Universidade POSITIVO

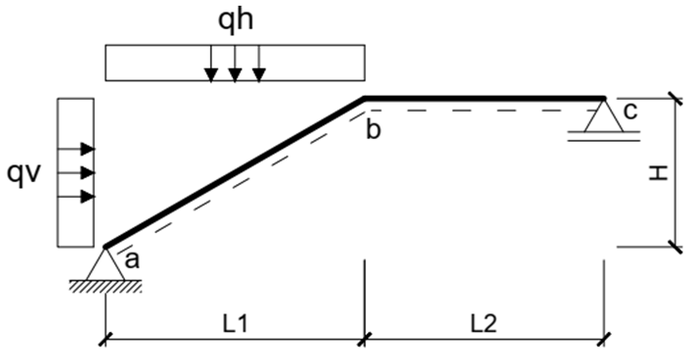
Engenharia Civil
Prova Bimestral: 2 / 1° Semestre de 2020
Disciplina: Teoria das Estruturas I

Código da Prova:
TE201-B2-4NA

Procedimento e Orientações:

1. Leia atentamente todas as instruções da prova.
2. Os dados **D1, D2, D3, D4 e D5** devem ser obtidos no site **www.jjscremin.com/provas** onde o aluno deve entrar com o código da prova (indicado no cabeçalho desta) e seu respectivo número de matrícula clicando no botão **"Buscar Dados"**.
3. Após obter as respostas para as 16 questões da prova o aluno deverá fotografar as páginas com o desenvolvimento dos cálculos e postar no AVA via item **"Postagem de TE201-B2-4NA"**;
4. Em seguida o aluno deverá postar as respostas finais para as 16 questões (inserindo somente números e utilizando "ponto" como separador de decimais) no site **www.jjscremin.com/provas.** Para tanto, o aluno deverá fazer/refazer a busca de dados com seu número de matrícula e código de prova, certificando-se de que seu nome apareça em vermelho no campo "Nome do Aluno" para em seguida preencher os 16 campos destinados às respostas, e por fim, clicar no botão **"Enviar Respostas"**.
5. **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
6. Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).

Problema A (0,625 ponto cada) :
Considerando o modelo estrutural esboçado, responda os questionamentos.



Dados:
L1 = D1 . 4,0 m
L2 = D2 . 4,0 m
H = D3 . 3,0 m
qh = D4 . 22 kN/m
qv = D5 . 14 kN/m

Q01 – Qual o valor do esforço cortante no ponto "a" da barra "ab" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q02 – Qual o valor do esforço axial no ponto "a" da barra "ab" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q03 – Qual o valor do esforço cortante no meio da barra "ab" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q04 – Qual o valor do esforço axial no meio da barra "ab" [em kN e sinal conforme a convenção]?

$D1 = 0,9$ $D2 = 0,8$ $D3 = 1,2$ $D4 = 1,4$ $D5 = 0,6$

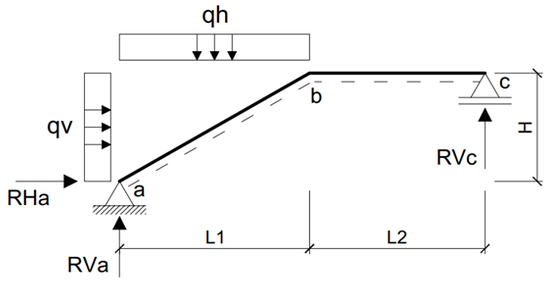
$L1 := D1 \cdot 4 = 3,6$ $L2 := D2 \cdot 4 = 3,2$ $H := D3 \cdot 3 = 3,6$ $qh := D4 \cdot 22 = 30,8$ $qv := D5 \cdot 14 = 8,4$

Reações de Apoio:

