Universidade POSITIVO

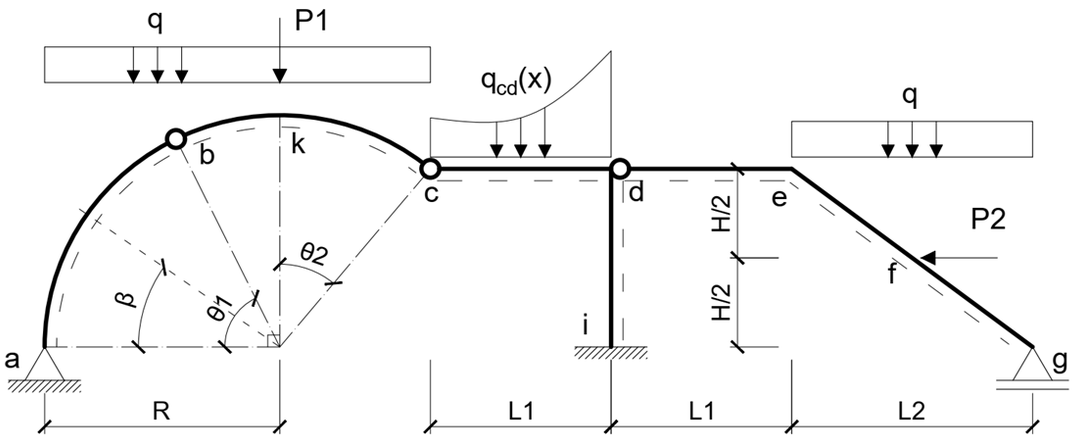
Engenharia Civil
Prova Substitutiva 1º Semestre de 2020
Disciplina: Teoria das Estruturas I

Código da Prova:
TE201-SB-4NA

Procedimento e Orientações:

1. Leia atentamente todas as instruções da prova.
2. Os dados **D1, D2, D3, D4 e D5** devem ser obtidos no site **www.jjscremin.com/provas** onde o aluno deve entrar com o código da prova (indicado no cabeçalho desta) e seu respectivo número de matrícula clicando no botão **"Buscar Dados"**.
3. Após obter as respostas para as 16 questões da prova o aluno deverá fotografar as páginas com o desenvolvimento dos cálculos e postar no AVA via item **"Postagem de TE201-SB-4NA"**;
4. Em seguida o aluno deverá postar as respostas finais para as 16 questões (inserindo somente números e utilizando "ponto" como separador de decimais) no site **www.jjscremin.com/provas.** Para tanto, o aluno deverá fazer/refazer a busca de dados com seu número de matrícula e código de prova, certificando-se de que seu nome apareça em vermelho no campo "Nome do Aluno" para em seguida preencher os 16 campos destinados às respostas, e por fim, clicar no botão **"Enviar Respostas"**.
5. **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
6. Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).

Problema A (0,625 ponto cada) :
Considerando o modelo estrutural esboçado, responda os questionamentos.



Dados:

- O trecho "abkc" é um arco cujo formato é um setor circular;

L1 = D1 . 5,0 m **θ1 = D1 . 55°** **L2 = D2 . 5,0 m** **θ2 = D2 . 30°** **qcd(x) = D3 . 5 . x^2**

R = D3 . 6,5 m **H = R . cos(θ2)** **q = D4 . 25kN/m** **P1 = P2 = D5 . 30 kN**

- Todas as barras possuem seção transversal retangular de base b = 15 cm (entrante no plano do papel) e altura h = 60 cm (paralela ao plano do papel) com módulo de elasticidade E = 30 GPa.

