Universidade POSITIVO

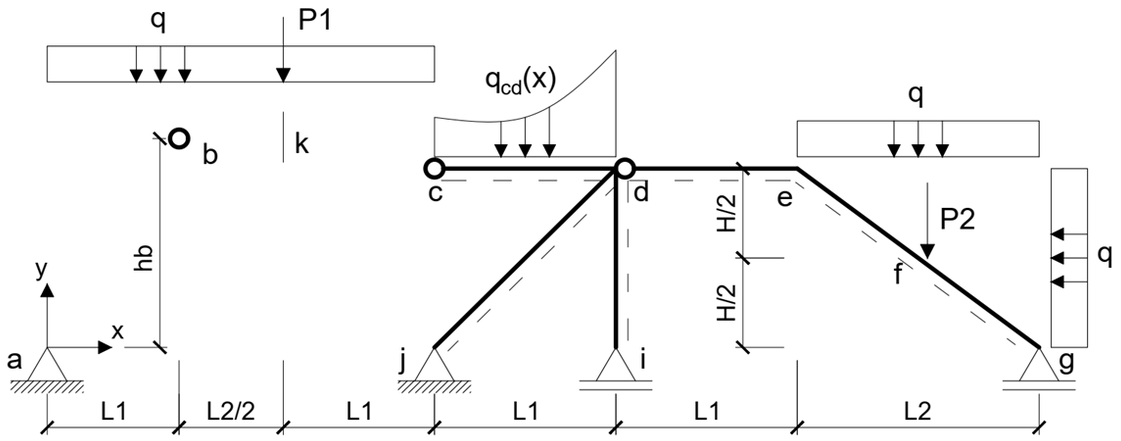
Engenharia Civil
Prova Substitutiva 1º Semestre de 2020
Disciplina: Teoria das Estruturas I

Código da Prova:
TE201-SB-4NB

Procedimento e Orientações:

1. Leia atentamente todas as instruções da prova.
2. Os dados **D1, D2, D3, D4 e D5** devem ser obtidos no site **www.jjscremin.com/provas** onde o aluno deve entrar com o código da prova (indicado no cabeçalho desta) e seu respectivo número de matrícula clicando no botão **"Buscar Dados"**.
3. Após obter as respostas para as 16 questões da prova o aluno deverá fotografar as páginas com o desenvolvimento dos cálculos e postar no AVA via item **"Postagem de TE201-SB-4NB"**;
4. Em seguida o aluno deverá postar as respostas finais para as 16 questões (inserindo somente números e utilizando "ponto" como separador de decimais) no site **www.jjscremin.com/provas.** Para tanto, o aluno deverá fazer/refazer a busca de dados com seu número de matrícula e código de prova, certificando-se de que seu nome apareça em vermelho no campo "Nome do Aluno" para em seguida preencher os 16 campos destinados às respostas, e por fim, clicar no botão **"Enviar Respostas"**.
5. **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
6. Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).

Problema A (0,625 ponto cada) :
Determinar as equações de linha de pressões para o trecho "abkc" e repsonder os questionamentos.



Dados:

L1 = D1 . 4,0 m **L2 = D2 . 5,0 m** **hb = D3 . 7,0 m** **H = D4 . 4,0 m**
qcd(x) = 10 + D5 . x^2 kN/m **q = D4 . 25kN/m** **P1 = P2 = D5 . 40 kN**

- Todas as barras possuem seção transversal retangular de base b = 20 cm (entrante no plano do papel) e altura h = 60 cm (paralela ao plano do papel) com módulo de elasticidade E = 30 GPa.