ΣFv = 0 (+) para direita:

```
RHa + qv.H = 0
```

$RHa := -qv \cdot H = -30,2400$

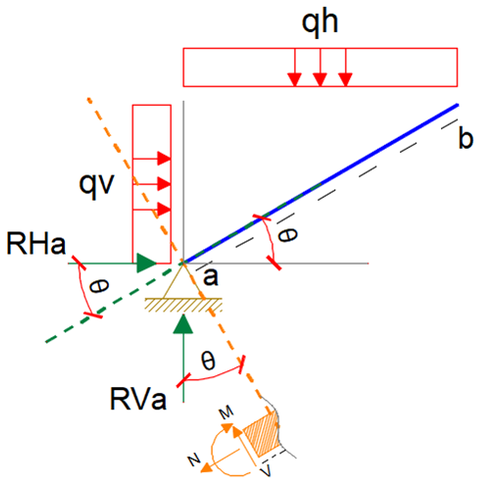


ΣMc = 0 (+) horário:

```
RVa.(L1+L2) -qh.L1.(L1/2+L2) -qv.H^2/2 -RHa.H = 0
```

$$RVa := \frac{1}{L1 + L2} \cdot \left(qh \cdot L1 \cdot \left(\frac{L1}{2} + L2 \right) + qv \cdot \frac{H^2}{2} + RHa \cdot H \right) = 73,5247$$

Equações de Esforço Cortante e Esforço Axial para a barra "ab":



$Lab := \sqrt{L1^2 + H^2} = 5,0912$ $RHa = -30,24$ $RVa = 73,5247$

$sen\theta := \frac{H}{Lab} = 0,7071$ $cos\theta := \frac{L1}{Lab} = 0,7071$

$Va := RVa \cdot cos\theta - RHa \cdot sen\theta = 73,3727$

$Na := -RVa \cdot sen\theta - RHa \cdot cos\theta = -30,6069$

$qab_perp := qh \cdot L1 \cdot cos\theta \cdot \frac{1}{Lab} + qv \cdot H \cdot sen\theta \cdot \frac{1}{Lab} = 19,6$

$qab_para := qh \cdot L1 \cdot sen\theta \cdot \frac{1}{Lab} - qv \cdot H \cdot cos\theta \cdot \frac{1}{Lab} = 11,2$

$Vab(x) := Va - qab_perp \cdot x$

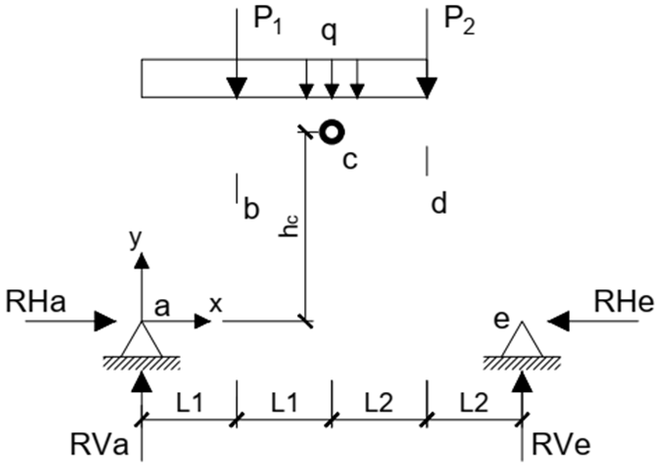
$Nab(x) := Na + qab_para \cdot x$

$G01 := Vab(0) = 73,3727$ $G02 := Nab(0) = -30,6069$

$G03 := Vab\left(\frac{Lab}{2}\right) = 23,4793$ $G04 := Nab\left(\frac{Lab}{2}\right) = -2,0964$

Problema B (0,625 ponto cada) :

Para a distribuição de carregamento indicada e posição de apoios e rótula interna, determinar as equações da linha de pressões para cada trecho respondendo os questionamentos.