Q01 – Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "a" [em kN e com positivo para cima]?
Q02 – Qual o valor do momento fletor no arco "abkc" na posição relativa ao ângulo β = 30° [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q03 – Qual o valor do esforço cortante no arco "abkc" na posição relativa ao ângulo β = 30° [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q04 – Qual o valor do esforço axial no arco "abkc" na posição relativa ao ângulo β = 30° [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q05 – Qual o valor do momento fletor no arco "abkc" na posição relativa ao ângulo β = 100° [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q06 – Qual o valor do esforço cortante no arco "abkc" na posição relativa ao ângulo β = 100° [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q07 – Qual o valor do esforço axial no arco "abkc" na posição relativa ao ângulo β = 100° [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q08 – Qual o valor do esforço cortante no ponto "d" da barra "cd" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q09 – Qual o valor do momento fletor no ponto "d" da barra "cd" [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q10 – Considerando que o ponto "d" da barra "cd" não sofre nenhum tipo de deslocamento (nem horizontal, nem vertical e nem de rotação) e empregando o processo de integração da linha elástica (que contempla somente efeitos de momentos fletores conforme a teoria de viga de Euler-Bernoulli) calcule o valor da deflexão do ponto "c" [em mm e com positivo para cima].
Q11 – Considerando que o ponto "d" da barra "cd" não sofre nenhum tipo de deslocamento (nem horizontal, nem vertical e nem de rotação) e empregando o processo de integração da linha elástica (que contempla somente efeitos de momentos fletores conforme a teoria de viga de Euler-Bernoulli) calcule o valor da rotação do ponto "c" [em rad e em módulo] .

Q12 - Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "g" [em kN e com positivo para cima]?
Q13 - Qual o valor do esforço cortante no ponto "f" to trecho "ef" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q14 - Qual o valor do esforço axial no ponto "f" to trecho "fg" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q15 - Qual o valor do momento fletor no ponto "e" da barra "de" [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q16 - Considerando simplificadamente que o ponto "d" não sofre deslocamento vertical e nem deslocamento horizontal e considerando somente os efeitos de momentos fletores, calcule o valor do deslocamento vertical no ponto "e" empregando o PTV [em mm e com positivo para cima].

$D1 = 0,9$ $D2 = 1,4$ $D3 = 1,2$ $D4 = 0,6$ $D5 = 0,6$

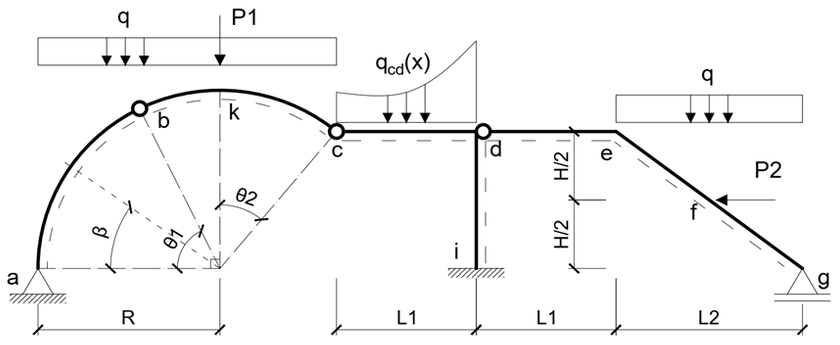
$L1 := D1 \cdot 5 = 4,5$ $\theta 1 := D1 \cdot 55 = 49,5$ $L2 := D2 \cdot 5 = 7$ $\theta 2 := D2 \cdot 30 = 42$

$R := D3 \cdot 6,5 = 7,8$ $H := R \cdot \cos(\theta 2\ °) = 5,7965$ $q := D4 \cdot 25 = 15$ $P1 := D5 \cdot 30 = 18$

$b := 0,15$ $h := 0,60$ $E := 30 \cdot 10^{6}$ $P2 := P1 = 18$

$qcd(x) := D3 \cdot 5 \cdot x^{2} = 6 \cdot x^{2}$

Reações de Apoio do Arco:



$R = 7,8$

$Lhab := R - R \cdot \cos(\theta 1\ °) = 2,7343$

$Lhac := R + R \cdot \sin(\theta 2\ °) = 13,0192$

$Lvab := R \cdot \sin(\theta 1\ °) = 5,9312$

$Lvac := H = 5,7965$

$Lhkc := R \cdot \sin(\theta 2\ °) = 5,2192$

ΣMc = 0 (+) horário - olhando para "a"

```
RVa.Lhac - RHa.Lvac - q.Lhac^2 / 2 - P1.Lhkc = 0
```

