Universidade POSITIVO

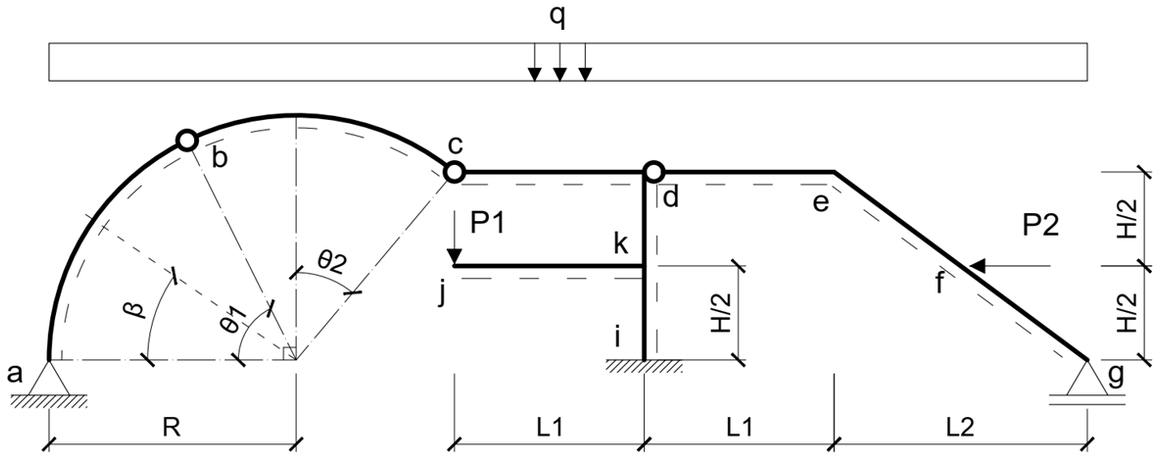
Engenharia Civil
Prova Substitutiva 1º Semestre de 2020
Disciplina: Teoria das Estruturas I

Código da Prova:
TE201-SB-4MA

Procedimento e Orientações:

1. Leia atentamente todas as instruções da prova.
2. Os dados **D1, D2, D3, D4 e D5** devem ser obtidos no site **www.jjscremin.com/provas** onde o aluno deve entrar com o código da prova (indicado no cabeçalho desta) e seu respectivo número de matrícula clicando no botão **"Buscar Dados"**.
3. Após obter as respostas para as 16 questões da prova o aluno deverá fotografar as páginas com o desenvolvimento dos cálculos e postar no AVA via item **"Postagem de TE201-SB-4MA"**;
4. Em seguida o aluno deverá postar as respostas finais para as 16 questões (inserindo somente números e utilizando "ponto" como separador de decimais) no site **www.jjscremin.com/provas.** Para tanto, o aluno deverá fazer/refazer a busca de dados com seu número de matrícula e código de prova, certificando-se de que seu nome apareça em vermelho no campo "Nome do Aluno" para em seguida preencher os 16 campos destinados às respostas, e por fim, clicar no botão **"Enviar Respostas"**.
5. **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
6. Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).

Problema A (0,625 ponto cada) :
Considerando o modelo estrutural esboçado, responda os questionamentos.



Dados:

- O trecho "abc" é um arco cujo formato é um setor circular;

L1 = D1 . 5,0 m **θ1 = D1 . 60°** **L2 = D2 . 5,0 m** **θ2 = D2 . 30°**

R = D3 . 6,0 m **H = R . cos(θ2)** **q = D4 . 25kN/m** **P1 = P2 = D5 . 30 kN**

- Todas as barras possuem seção transversal retangular de base b = 20 cm (entrante no plano do papel) e altura h = 50 cm (paralela ao plano do papel) com módulo de elasticidade E = 30 GPa.

