Universidade POSITIVO

Engenharia Civil
Prova Bimestral: 1 / 2º Semestre de 2020
Disciplina: Teoria da Estruturas II

Código da Prova:
TE202-B1-4MA

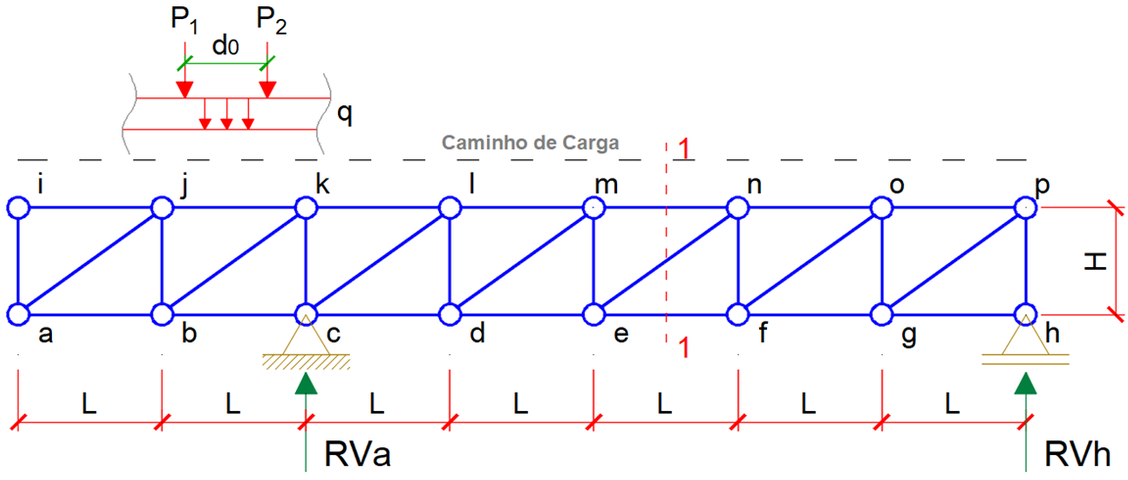
Procedimento e Orientações:

1. Leia atentamente todas as instruções da prova.
2. Os dados **D1, D2, D3, D4 e D5** devem ser obtidos no site **www.jjscremin.com/provas** onde o aluno deve entrar com o código da prova (indicado no cabeçalho desta) e seu respectivo número de matrícula clicando no botão **"Buscar Dados"**.
3. Após obter as respostas para as 16 questões da prova o aluno deverá fotografar as páginas com o desenvolvimento dos cálculos e postar no AVA via item **"Postagem de TE202-B1-4MA"**;
4. Em seguida o aluno deverá postar as respostas finais para as 16 questões (inserindo somente números e utilizando "ponto" como separador de decimais) no site **www.jjscremin.com/provas.** Para tanto, o aluno deverá fazer/refazer a busca de dados com seu número de matrícula e código de prova, certificando-se de que seu nome apareça em vermelho no campo "Nome do Aluno" para em seguida preencher os 16 campos destinados às respostas, e por fim, clicar no botão **"Enviar Respostas"**.
5. **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
6. Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).

Problema A (0,625 ponto cada) :

Trace as linhas de influência de esforços axiais para as barras "ef" e "en" e considerando a aplicação do trem tipo indicado, responda os questionamentos.

- P1 = D1 . 100 kN
- P2 = D2 . 50 kN
- q = D3 . 10 kN/m
- d0 = 1,0 m
- L = D4 . 3,0 m
- H = D5 . 3,0 m



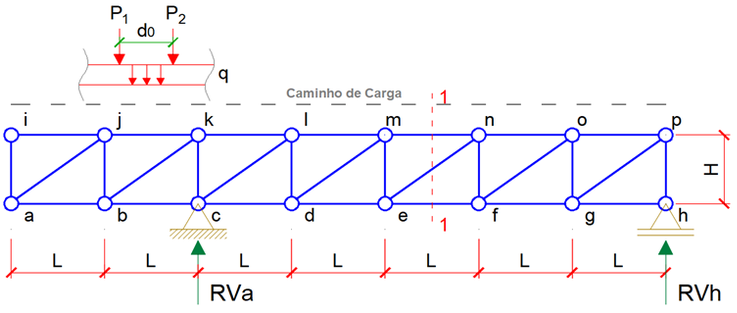
Q01 – Qual o valor da soma das áreas positivas da LI de esforços axiais da barra "ef" [em m- resposta numérica em módulo]?
Q02 – Qual o valor da soma das áreas negativas da LI de esforços axiais da barra "ef" [em m - resposta numérica em módulo]?
Q03 – Qual o valor da soma das áreas positivas da LI de esforços axiais da barra "en" [em m - resposta numérica em módulo]?
Q04 – Qual o valor da soma das áreas negativa da LI de esforços axiais da barra "en" [em m - resposta numérica em módulo]?
Q05 – Qual o máximo esforço axial que pode incidir na barra "ef" [em kN]?
Q06 – Qual o mínimo esforço axial que pode incidir na barra "ef" [em kN]?
Q07 – Qual o máximo esforço axial que pode incidir na barra "en" [em kN]?
Q08 – Qual o mínimo esforço axial que pode incidir na barra "en" [em kN]?