Dados:
L1 = D2 . 4,0 m
L2 = D1 . 4,0 m
hc = D3 . 7,0 m
P1 = D4 . 60 kN
P2 = D5 . 40 kN
q = 15,0 kN/m

OBS: O arco não está desenhado ao lado pois o problema requer exatamente a determinação da geometria do mesmo

Q05 – Qual o valor da reação de apoio horizontal no ponto "a" [em kN e com positivo para direita]?
Q06 – Qual o valor do esforço axial à esquerda do ponto "b" do arco [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q07 – Qual o valor do esforço axial à direita do ponto "b" no arco [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q08 – Qual o valor do esforço axial à esquerda do ponto "d" do arco [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q09 – Qual o valor do esforço axial à direitado ponto "d" do arco [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q10 – Qual o valor da coordenada "y" para x = L1 / 2 [em m] ?
Q11 – Qual a coordenada "x" do ponto mais alto do arco [em m]?

$D1 = 0,9$ $D2 = 0,8$ $D3 = 1,2$ $D4 = 1,4$ $D5 = 0,6$

$L1 := D2 \cdot 4 = 3,2$ $L2 := D1 \cdot 4 = 3,6$ $hc := D3 \cdot 7 = 8,4$

$P1 := D4 \cdot 60 = 84$ $P2 := D5 \cdot 40 = 24$ $q := 15$

Equacionamento:

ΣMe = 0 (+) horário - olhando para "a"

RVa.(2.L1+2.L2) -P1.(L1+2.L2) -P2.L2 - q.(2.L1+L2).((2.L1+L2)/2 + L2)= 0

$$RVa := \frac{1}{(2 \cdot L1 + 2 \cdot L2)} \cdot \left(P1 \cdot (L1 + 2 \cdot L2) + P2 \cdot L2 + q \cdot (2 \cdot L1 + L2) \cdot \left(L1 + \frac{L2}{2} + L2 \right) \right) = 165,44$$

Equações de Momento de Viga Análoga:

$$Mabo(x) := RVa \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2}$$

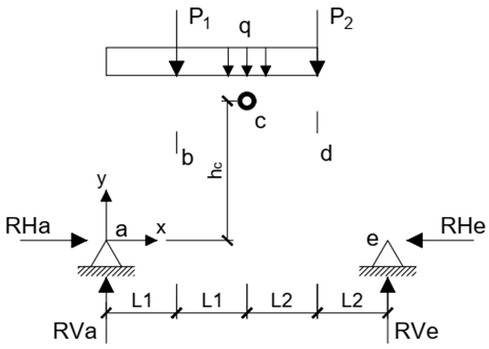
$$Mbdo(x) := Mabo(x) - P1 \cdot (x - L1)$$

$$Mdeo(x) := RVa \cdot x - P1 \cdot (x - L1) - q \cdot (2 \cdot L1 + L2) \cdot \left(x - \frac{(2 \cdot L1 + L2)}{2} \right) - P2 \cdot (x - (2 \cdot L1 + L2))$$

Cálculo do Empuxo H:

$$Mco := Mbdo(L1 + L1) = 482,82$$

$$H := \frac{Mco}{hc} = 57,479$$



Equações da Linha de Pressões:

$$yab(x) := \frac{Mabo(x)}{H} = \frac{7 \cdot x \cdot (375 - 17 \cdot x)}{912}$$

$$ybd(x) := \frac{Mbdo(x)}{H} = \frac{7 \cdot (25 \cdot x \cdot (375 - 17 \cdot x) - 952 \cdot (-16 + 5 \cdot x))}{22800}$$

$$yde(x) := \frac{Mdeo(x)}{H} = -\frac{7 \cdot (125 \cdot (-75 \cdot x + 68 \cdot (-5 + x)) + 952 \cdot (-16 + 5 \cdot x) - 1360 \cdot (10 - x))}{22800}$$

$G05 := H = 57,479$ $G10 := yab\left(\frac{L1}{2}\right) = 4,2712$

Ponto mais alto do arco:

$$x_mais_alto := \text{solve}\left(\frac{d}{dx} ybd(x); x\right) = 5,4294$$

$G11 := x_mais_alto = 5,4294$

Verificação das equações da Linha de Pressões:

$Mab(x) := Mabo(x) - H \cdot yab(x) = 0$

$Mbd(x) := Mbdo(x) - H \cdot ybd(x) = 0$

$Mde(x) := Mdeo(x) - H \cdot yde(x) = 0$

Equações de Esfçorços Axiais:

$$V_s(x) = V_{so}(x).cos(\alpha(x)) - H.sen(\alpha(x))$$
$$N_s(x) = -V_{so}(x).sen(\alpha(x)) - H.cos(\alpha(x))$$

$$\alpha(x) = arctg\left(\frac{dy(x)}{dx}\right)$$

$$\alpha ab(x) := \operatorname{atan}\left(\frac{d}{dx} yab(x)\right)$$

$$Nab(x) := -\frac{d}{dx} Mabo(x)\cdot\sin(\alpha ab(x)) - H\cdot\cos(\alpha ab(x))$$

$$\alpha bd(x) := \operatorname{atan}\left(\frac{d}{dx} ybd(x)\right)$$

$$Nbd(x) := -\frac{d}{dx} Mbdo(x)\cdot\sin(\alpha bd(x)) - H\cdot\cos(\alpha bd(x))$$

$$\alpha de(x) := \operatorname{atan}\left(\frac{d}{dx} yde(x)\right)$$

$$Nde(x) := -\frac{d}{dx} Mdeo(x)\cdot\sin(\alpha de(x)) - H\cdot\cos(\alpha de(x))$$

$Nb_esq := Nab(L1) = -130,75$ $\quad$ $Nb_dir := Nbd(L1) = -66,499$

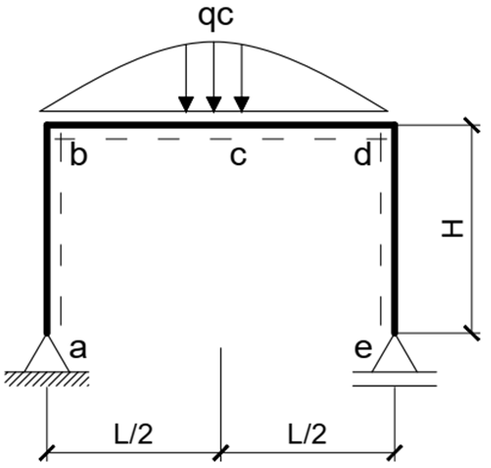
$Nd_esq := Nbd(2\cdot L1 + L2) = -89,466$ $\quad$ $Nd_dir := Nde(2\cdot L1 + L2) = -108,95$

$G06 := Nb_esq = -130,75$ $\quad$ $G07 := Nb_dir = -66,499$

$G08 := Nd_esq = -89,466$ $\quad$ $G09 := Nd_dir = -108,95$

Problema C (0,625 ponto cada) :

Considerando somente efeitos de momentos fletores calcular o deslocamento vertical do ponto "c" e o deslocamento horizontal do ponto "b" do modelo estrutural esbocado, empregando o princípio dos trabalhos virtuais para então responder os questionamentos.



Dados:
L = D1 . 4,0 m
H = D2 . 3,0 m
qc = D3 . 25 kN

- Todas as barras possuem seção transversal retangular de base b = 15 cm e altura h = 40 cm;
- Todas as barras possuem módulo de elasticidade E = D5 . 25 GPa ;

OBS: carregamento na barra "bcd" é parabólico de 2° grau sendo nulo nos pontos "b" e "d" e igual à "qc" no ponto "c".

Q12 – Qual o valor do momento fletor no ponto "c", da barra "bcd", para o carregamento real [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q13 – Qual o valor do momento fletor no ponto "c", da barra "bcd", para o carregamento virtual correlato ao cálculo do deslocamento vertical no ponto "c" [em kNm e em módulo] ?
Q14 – Qual o valor do momento fletor no ponto "c", da barra "bcd", para o carregamento virtual correlato ao cálculo do deslocamento horizontal no ponto "d" [em kNm e em módulo]?
Q15 – Qual o valor do deslocamento vertical do ponto "c" [em mm e positivo para cima] ?
Q16 – Qual o valor do deslocamento horizontal do ponto "b" [em mm e com positivo para direita] ?