ΣMb = 0 (+) horário - olhando para "a"

```
RVa.Lhab - RHa.Lvab - q.Lhab^2 / 2 = 0
```

Sistema de equações:

```
RVa.Lhac - RHa.Lvac = q.Lhac^2 / 2 + P1.Lhkc
RVa.Lhab - RHa.Lvab = q.Lhab^2 / 2
```

$$matrizA := \begin{bmatrix} Lhac & -Lvac \\ Lhab & -Lvab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13,0192 & -5,7965 \\ 2,7343 & -5,9312 \end{bmatrix} \quad vetorB := \begin{bmatrix} \frac{q \cdot Lhac^{2}}{2} + P1 \cdot Lhkc \\ \frac{q \cdot Lhab^{2}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1365,1964 \\ 56,0732 \end{bmatrix}$$

$$vetorX := matrizA^{-1} \cdot vetorB = \begin{bmatrix} 126,6452 \\ 48,9303 \end{bmatrix}$$

$RVa := vetorX_{1} = 126,6452$

$RHa := vetorX_{2} = 48,9303$

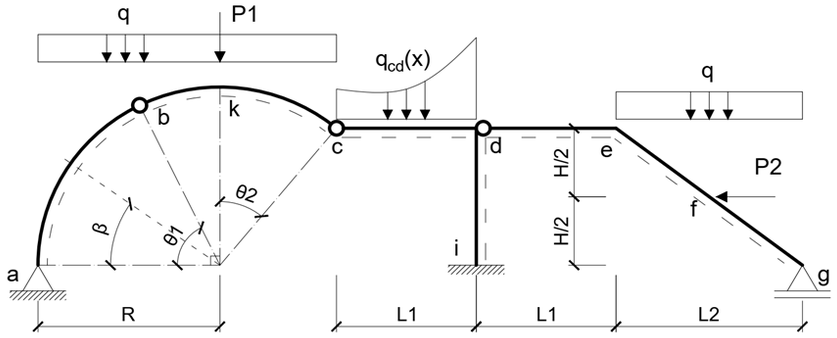
$G01 := RVa = 126,65$

ΣFv = 0 (+) para cima:

```
RVa + RVc - q.Lhac - P1 = 0
```

$RVc := -RVa + q \cdot Lhac + P1 = 86,643$

Equacionamento dos Esforços Internos no Arco "abc":



$$xp := R - R \cdot \cos(\beta)$$

$$yp := R \cdot \sin(\beta)$$

Equações de Momentos Fletores e Esforços Cortantes dos Trechos da Viga Análoga (em relação à um sistema de eixos "x-y" com origem no ponto "a" - sendo x horizontal e y vertical):

$$Makx(\beta) := RVa \cdot xp - \frac{q \cdot xp^2}{2} \qquad Mkcx(\beta) := RVa \cdot xp - \frac{q \cdot xp^2}{2} - P1 \cdot (xp - R)$$

$$Vakx(\beta) := RVa - q \cdot xp \qquad Vkcx(\beta) := RVa - q \cdot xp - P1$$

$$My(y) := -RHa \cdot yp$$

Equacionamento do trecho "ak" em função do ângulo "β" :

$$\alpha(\beta) := \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$Mak(\beta) := Makx(\beta) + My(\beta)$$

$$Vak(\beta) := Vakx(\beta) \cdot \cos(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \sin(\alpha(\beta))$$

$$Nak(\beta) := (-Vakx(\beta)) \cdot \sin(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \cos(\alpha(\beta))$$