$D1 = 1$ $D2 = 0,9$ $D3 = 0,7$ $D4 = 0,8$ $D5 = 0,7$

$P1 := D1 \cdot 100 = 100$ $P2 := D2 \cdot 50 = 45$ $q := D3 \cdot 10 = 7$

$d0 := 1,0$ $L := D4 \cdot 3 = 2,4$ $H := D5 \cdot 3 = 2,1$

LI de RVa:

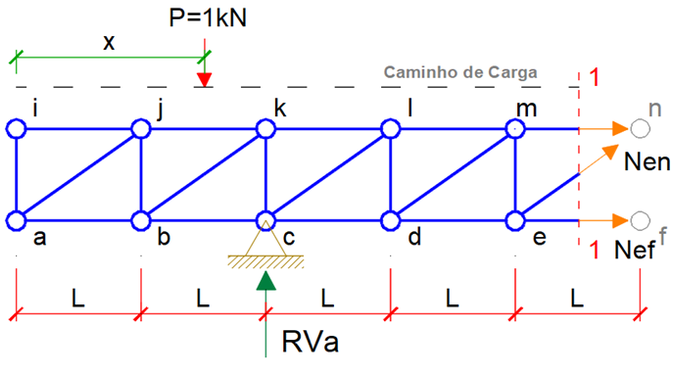


$\Sigma Mh = 0$ (+) horário $P := 1$

$RVa(x) \cdot 5 \cdot L - P \cdot (7 \cdot L - x) = 0$

$RVa(x) := \frac{P \cdot (7 \cdot L - x)}{5 \cdot L} = \frac{-5 \cdot x + 84}{60}$

LI Nef:



$\Sigma Mn = 0$ (+) horário

$RVa(x) \cdot 3 \cdot L - P \cdot (5 \cdot L - x) - Nef \cdot H = 0$

$Nef_Pesq(x) := \frac{1}{H} \cdot (RVa(x) \cdot 3 \cdot L - P \cdot (5 \cdot L - x))$

$Nef_Pesq(x) = \frac{2 \cdot (3 \cdot (-5 \cdot x + 84) - 25 \cdot (12 - x))}{105}$

$Nef_Pdir(x) := \frac{1}{H} \cdot (RVa(x) \cdot 3 \cdot L)$

$Nef_Pdir(x) = \frac{2 \cdot (-5 \cdot x + 84)}{35}$

$ai := Nef_Pesq(0) = -0,91429$ $ai2 := Nef_Pesq(d0) = -0,7238$ $aj := Nef_Pesq(L) = -0,4571$

$ak := Nef_Pesq(2 \cdot L) = 0$ $al := Nef_Pesq(3 \cdot L) = 0,4571$ $am := Nef_Pesq(4 \cdot L) = 0,9143$

$an2 := Nef_Pesq(5 \cdot L - d0) = 1,181$ $an := Nef_Pdir(5 \cdot L) = 1,3714$ $ao := Nef_Pdir(6 \cdot L) = 0,6857$

$ap := Nef_Pdir(7 \cdot L) = 0$

$A1 := 2 \cdot L \cdot \frac{ai}{2} = -2,1943$ $A2 := an \cdot 5 \cdot \frac{L}{2} = 8,2286$ $Aef_neg := A1 = -2,1943$ $Aef_pos := A2 = 8,2286$