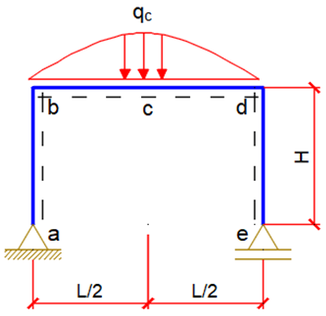
$D1 = 0,9$ $\quad$ $D2 = 0,8$ $\quad$ $D3 = 1,2$ $\quad$ $D4 = 1,4$ $\quad$ $D5 = 0,6$

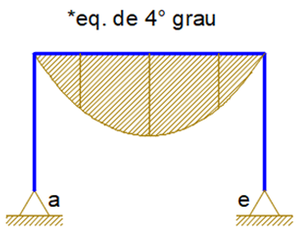
$L := D1\cdot 4 = 3,6$ $\quad$ $H := D2\cdot 3 = 2,4$ $\quad$ $qc := D3\cdot 25 = 30$

$E := D5\cdot 25\cdot 10^{6} = 1,5\cdot 10^{7}$ $\quad$ $b := 0,15$ $\quad$ $h := 0,40$

Diagrama de Momentos Fletores do Carregamento Real:

* reações positivas para cima e para direita





Equação de Carregamento:

$xb := 0 \qquad qb := 0$

$xc := \frac{L}{2} = 1,8 \qquad qc = 30$

$xd := L = 3,6 \qquad qd := 0$

$$MA := \begin{bmatrix} 1 & xb & xb^2 \\ 1 & xc & xc^2 \\ 1 & xd & xd^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1,8 & 3,24 \\ 1 & 3,6 & 12,96 \end{bmatrix}$$

$$VB := \begin{bmatrix} qb \\ qc \\ qd \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 30 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad coef := MA^{-1} \cdot VB = \begin{bmatrix} 0 \\ 33,333 \\ -9,2593 \end{bmatrix}$$

$A := coef_1 = 0$

$B := coef_2 = 33,3333$

$C := coef_3 = -9,2593$

$$qbcd(x) := A + B \cdot x + C \cdot x^2 = 0 + \frac{100}{3} \cdot x + \left(-\frac{250}{27}\right) \cdot x^2$$

$$Res_bcd := \int_0^L qbcd(x)\,dx = 72$$

$$x_res := \frac{\int_0^L x \cdot qbcd(x)\,dx}{Res_bcd} = 1,8 \qquad RHa := 0$$

ΣMe = 0 (+) horário: RVar.L - Res_bcd.(L - x_res) = 0

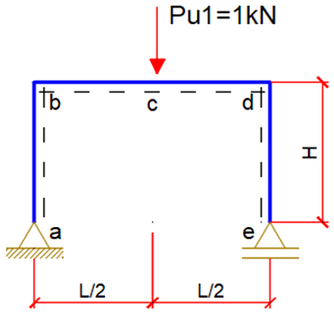
$$RVar := \frac{1}{L} \cdot Res_bcd \cdot (L - x_res) = 36$$

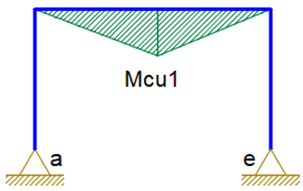
$$Mbcd(x) := RVar \cdot x - \int_0^x \int_0^x qbd(x)\,dx\,dx \qquad Mbcd(x) := RVar \cdot x - \left(A \cdot \frac{x^2}{2} + B \cdot \frac{x^3}{6} + C \cdot \frac{x^4}{12}\right)$$

$$Mc := Mbcd\left(\frac{L}{2}\right) = 40,5$$

$G12 := Mc = 40,5$

Diagrama de Momentos Fletores do Carregamento Virtual para Cálculo do Deslocamento Vertical do Ponto "a":