Q01 – Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "a" [em kN e com positivo para cima]?
Q02 – Qual o valor do momento fletor no arco "abc" na posição relativa ao ângulo β = 30° [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q03 – Qual o valor do esforço cortante no arco "abc" na posição relativa ao ângulo β = 30° [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q04 – Qual o valor do esforço axial no arco "abc" na posição relativa ao ângulo β = 30° [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q05 – Qual o valor do momento fletor no arco "abc" na posição relativa ao ângulo β = 100° [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q06 – Qual o valor do esforço cortante no arco "abc" na posição relativa ao ângulo β = 100° [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q07 – Qual o valor do esforço axial no arco "abc" na posição relativa ao ângulo β = 100° [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q08 – Qual o valor do esforço cortante no ponto "d" da barra "cd" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q09 – Qual o valor do momento fletor no ponto "d" da barra "cd" [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q10 – Considerando que o ponto "k" não sofre nenhum tipo de deslocamento (nem horizontal, nem vertical e nem de rotação) e empregando o processo de integração da linha elástica (que contempla somente efeitos de momentos fletores conforme a teoria de viga de Euler-Bernoulli) calcule o valor da deflexão do ponto situado no meio da barra "jk" [em mm e com positivo para cima].
Q11 – Considerando que o ponto "k" não sofre nenhum tipo de deslocamento (nem horizontal, nem vertical e nem de rotação) e empregando o processo de integração da linha elástica (que contempla somente efeitos de momentos fletores conforme a teoria de viga de Euler-Bernoulli) calcule o valor da rotação do ponto situado no meio da barra "jk" [em rad e em módulo] .

Q12 - Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "g" [em kN e com positivo para cima]?
Q13 - Qual o valor do esforço cortante no ponto "f" to trecho "ef" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q14 - Qual o valor do esforço axial no ponto "f" to trecho "fg" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q15 - Qual o valor do momento fletor no ponto "e" da barra "de" [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q16 - Considerando simplificadamente que o ponto "d" não sofre deslocamento vertical e nem deslocamento horizontal e considerando somente os efeitos de momentos fletores, calcule o valor do deslocamento vertical no ponto "e" empregando o PTV [em mm e com positivo para cima].

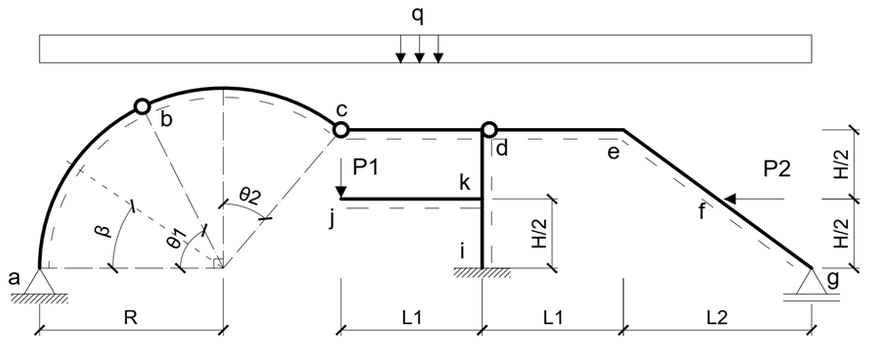
$D1 = 1,1$ $D2 = 0,6$ $D3 = 0,7$ $D4 = 0,6$ $D5 = 0,8$

$L1 := D1 \cdot 5 = 5,5$ $\theta 1 := D1 \cdot 60 = 66$ $L2 := D2 \cdot 5 = 3$ $\theta 2 := D2 \cdot 30 = 18$

$R := D3 \cdot 6 = 4,2$ $H := R \cdot \cos(\theta 2\ °) = 3,9944$ $q := D4 \cdot 25 = 15$ $P1 := D5 \cdot 30 = 24$

$b := 0,20$ $h := 0,50$ $E := 30 \cdot 10^{6}$ $P2 := P1 = 24$

Reações de Apoio do Arco:



$R = 4,2$

$Lhab := R - R \cdot \cos(\theta 1\ °) = 2,4917$

$Lhac := R + R \cdot \sin(\theta 2\ °) = 5,4979$

$Lvab := R \cdot \sin(\theta 1\ °) = 3,8369$

$Lvac := H = 3,9944$

ΣMc = 0 (+) horário - olhando para "a"

```
RVa.Lhac - RHa.Lvac - q.Lhac^2 / 2 = 0
```

ΣMb = 0 (+) horário - olhando para "a"

```
RVa.Lhab - RHa.Lvab - q.Lhab^2 / 2 = 0
```

Sistema de equações:

```
RVa.Lhac - RHa.Lvac = q.Lhac^2 / 2
RVa.Lhab - RHa.Lvab = q.Lhab^2 / 2
```

$$matrizA := \begin{bmatrix} Lhac & -Lvac \\ Lhab & -Lvab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,4979 & -3,9944 \\ 2,4917 & -3,8369 \end{bmatrix} \qquad vetorB := \begin{bmatrix} \frac{q \cdot Lhac^{2}}{2} \\ \frac{q \cdot Lhab^{2}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 226,6994 \\ 46,5645 \end{bmatrix}$$

$$vetorX := matrizA^{-1} \cdot vetorB = \begin{bmatrix} 61,3746 \\ 27,7212 \end{bmatrix}$$

$RVa := vetorX_{1} = 61,3746$

$RHa := vetorX_{2} = 27,7212$

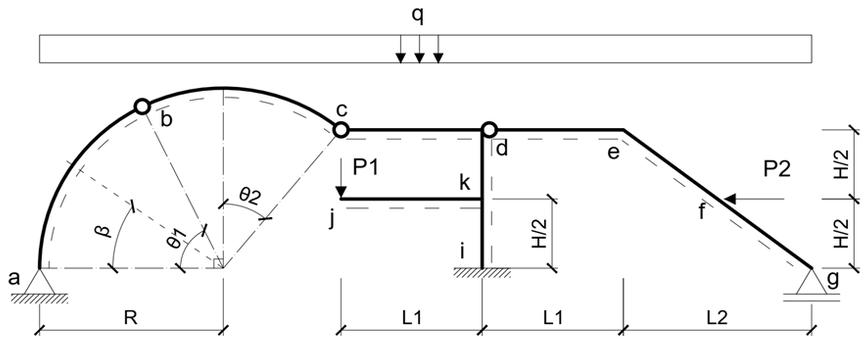
$G01 := RVa = 61,375$

ΣFv = 0 (+) para cima:

```
RVa + RVc - q.Lhac = 0
```

$RVc := -RVa + q \cdot Lhac = 21,093$

Equacionamento dos Esforços Internos no Arco "abc":



$$xp := R - R \cdot \cos(\beta)$$

$$yp := R \cdot \sin(\beta)$$

Equações de Momentos Fletores e Esforços Cortantes dos Trechos da Viga Análoga (em relação ao eixo "x"):

$$Mx(\beta) := RVa \cdot xp - \frac{q \cdot xp^{2}}{2}$$

$$Vx(\beta) := RVa - q \cdot xp$$

$$My(y) := -RHa \cdot yp$$

Equacionamento do trecho "ab" em função do ângulo "β" :

$$\alpha(\beta) := \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$M(\beta) := Mx(\beta) + My(\beta)$$

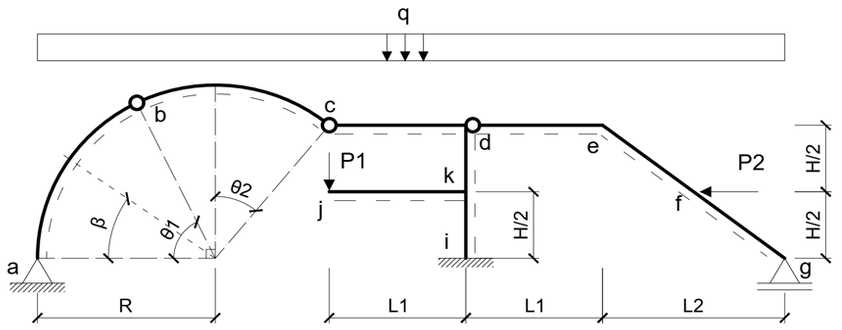
$$V(\beta) := Vx(\beta) \cdot \cos(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \sin(\alpha(\beta))$$

$$N(\beta) := (-Vx(\beta)) \cdot \sin(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \cos(\alpha(\beta))$$