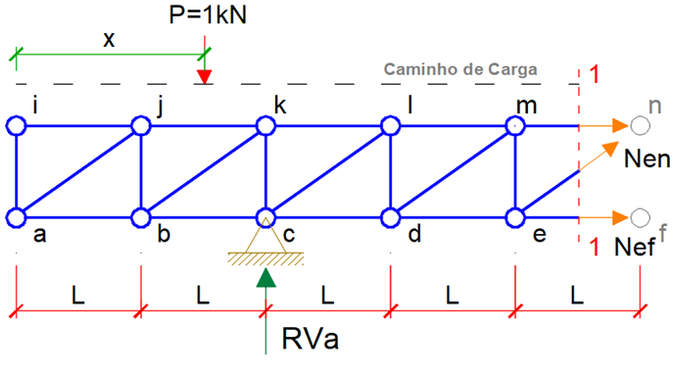
$Nef_max := P1 \cdot an + P2 \cdot an2 + Aef_pos \cdot q = 247,8857$

$Nef_min := P1 \cdot ai + P2 \cdot ai2 + Aef_neg \cdot q = -139,36$

$G01 := Aef_pos = 8,2286$ $G05 := Nef_max = 247,8857$

$G02 := |Aef_neg| = 2,1943$ $G06 := Nef_min = -139,36$

LI Nen:



$\Sigma Fv = 0$ (+) para cima

$ca := L = 2,4$ $co := H = 2,1$

$hip := \sqrt{L^2 + H^2} = 3,189$

$cos\alpha := \frac{ca}{hip} = 0,75258$ $sen\alpha := \frac{co}{hip} = 0,6585$

$RVa(x) - P + Nen \cdot sen\alpha = 0$

$Nen_Pesq(x) := \frac{1}{sen\alpha} \cdot (P - RVa(x))$

$Nen_Pdir(x) := \frac{1}{sen\alpha} \cdot (-RVa(x))$

$ai := Nen_Pesq(0) = -0,6074$ $ai2 := Nen_Pesq(d0) = -0,4809$ $aj := Nen_Pesq(L) = -0,3037$

$ak := Nen_Pesq(2 \cdot L) = 0$ $al := Nen_Pesq(3 \cdot L) = 0,3037$ $am2 := Nen_Pesq(4 \cdot L - d0) = 0,4809$

$am := Nen_Pesq(4 \cdot L) = 0,6074$ $an := Nen_Pdir(5 \cdot L) = -0,6074$ $ao := Nen_Pdir(6 \cdot L) = -0,3037$

$ap := Nen_Pdir(7 \cdot L) = 0$

$Lesq := \frac{|am|}{|am|+|an|} \cdot L = 1,2$ $Ldir := \frac{|an|}{|am|+|an|} \cdot L = 1,2$

$A1 := 2 \cdot L \cdot \frac{ai}{2} = -1,4578$ $A2 := (2 \cdot L + Lesq) \cdot \frac{am}{2} = 1,8223$ $A3 := (2 \cdot L + Ldir) \cdot \frac{an}{2} = -1,8223$

$Aen_neg := A1 + A3 = -3,2802$ $Aen_pos := A2 = 1,8223$

$Nen_max := P1 \cdot am + P2 \cdot am2 + Aen_pos \cdot q = 95,1398$

$Nen_min := P1 \cdot ai + P2 \cdot ai2 + Aen_neg \cdot q = -105,3447$

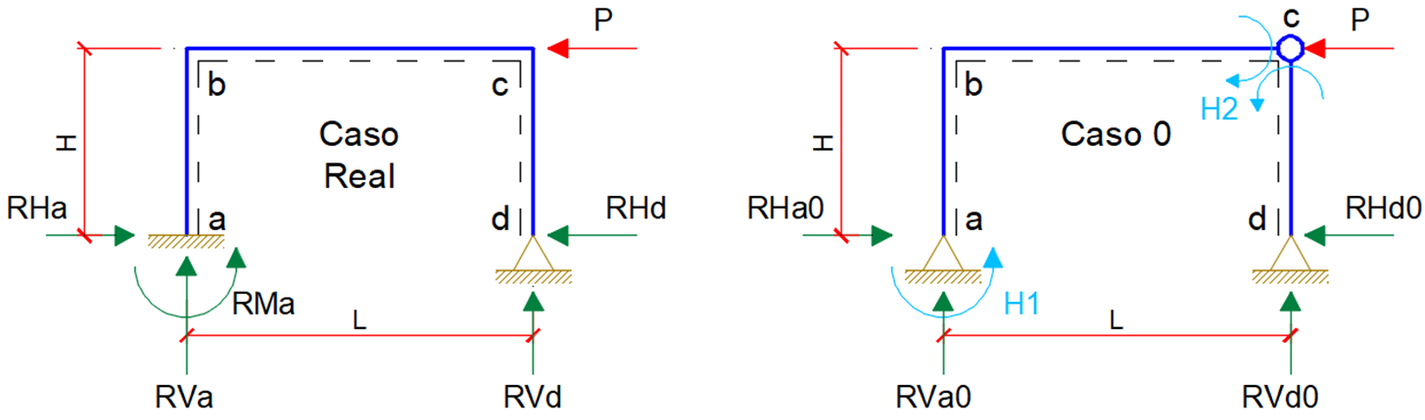
$G03 := Aen_pos = 1,8223$ $G07 := Nen_max = 95,1398$