Q01 – Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "a" [em kN e com positivo para cima]?
Q02 – Qual o valor da coordenada "y" para x = 3,00 m na linha de pressões "abkc" [em m]?
Q03 – Qual o valor da coordenada "y" para o ponto "k" na linha de pressões "abkc" [em m]?
Q04 – Qual o valor do esforço axial na linha de pressões "abkc" para x = 3,00 m [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q05 – Qual o valor do esforço axial na linha de pressões "abkc" à esquerda do ponto "b" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q06 – Qual o valor do esforço axial na linha de pressões "abkc" à direita do ponto "k" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q07 – Qual o valor do esforço axial na linha de pressões "abkc" no ponto "c" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q08 – Qual o valor do esforço cortante no ponto "d" da barra "cd" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q09 – Qual o valor do momento fletor no ponto "d" da barra "cd" [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q10 – Considerando que o ponto "d" da barra "cd" não sofre nenhum tipo de deslocamento (nem horizontal, nem vertical e nem de rotação) e empregando o processo de integração da linha elástica (que contempla somente efeitos de momentos fletores conforme a teoria de viga de Euler-Bernoulli) calcule o valor da deflexão do ponto "c" [em mm e com positivo para cima].
Q11 – Considerando que o ponto "d" da barra "cd" não sofre nenhum tipo de deslocamento (nem horizontal, nem vertical e nem de rotação) e empregando o processo de integração da linha elástica (que contempla somente efeitos de momentos fletores conforme a teoria de viga de Euler-Bernoulli) calcule o valor da rotação do ponto "c" [em rad e em módulo] .

Q12 - Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "g" [em kN e com positivo para cima]?
Q13 - Qual o valor do esforço cortante no ponto "f" to trecho "ef" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q14 - Qual o valor do esforço axial no ponto "f" to trecho "fg" [em kN e sinal conforme a convenção]?
Q15 - Qual o valor do momento fletor no ponto "e" da barra "de" [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q16 - Considerando simplificadamente que o ponto "d" não sofre deslocamento vertical e nem deslocamento horizontal e considerando somente os efeitos de momentos fletores, calcule o valor do deslocamento vertical no ponto "e" empregando o PTV [em mm e com positivo para cima].

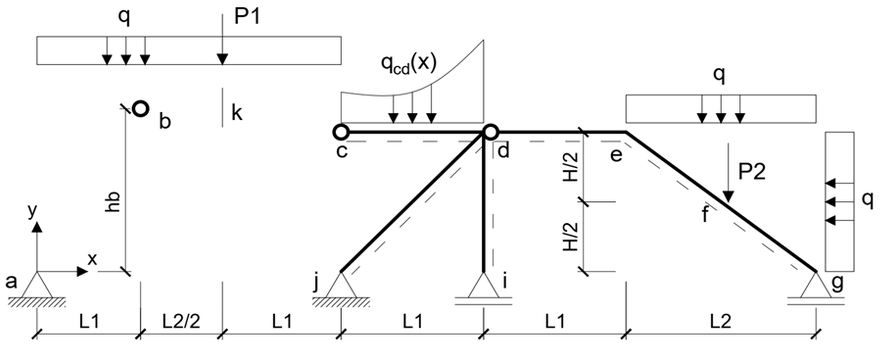
$D1 := 1,1$ $D2 := 1$ $D3 := 1$ $D4 := 1$ $D5 := 0,8$

$L1 := D1 \cdot 4 = 4,4$ $L2 := D2 \cdot 5 = 5$ $hb := D3 \cdot 7 = 7$ $H := D4 \cdot 4,0 = 4$

$qcd := 10 + D5 \cdot x^2$ $q := D4 \cdot 25 = 25$ $P1 := D5 \cdot 40 = 32$ $P2 := P1 = 32$

$b := 0,20$ $h := 0,60$ $E := 30 \cdot 10^6$

Reações de Apoio da Linha de Pressões:



$Lhac := 2 \cdot L1 + \frac{L2}{2} = 11,3$

ΣMc = 0 (+) horário - olhando para "a"

```
RVa.Lhac - RHa.H - q.Lhac^2 / 2 - P1.L1 = 0
```

ΣMb = 0 (+) horário - olhando para "a"

```
RVa.L1 - RHa.hb - q.L1^2 / 2 = 0
```

Sistema de equações:

```
RVa.Lhac - RHa.H = q.Lhac^2 / 2 + P1.L1
RVa.L1 - RHa.hb = q.L1^2 / 2
```

$$matrizA := \begin{bmatrix} Lhac & -H \\ L1 & -hb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11,3000 & -4,0000 \\ 4,4000 & -7,0000 \end{bmatrix} \qquad vetorB := \begin{bmatrix} \frac{q \cdot Lhac^2}{2} + P1 \cdot L1 \\ \frac{q \cdot L1^2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1736,9250 \\ 242,0000 \end{bmatrix}$$

$$vetorX := matrizA^{-1} \cdot vetorB = \begin{bmatrix} 181,9589 \\ 79,8028 \end{bmatrix}$$