Equacionamento do trecho "kc" em função do ângulo "β" :

$$Mkc(\beta) := Mkcx(\beta) + My(\beta)$$

$$Vkc(\beta) := Vkcx(\beta) \cdot \cos(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \sin(\alpha(\beta))$$

$$Nkc(\beta) := (-Vkcx(\beta)) \cdot \sin(\alpha(\beta)) - RHa \cdot \cos(\alpha(\beta))$$

$$G02 := Mak(30\,°) = -66,674 \qquad G03 := Vak(30\,°) = 13,110 \qquad G04 := Nak(30\,°) = -120,57$$

$$G05 := Mkc(100\,°) = 130,60 \qquad G06 := Vkc(100\,°) = -19,739 \qquad G07 := Nkc(100\,°) = -53,166$$

Barra "cd":

$$EI := \frac{E \cdot b \cdot h^3}{12} = 81000 \qquad qcd(x) := D3 \cdot 5 \cdot x^2 \qquad Mc := 0$$

$$Vcd(x) := Vc - \int_0^x qcd(x)\,dx \qquad Vcd(x) := -RVc - D3 \cdot 5 \cdot \frac{x^3}{3} \qquad Vd_cd := Vcd(L1) = -268,89$$

$$Mcd(x) := Mc + \int_0^x Vcd(x)\,dx \qquad Mcd(x) := -RVc \cdot x - D3 \cdot 5 \cdot \frac{x^4}{12} \qquad Md_cd := Mcd(L1) = -594,92$$

$$\theta cd(x) := \left(\theta c + \int_0^x Mcd(x)\,dx\right) \cdot \frac{1}{EI} \qquad \theta cd(x) := \left(\theta c - RVc \cdot \frac{x^2}{2} - D3 \cdot 5 \cdot \frac{x^5}{60}\right) \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\delta cd(x) := \left(\delta c + \int_0^x \theta cd(x)\,dx\right) \cdot \frac{1}{EI} \qquad \delta cd(x) := \left(\delta c + \theta c \cdot x - RVc \cdot \frac{x^3}{6} - D3 \cdot 5 \cdot \frac{x^6}{360}\right) \cdot \frac{1}{EI}$$

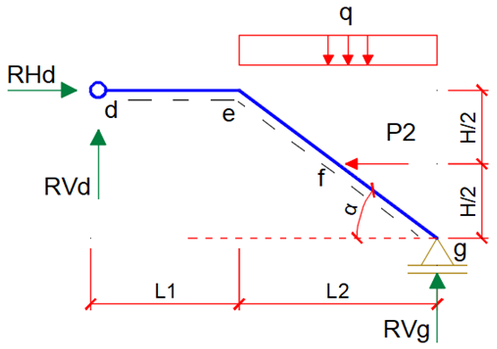
Para x = L1 , θcd(L1) = 0 : $\theta c := RVc \cdot \frac{L1^{2}}{2} + D3 \cdot 5 \cdot \frac{L1^{5}}{60} = 1061,8$

Para x = L1 , δcd(L1) = 0 : $\delta c := RVc \cdot \frac{L1^{3}}{6} + D3 \cdot 5 \cdot \frac{L1^{6}}{360} - \theta c \cdot L1 = -3323,8$

$G08 := Vd_cd = -268,89$ $G09 := Md_cd = -594,92$

$G10 := 1000 \cdot \frac{\delta c}{EI} = -41,034$ $G11 := \left|\frac{\theta c}{EI}\right| = 0,013109$

Trecho "defg":



ΣMd = 0 (+) antihorário:

RVg.(L1+L2) - P2.H/2 - q.L2.(L1+L2/2)= 0

$RVg := \frac{1}{L1 + L2} \cdot \left(P2 \cdot \frac{H}{2} + q \cdot L2 \cdot \left(L1 + \frac{L2}{2}\right)\right) = 77,58$

ΣFh = 0 (+) para direita:

RHd - P2 = 0 $RHd := P2 = 18$

ΣFhv = 0 (+) para cima: RVd - q.L2 + RVg = 0

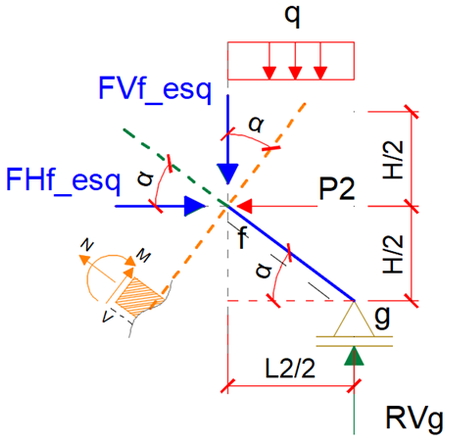
$RVd := q \cdot L2 - RVg = 27,42$

$G12 := RVg = 77,58$

$Me_de := RVd \cdot L1 = 123,3905$

$Me_de := RVg \cdot L2 - \frac{q \cdot L2^{2}}{2} - P2 \cdot \frac{H}{2} = 123,3905$

$G15 := Me_de = 123,39$



$FVf_esq := -RVd + q \cdot \frac{L2}{2} = 25,08$

$FHf_esq := RHd = 18$

$cos\alpha := \frac{L2}{\sqrt{L2^{2} + H^{2}}} = 0,77021$ $sen\alpha := \frac{H}{\sqrt{L2^{2} + H^{2}}} = 0,6378$

$Vf_ef := FHf_esq \cdot sen\alpha - FVf_esq \cdot cos\alpha = -7,8365$

$G13 := Vf_ef = -7,8365$

$FVf_dir := -RVd + q \cdot \frac{L2}{2} = 25,080$

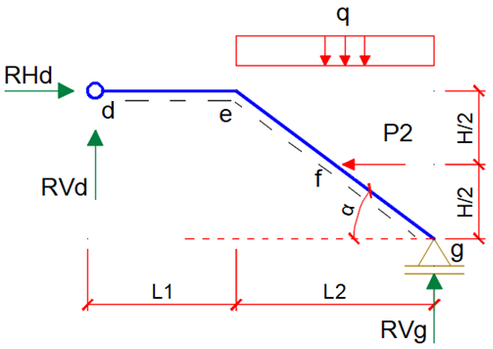
$FHf_dir := RHd - P2 = 0$

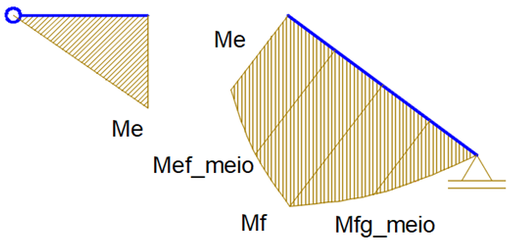
$Nf_fg := -FHf_dir \cdot cos\alpha - FVf_dir \cdot sen\alpha = -15,9957$

$G14 := Nf_fg = -15,996$

Deslocamento do ponto "e" via PTV:

Diagrama de Momentos Fletores Carregamento Real:





$$Mf := RVg \cdot 0,5 \cdot L2 - \frac{q \cdot (0,5 \cdot L2)^2}{2} = 179,65$$

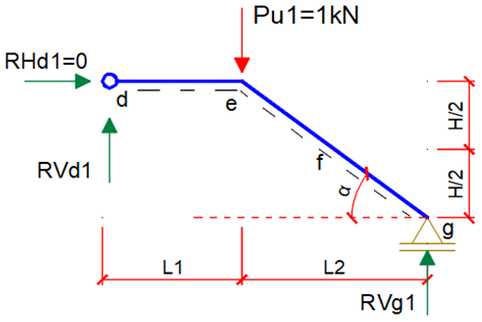
$$Mfg_meio := RVg \cdot 0,25 \cdot L2 - \frac{q \cdot (0,25 \cdot L2)^2}{2} = 112,8$$