$G02 := M(30°) = -26,054$ $\quad G03 := V(30°) = 2,4599$ $\quad G04 := N(30°) = -59,703$

$G05 := M(100°) = 5,6387$ $\quad G06 := V(100°) = -7,5606$ $\quad G07 := N(100°) = -29,482$

Barra "cd":



$$Vd_cd := -RVc - q \cdot L1 = -103,59$$

$$Md_cd := -RVc \cdot L1 - \frac{q \cdot L1^{2}}{2} = -342,89$$

$G08 := Vd_cd = -103,59$

$G09 := Md_cd = -342,89$

Barra "jk":

$$EI := \frac{E \cdot b \cdot h^{3}}{12} = 62500$$

$$Mjk(x) := -P1 \cdot x$$

$$\theta jk(x) := \left(\frac{-P1 \cdot x^{2}}{2} + C1\right) \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\delta jk(x) := \left(\frac{-P1 \cdot x^{3}}{6} + C1 \cdot x + C2\right) \cdot \frac{1}{EI}$$

Para x = L1 , θjk(L1) = 0 : $\quad C1 := \frac{P1 \cdot L1^{2}}{2} = 363$

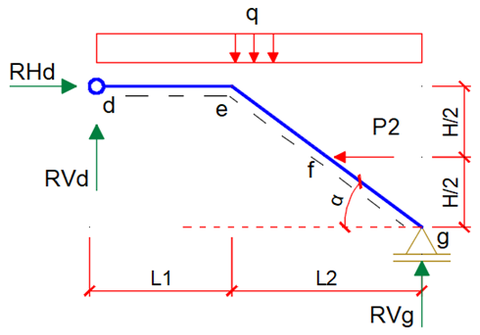
Para x = L1 , δjk(L1) = 0 : $\quad C2 := \frac{P1 \cdot L1^{3}}{6} - C1 \cdot L1 = -1331$

$$\theta jk(x) := \left(\frac{-P1 \cdot x^{2}}{2} + C1\right) \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\delta jk(x) := \left(\frac{-P1 \cdot x^{3}}{6} + C1 \cdot x + C2\right) \cdot \frac{1}{EI}$$

$G10 := \delta jk\left(\frac{L1}{2}\right)\cdot 1000 = -6,6550$ $G11 := \left|\theta jk\left(\frac{L1}{2}\right)\right| = 0,0043560$

Trecho "defg":



ΣMd = 0 (+) antihorário:

RVg.(L1+L2) - P2.H/2 - q.(L1+L2)^2/2 = 0

$RVg := \frac{1}{L1+L2}\cdot\left(P2\cdot\frac{H}{2}+\frac{q\cdot(L1+L2)^2}{2}\right) = 69,389$

ΣFh = 0 (+) para direita:

RHd - P2 = 0 $RHd := P2 = 24$

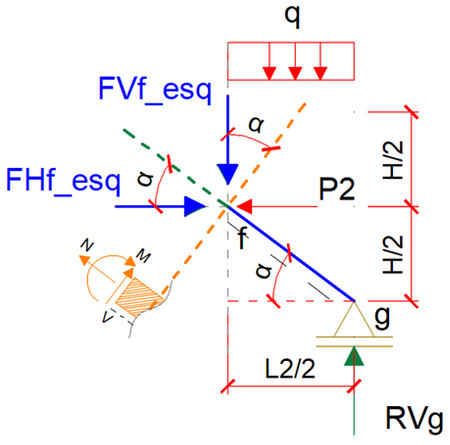
ΣFhv = 0 (+) para cima: RVd - q.(L1+L2) + RVg = 0