$RVa := vetorX_1 = 181,9589$

$RHa := vetorX_2 = 79,8028$

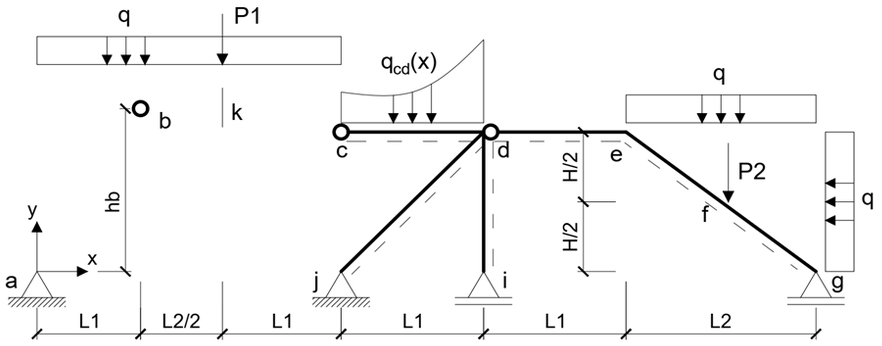
$G01 := RVa = 181,96$

ΣFv = 0 (+) para cima:

```
RVa + RVc - q.Lhac - P1 = 0
```

$RVc := -RVa + q \cdot Lhac + P1 = 132,54$

Equacionamento da Linha de Pressões:



Equações de Momentos Fletores da Viga Análoga (em relação à um sistema de eixos "x-y" com origem no ponto "a" - sendo x horizontal e y vertical):

$$Mako(x) := RVa \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} \qquad Mkco(x) := RVa \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - P1 \cdot \left(x - L1 - \frac{L2}{2}\right)$$

$$Vako(x) := RVa - q \cdot x \qquad Vkco(x) := RVa - q \cdot x - P1$$

Equações da Linha de Pressões :

$$Vkco\left(2 \cdot L1 + \frac{L2}{2}\right) = -132,54$$

$$yak(x) := \frac{Mako(x)}{RHa} \qquad ykc(x) := \frac{Mkco(x)}{RHa}$$

$$G02 := yak(3) = 5,4306 \qquad G03 := yak\left(L1 + \frac{L2}{2}\right) = 8,2753 \quad \text{ou} \quad G03 := ykc\left(L1 + \frac{L2}{2}\right) = 8,2753$$

Equacionamento do trecho "ak" :

$$\alpha ak(x) := \operatorname{atan}\left(\frac{d}{d\,x} yak(x)\right)$$

$$Nak(x) := (-Vako(x)) \cdot \sin(\alpha ak(x)) - RHa \cdot \cos(\alpha ak(x))$$

Equacionamento do trecho "ak" :

$$\alpha kc(x) := \operatorname{atan}\left(\frac{d}{d\,x} ykc(x)\right)$$

$$Nkc(x) := (-Vkco(x)) \cdot \sin(\alpha kc(x)) - RHa \cdot \cos(\alpha kc(x))$$

$$G04 := Nak(3) = -133,45 \qquad G05 := Nak(L1) = -107,45$$

$$G06 := Nkc\left(L1 + \frac{L2}{2}\right) = -82,9251 \qquad G07 := Nkc\left(2 \cdot L1 + \frac{L2}{2}\right) = -154,7114$$