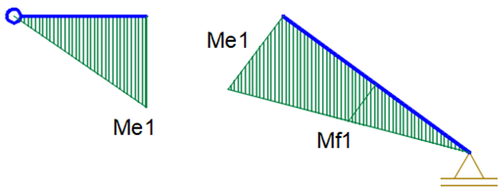
$$Mef_meio := RVg \cdot 0,75 \cdot L2 - \frac{q \cdot (0,75 \cdot L2)^2}{2} - P2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{H}{2} = 174,4913$$

$$Me := RVg \cdot 1,00 \cdot L2 - \frac{q \cdot (1,00 \cdot L2)^2}{2} - P2 \cdot \frac{H}{2} = 123,3905$$

$$Me_de = 123,39$$

Diagrama de Momentos Fletores para o Carregamento Virtual (considerando que o ponto "d" não sofre deslocamentos de translação):





ΣMd = 0 (+) antihorário:

RVg1.(L1+L2) - Pu1.L1 = 0 $\qquad Pu1 := 1$

$$RVg1 := \frac{1}{L1 + L2} \cdot Pu1 \cdot L1 = 0,3913$$

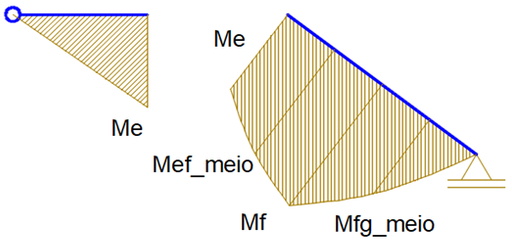
$$RVd1 := Pu1 - RVg1 = 0,6087$$

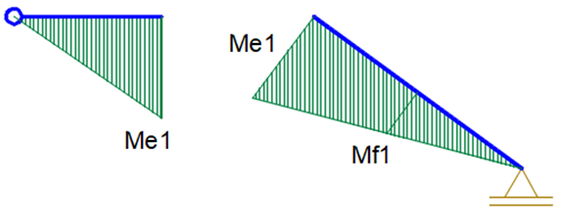
$$Me1 := RVg1 \cdot L2 = 2,7391$$

$$Me1 := RVd1 \cdot L1 = 2,7391$$

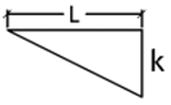
$$Mf1 := RVg1 \cdot \frac{L2}{2} = 1,3696$$

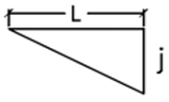
$$Lefg := \sqrt{L2^2 + H^2} = 9,0884$$





Barra "de":





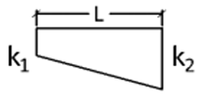
1/3 Ljk

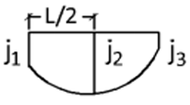
$k := Me \qquad j := Me1$

$L := L1 = 4,5$

$mde := \frac{1}{3} \cdot L \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{EI} = 0,0063$

Trecho "ef":





1/6 L[j_1k_1+ $2j_2(k_1+k_2)+j_3k_2$]

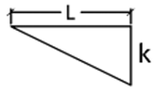
$k1 := Me1 = 2,7391 \qquad j1 := Me = 123,3905$

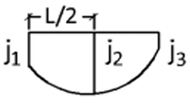
$k2 := Mf1 = 1,3696 \qquad j2 := Mef_meio = 174,4913$

$L := \frac{Lefg}{2} = 4,5442 \qquad j3 := Mf = 179,6546$

$mef := \frac{1}{6} \cdot L \cdot \left(j1 \cdot k1 + 2 \cdot j2 \cdot \left(k1 + k2\right) + j3 \cdot k2\right) \cdot \frac{1}{EI} = 0,0189$

Barra "de":





1/6 Lk($2j_2$+j_3)

$k := Mf1 = 1,3696 \qquad L := \frac{Lefg}{2} = 4,5442$

$j2 := Mfg_meio = 112,7961 \qquad j3 := Mf = 179,6546$

$mfg := \frac{1}{6} \cdot L \cdot k \cdot \left(2 \cdot j2 + j3\right) \cdot \frac{1}{EI} = 0,0052$

$\delta_ver_e := -1000 \cdot \left(mde + mef + mfg\right) = -30,3163$ mm

$G16 := \delta_ver_e = -30,316$