$RVd := q\cdot(L1+L2) - RVg = 58,111$

$G12 := RVg = 69,389$

$Me_de := RVd\cdot L1 - \frac{q\cdot L1^2}{2} = 92,734$ $Me_de := RVg\cdot L2 - \frac{q\cdot L2^2}{2} - P2\cdot\frac{H}{2} = 92,734$

$G15 := Me_de = 92,734$



$FVf_esq := -RVd + q\cdot\left(L1+\frac{L2}{2}\right) = 46,889$

$FHf_esq := RHd = 24$

$cos\alpha := \frac{L2}{\sqrt{L2^2+H^2}} = 0,60053$ $sen\alpha := \frac{H}{\sqrt{L2^2+H^2}} = 0,7996$

$Vf_ef := FHf_esq\cdot sen\alpha - FVf_esq\cdot cos\alpha = -8,9682$

$G13 := Vf_ef = -8,9682$

$FVf_dir := -RVd + q\cdot\left(L1+\frac{L2}{2}\right) = 46,889$

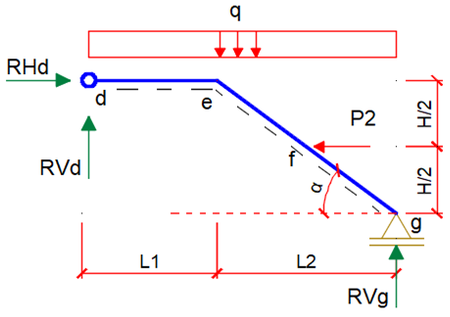
$FHf_dir := RHd - P2 = 0$

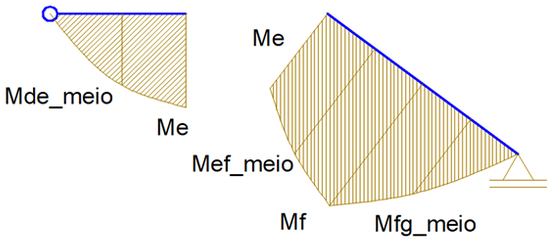
$Nf_fg := -FHf_dir\cdot cos\alpha - FVf_dir\cdot sen\alpha = -37,4926$

$G14 := Nf_fg = -37,493$

Deslocamento do ponto "e" via PTV:

Diagrama de Momentos Fletores Carregamento Real:





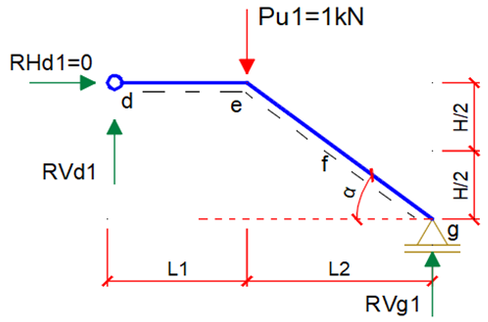
$Mde_meio := RVd \cdot \frac{L1}{2} - \frac{q \cdot (0,5 \cdot L1)^2}{2} = 103,09$ $Mfg_meio := RVg \cdot 0,25 \cdot L2 - \frac{q \cdot (0,25 \cdot L2)^2}{2} = 47,823$

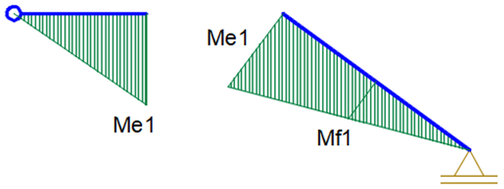
$Mf := RVg \cdot 0,5 \cdot L2 - \frac{q \cdot (0,5 \cdot L2)^2}{2} = 87,209$

$Mef_meio := RVg \cdot 0,75 \cdot L2 - \frac{q \cdot (0,75 \cdot L2)^2}{2} - P2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{H}{2} = 94,1903$