Barra "cd":

$$EI := \frac{E \cdot b \cdot h^3}{12} = 1,08 \cdot 10^5 \qquad qcd(x) := 10 + D5 \cdot x^2 \qquad Mc := 0$$

$$Vcd(x) := Vc - \int_0^x qcd(x)\,d\,x \qquad Vcd(x) := -RVc - \left(10 \cdot x + D5 \cdot \frac{x^3}{3}\right) \qquad Vd_cd := Vcd(L1) = -199,26$$

$$Mcd(x) := Mc + \int_0^x Vcd(x)\,d\,x \qquad Mcd(x) := -RVc \cdot x - \left(10 \cdot \frac{x^2}{2} + D5 \cdot \frac{x^4}{12}\right) \qquad Md_cd := Mcd(L1) = -704,97$$

$$\theta cd(x) := \left(\theta c + \int_0^x Mcd(x)\,d\,x\right) \cdot \frac{1}{EI} \qquad \theta cd(x) := \left(\theta c - RVc \cdot \frac{x^2}{2} - \left(10 \cdot \frac{x^3}{6} + D5 \cdot \frac{x^5}{60}\right)\right) \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\delta cd(x) := \left(\delta c + \int_0^x \theta cd(x)\,dx \right) \cdot \frac{1}{EI} \qquad \delta cd(x) := \left(\delta c + \theta c \cdot x - RVc \cdot \frac{x^3}{6} - \left(10 \cdot \frac{x^4}{24} + D5 \cdot \frac{x^6}{360} \right) \right) \cdot \frac{1}{EI}$$

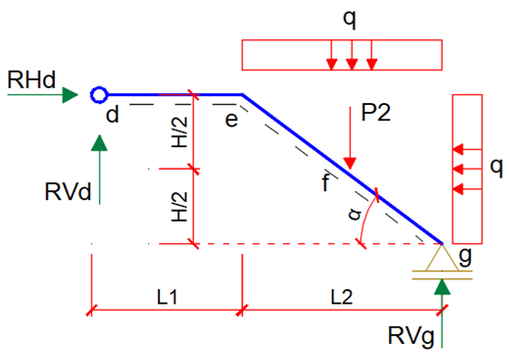
Para x = L1 , θcd(L1) = 0 : $\theta c := RVc \cdot \frac{L1^2}{2} + 10 \cdot \frac{L1^3}{6} + D5 \cdot \frac{L1^5}{60} = 1447,0$

Para x = L1 , δcd(L1) = 0 : $\delta c := RVc \cdot \frac{L1^3}{6} + 10 \cdot \frac{L1^4}{24} + D5 \cdot \frac{L1^6}{360} - \theta c \cdot L1 = -4312,6$

$G08 := Vd_cd = -199,26$ $\qquad$ $G09 := Md_cd = -704,97$

$G10 := 1000 \cdot \frac{\delta c}{EI} = -39,931$ $\qquad$ $G11 := \left| \frac{\theta c}{EI} \right| = 0,013398$

Trecho "defg":



ΣMd = 0 (+) antihorário:

RVg.(L1+L2) - P2.(L1+L2/2) - q.L2.(L1+L2/2)- q.H^2/2 = 0

$RVg := \frac{1}{L1 + L2} \cdot \left(P2 \cdot \left(\frac{L2}{2} + L1 \right) + q \cdot L2 \cdot \left(L1 + \frac{L2}{2} \right) + q \cdot \frac{H^2}{2} \right)$

$RVg = 136,52$

ΣFh = 0 (+) para direita:

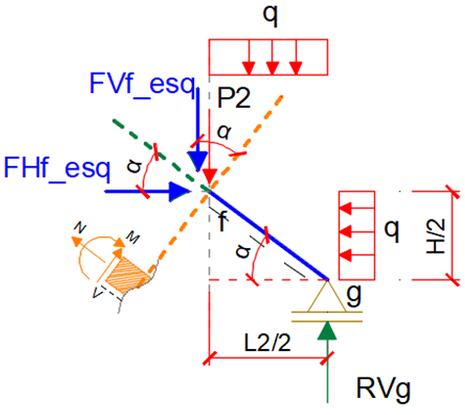
RHd - q.H = 0 $\qquad$ $RHd := q \cdot H = 100$

