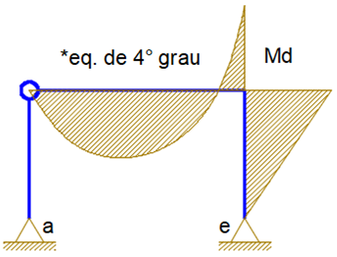
$L := D1 \cdot 4 = 4,4$ $H := D2 \cdot 3 = 3,6$ $P1 := D3 \cdot 20 = 26$ $qbd(x) := 10 + D4 \cdot 5 \cdot x^2$

$E := D5 \cdot 35 \cdot 10^6 = 2,1 \cdot 10^7$ $b := 0,15$ $h := 0,45$

Diagrama de Momentos Fletores do Carregamento Real:

* reações positivas para cima e para direita





$P1 := 26$ $L := 4,4$

$RHar := 0$ $Rher := -P1$

$Md := Rher \cdot H = -93,6$

$$Res_bcd := \int_0^L qbd(x)\,dx = 185,97$$

$$x_res := \frac{\int_0^L x \cdot qbd(x)\,dx}{Res_bcd} = 3,0397$$

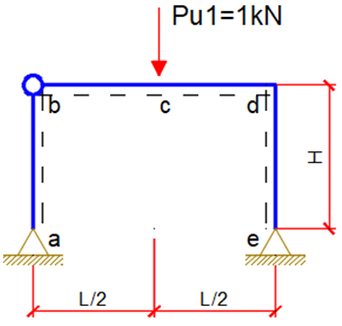
ΣMe = 0 (+) horário: RVar.L + P1.H - Res_bcd.(L - x_res) = 0

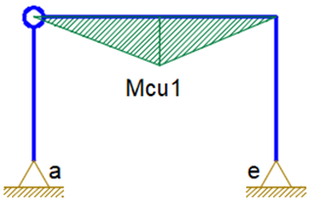
$$RVar := \frac{1}{L} \cdot \left(-P1 \cdot H + Res_bcd \cdot (L - x_res)\right) = 36,221$$

$$Mbcd(x) := RVar \cdot x - \int_0^x \int_0^x qbd(x)\,dx\,dx \qquad Mbcd(x) := RVar \cdot x - \left(10 \cdot \frac{x^2}{2} + D4 \cdot 5 \cdot \frac{x^4}{12}\right)$$

$G12 := Md = -93,6$

Diagrama de Momentos Fletores do Carregamento Virtual para Cálculo do Deslocamento Vertical do Ponto "a":





$Pu1 := 1$

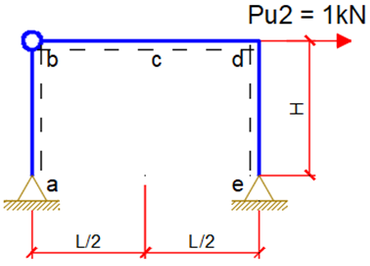
$$Mcu1 := \frac{Pu1 \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{2}}{L} = 1,1$$

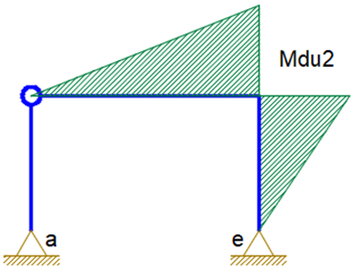
$$RVa1 := \frac{Pu1}{2} = 0,5$$

$G13 := |Mcu1| = 1,1$

$Mbc1(x) := RVa1 \cdot x$ $\qquad Mcd1(x) := RVa1 \cdot x - Pu1 \cdot \left(x - \frac{L}{2}\right)$

Diagrama de Momentos Fletores do Carregamento Virtual para Cálculo do Deslocamento Horizontal do Ponto "c":





$Pu2 := 1$

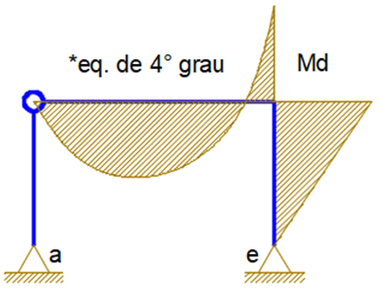
$Mdu2 := -Pu2 \cdot H = -3,6$

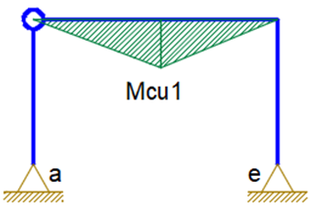
$$G14 := \left|\frac{Mdu2}{2}\right| = 1,8$$

$$RVa2 := \frac{Mdu2}{L} = -0,81818$$

$Mbcd2(x) := RVa2 \cdot x$

Cálculo dos Deslocamento Vertical do Ponto "a":





$$EI := \frac{E \cdot b \cdot h^{3}}{12} = 23920,3125$$

Barra "bc": devido a equação de 4° grau é preciso empregar integração analítica pois a tabela de integração fornecida contempla no máximo equações de 2° grau.

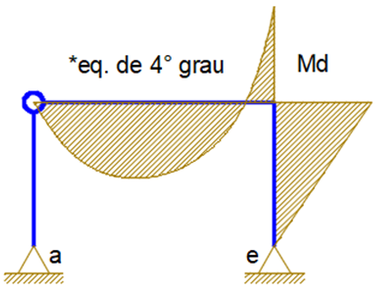
$$mbc := \frac{1}{EI} \cdot \int_{0}^{\frac{L}{2}} Mbc1(x) \cdot Mbcd(x)\,dx = 0,0019106$$

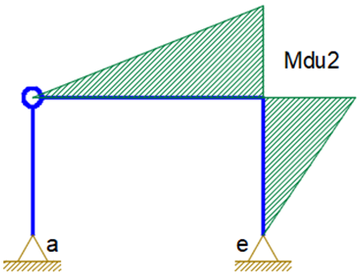
Barra "cd": devido a equação de 4° grau é preciso empregar integração analítica pois a tabela de integração fornecida contempla no máximo equações de 2° grau.

$$mcd := \frac{1}{EI} \cdot \int_{\frac{L}{2}}^{L} Mcd1(x) \cdot Mbcd(x)\,dx = 0,001254$$

$$\delta_vert_c := -1000 \cdot (mbc + mcd) = -3,1646 \qquad G15 := \delta_vert_c$$

Cálculo dos Deslocamento Horizontal do Ponto "c":

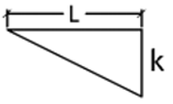


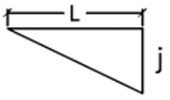


Barra "bcd": devido a equação de 4° grau é preciso empregar integração analítica pois a tabela de integração fornecida contempla no máximo equações de 2° grau.

$$mbd := \frac{1}{EI} \cdot \int_{0}^{L} Mbcd2(x) \cdot Mbcd(x)\,dx = -0,0019171$$

Barra "de":





1/3 Ljk

$$k := Md = -93,6000 \qquad j := Mdu2 = -3,6000$$

$$Lb := H = 3,6$$

$$mde := \frac{1}{3} \cdot Lb \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{EI} = 0,0169$$

$$\delta_hor_d := 1000 \cdot (mbd + mde) = 14,987 \qquad G16 := \delta_hor_d = 14,987$$