$Pu1 := 1$

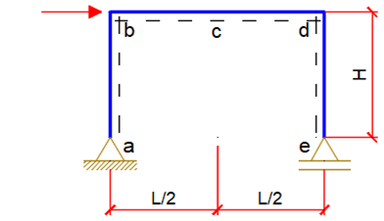
$$Mcu1 := \frac{Pu1 \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{2}}{L} = 0,9$$

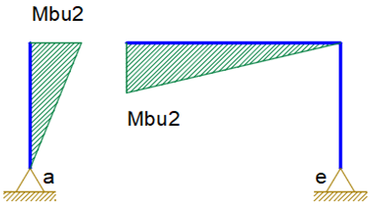
$$RVa1 := \frac{Pu1}{2} = 0,5$$

$G13 := |Mcu1| = 0,9$

$$Mbc1(x) := RVa1 \cdot x \qquad Mcd1(x) := RVa1 \cdot x - Pu1 \cdot \left(x - \frac{L}{2}\right)$$

Diagrama de Momentos Fletores do Carregamento Virtual para Cálculo do Deslocamento Horizontal do Ponto "c":





$$Pu2 := 1$$

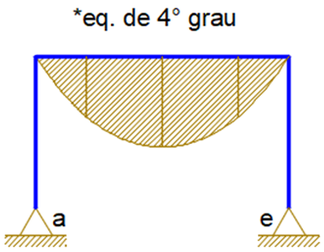
$$Mbu2 := Pu2 \cdot H = 2,4$$

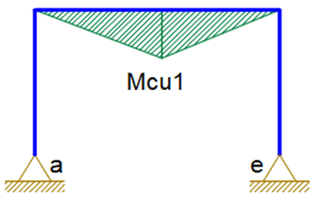
$$G14 := \left| \frac{Mbu2}{2} \right| = 1,2$$

$$RVa2 := \frac{-Mbu2}{L} = -0,66667$$

$$Mbcd2(x) := RVa2 \cdot x + Mbu2$$

Cálculo dos Deslocamento Vertical do Ponto "a":





$$EI := \frac{E \cdot b \cdot h^3}{12} = 12000$$

Barra "bc": devido a equação de 4° grau é preciso empregar integração analítica pois a tabela de integração fornecida contempla no máximo equações de 2° grau.

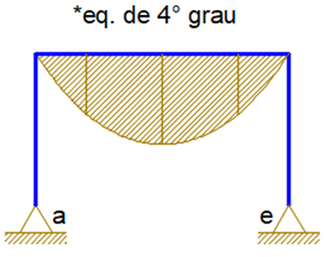
$$mbc1 := \frac{1}{EI} \cdot \int_0^{\frac{L}{2}} Mbc1(x) \cdot Mbcd(x) \, dx = 0,0022234$$

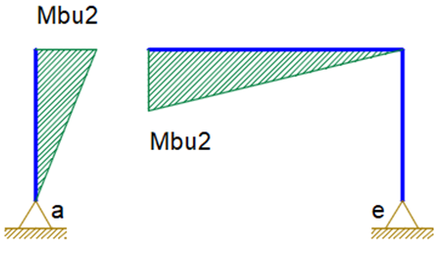
Barra "cd": devido a equação de 4° grau é preciso empregar integração analítica pois a tabela de integração fornecida contempla no máximo equações de 2° grau.

$$mcd1 := \frac{1}{EI} \cdot \int_{\frac{L}{2}}^{L} Mcd1(x) \cdot Mbcd(x) \, dx = 0,0022234$$

$$\delta_vert_c := -1000 \cdot (mbc1 + mcd1) = -4,4469 \qquad G15 := \delta_vert_c$$

Cálculo dos Deslocamento Horizontal do Ponto "c":





Barra "bcd": devido a equação de 4° grau é preciso empregar integração analítica pois a tabela de integração fornecida contempla no máximo equações de 2° grau.

$$mbcd2 := \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L Mbcd2(x) \cdot Mbcd(x)\,dx = 0,0093312$$

$$\delta_hor_b := 1000 \cdot mbcd2 = 9,3312 \qquad G16 := \delta_hor_b = 9,3312$$