ΣFhv = 0 (+) para cima: RVd - q.L2 -P2 + RVg = 0 $\qquad$ $G12 := RVg = 136,52$

$RVd := q \cdot L2 + P2 - RVg = 20,479$

$Me_de := RVd \cdot L1 = 90,106$ $\qquad$ $Me_de := RVg \cdot L2 - \frac{q \cdot L2^2}{2} - P2 \cdot \frac{L2}{2} - \frac{q \cdot H^2}{2} = 90,106$

$G15 := Me_de = 90,106$



$FVf_esq := -RVd + q \cdot \frac{L2}{2} = 42,021$

$FHf_esq := RHd - q \cdot \frac{H}{2} = 50$

$cos\alpha := \frac{L2}{\sqrt{L2^2 + H^2}} = 0,78087$ $\qquad$ $sen\alpha := \frac{H}{\sqrt{L2^2 + H^2}} = 0,6247$

$Vf_ef := FHf_esq \cdot sen\alpha - FVf_esq \cdot cos\alpha = -1,5784$

$G13 := Vf_ef = -1,5784$

$FVf_dir := -RVd + q \cdot \frac{L2}{2} + P2 = 74,021$

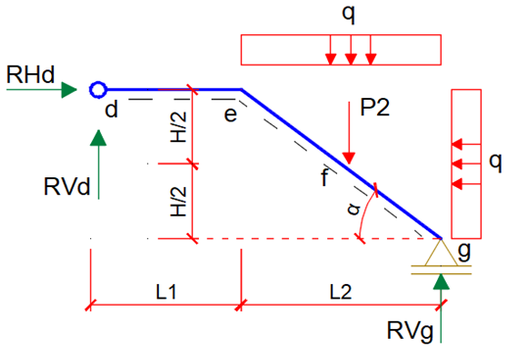
$FHf_dir := RHd - q \cdot \frac{H}{2} = 50$

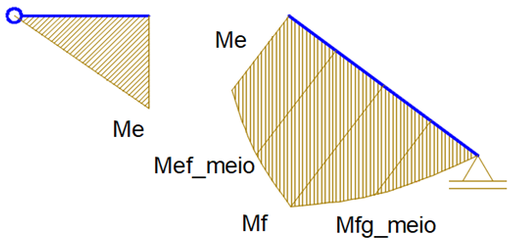
$Nf_fg := -FHf_dir \cdot cos\alpha - FVf_dir \cdot sen\alpha = -85,2842$

$G14 := Nf_fg = -85,284$

Deslocamento do ponto "e" via PTV:

Diagrama de Momentos Fletores Carregamento Real:





$$Mf := RVg \cdot 0,5 \cdot L2 - \frac{q \cdot (0,5 \cdot L2)^2}{2} - \frac{q \cdot (0,5 \cdot H)^2}{2} = 213,18$$

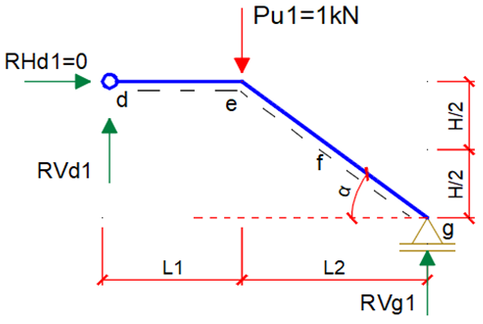
$$Mfg_meio := RVg \cdot 0,25 \cdot L2 - \frac{q \cdot (0,25 \cdot L2)^2}{2} - \frac{q \cdot (0,25 \cdot H)^2}{2} = 138,62$$

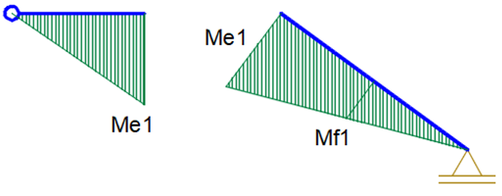
$$Mef_meio := RVg \cdot 0,75 \cdot L2 - \frac{q \cdot (0,75 \cdot L2)^2}{2} - \frac{q \cdot (0,75 \cdot H)^2}{2} - P2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L2}{2} = 183,67$$

$$Me := RVg \cdot 1,00 \cdot L2 - \frac{q \cdot (1,00 \cdot L2)^2}{2} - \frac{q \cdot (1,00 \cdot H)^2}{2} - P2 \cdot \frac{L2}{2} = 90,106$$

$$Me_de = 90,106$$

Diagrama de Momentos Fletores para o Carregamento Virtual (considerando que o ponto "d" não sofre deslocamentos de translação):