$Me := RVg \cdot 1,00 \cdot L2 - \frac{q \cdot (1,00 \cdot L2)^2}{2} - P2 \cdot \frac{H}{2} = 92,7344$ $Me_de = 92,734$

Diagrama de Momentos Fletores para o Carregamento Virtual (considerando que o ponto "d" não sofre deslocamentos de translação):





ΣMd = 0 (+) antihorário:

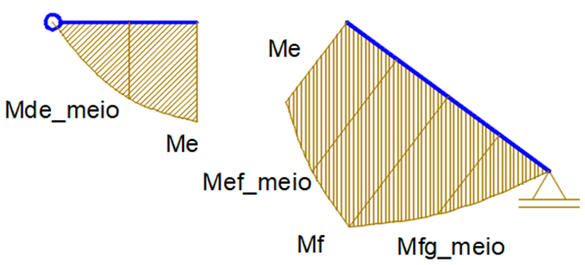
RVg1.(L1+L2) - Pu1.L1 = 0 $Pu1 := 1$

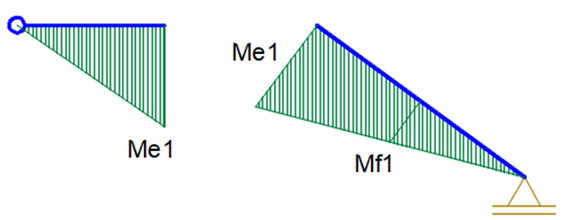
$RVg1 := \frac{1}{L1 + L2} \cdot Pu1 \cdot L1 = 0,64706$ $Me1 := RVg1 \cdot L2 = 1,9412$ $Mf1 := RVg1 \cdot \frac{L2}{2} = 0,9706$

$RVd1 := Pu1 - RVg1 = 0,35294$ $Me1 := RVd1 \cdot L1 = 1,9412$

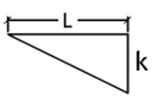
$Lefg := \sqrt{L2^2 + H^2} = 4,9956$

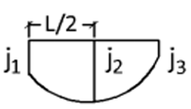
$H = 3,9944$





Barra "de":





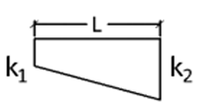
1/6 Lk(2j₂+j₃)

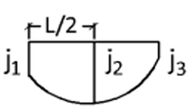
$k := Me1 = 1,9412$ $L := L1 = 5,5$

$j2 := Mde_meio = 103,0859$ $j3 := Me = 92,7344$

$mde := \frac{1}{6} \cdot L \cdot k \cdot (2 \cdot j2 + j3) \cdot \frac{1}{EI} = 0,0085$

Trecho "ef":





1/6 L[j₁k₁+ 2j₂(k₁+k₂)+j₃k₂]

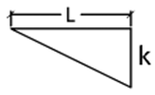
$k1 := Me1 = 1,9412$ $j1 := Me = 92,7344$

$k2 := Mf1 = 0,9706$ $j2 := Mef_meio = 94,1903$

$L := \frac{Lefg}{2} = 2,4978$ $j3 := Mf = 87,2088$

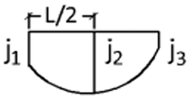
$$mef := \frac{1}{6} \cdot L \cdot \left(j1 \cdot k1 + 2 \cdot j2 \cdot \left(k1 + k2 \right) + j3 \cdot k2 \right) \cdot \frac{1}{EI} = 0,0054$$

Barra "de":



$k := Mf1 = 0,9706$

$L := \frac{Lefg}{2} = 2,4978$



1/6 Lk(2j2+j3)

$j2 := Mfg_meio = 47,8232$

$j3 := Mf = 87,2088$

$$mfg := \frac{1}{6} \cdot L \cdot k \cdot \left(2 \cdot j2 + j3 \right) \cdot \frac{1}{EI} = 0,0012$$

$\delta_ver_e := -1000 \cdot \left(mde + mef + mfg \right) = -15,1085$ mm

$G16 := \delta_ver_e = -15,109$