ΣMd = 0 (+) antihorário:

RVg1.(L1+L2) - Pu1.L1 = 0 $\qquad Pu1 := 1$

$$RVg1 := \frac{1}{L1 + L2} \cdot Pu1 \cdot L1 = 0,46809$$

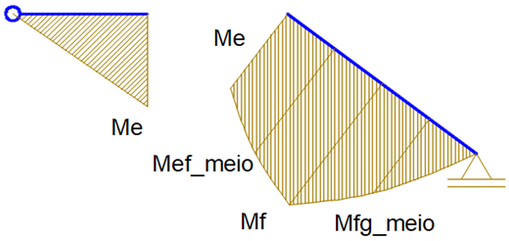
$$RVd1 := Pu1 - RVg1 = 0,53191$$

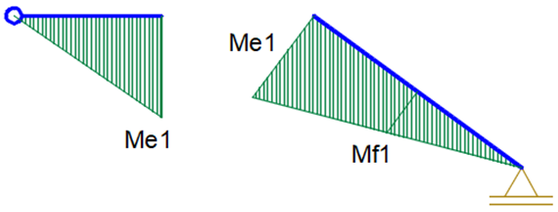
$$Me1 := RVg1 \cdot L2 = 2,3404$$

$$Me1 := RVd1 \cdot L1 = 2,3404$$

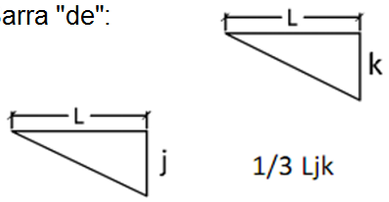
$$Mf1 := RVg1 \cdot \frac{L2}{2} = 1,1702$$

$$Lefg := \sqrt{L2^2 + H^2} = 6,4031$$





Barra "de":



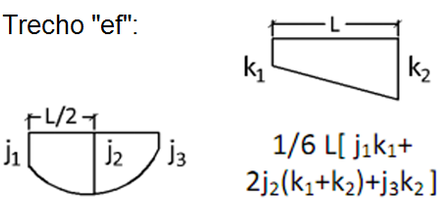
1/3 Ljk

$k := Me \qquad j := Me1$

$L := L1 = 4,4$

$mde := \frac{1}{3} \cdot L \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{EI} = 0,0029$

Trecho "ef":



1/6 L[j_1k_1+ $2j_2(k_1+k_2)+j_3k_2$]

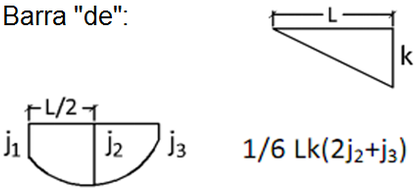
$k1 := Me1 = 2,3404 \qquad j1 := Me = 90,1064$

$k2 := Mf1 = 1,1702 \qquad j2 := Mef_meio = 183,6735$

$L := \frac{Lefg}{2} = 3,2016 \qquad j3 := Mf = 213,1782$

$mef := \frac{1}{6} \cdot L \cdot \left(j1 \cdot k1 + 2 \cdot j2 \cdot \left(k1 + k2\right) + j3 \cdot k2\right) \cdot \frac{1}{EI} = 0,0086$

Barra "de":



1/6 Lk($2j_2$+j_3)

$k := Mf1 = 1,1702 \qquad L := \frac{Lefg}{2} = 3,2016$

$j2 := Mfg_meio = 138,6203 \qquad j3 := Mf = 213,1782$

$mfg := \frac{1}{6} \cdot L \cdot k \cdot \left(2 \cdot j2 + j3\right) \cdot \frac{1}{EI} = 0,0028$

$\delta_ver_e := -1000 \cdot \left(mde + mef + mfg\right) = -14,3454$ mm

$G16 := \delta_ver_e = -14,345$