$G04 := |Aen_neg| = 3,2802$ $G08 := Nen_min = -105,3447$

Problema B (0,625 ponto cada) :

Empregando o método das forças com as redundantes hiperestáticas indicadas (H1 e H2) responda os questionamentos:
* Considerar somente efeitos de flexão nos cálculos;

- Para as barras "ab" e "cd" : EI_ab_cd = D1 . 1,0 kN m²
- Para a barra "bc": EI_bc = D2 . 5,0 kN m²
- L = D3 . 7m
- H = D4 . 4 m
- P = D5 . 100 kN

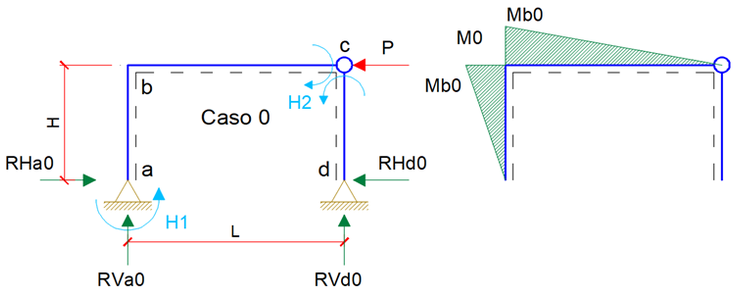


Q09 – Qual o valor do deslocamento de rotação do ponto "a" no caso 0 de carregamento [em radianos e em módulo] ?
Q10 – Qual o valor do deslocamento de rotação relativa do ponto "c" no caso 0 de carregamento [em radianos e em módulo] ?
Q11 – Qual o valor do coeficiente de flexibilidade f11 [em unidades de kN e m e em módulo] ?
Q12 – Qual o valor do coeficiente de flexibilidade f12 [em unidades de kN e m e em módulo] ?
Q13 – Qual o valor do coeficiente de flexibilidade f22 [em unidades de kN e m e em módulo] ?
Q14 – Qual o valor do momento fletor no ponto "a" [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q15 – Qual o valor do momento fletor no ponto "c" da barra "bc" [em kNm e sinal conforme a convenção]?
Q16 – Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "a" [em kN e com positivo para cima]?

$EI_ab_cd := D1 \cdot 1\ kN\ m^2 = 1\ kN\ m^2$ $EI_bc := D2 \cdot 5\ kN\ m^2 = 4,5\ kN\ m^2$

$L := D3 \cdot 7\ m = 4,9\ m$ $H := D4 \cdot 4\ m = 3,2\ m$ $P := D5 \cdot 100\ kN = 70\ kN$

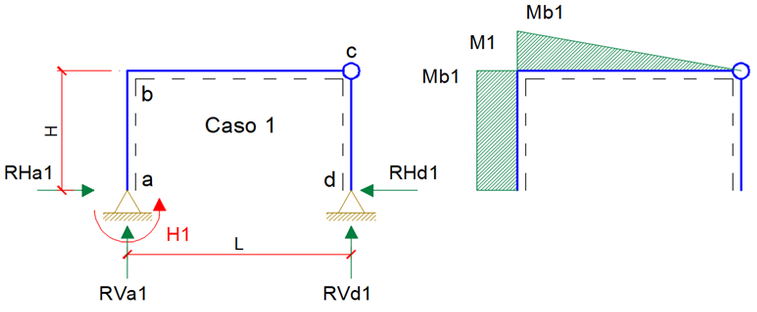
Deslocamentos do Caso 0 e Coeficientes de Flexibilidade:



$RHa0 := P = 70\ kN \qquad RHd := 0$

$RVa0 := \frac{P \cdot H}{L} = 45,714\ kN$

$Mb0 := -RHa0 \cdot H = -224\ kN\ m$



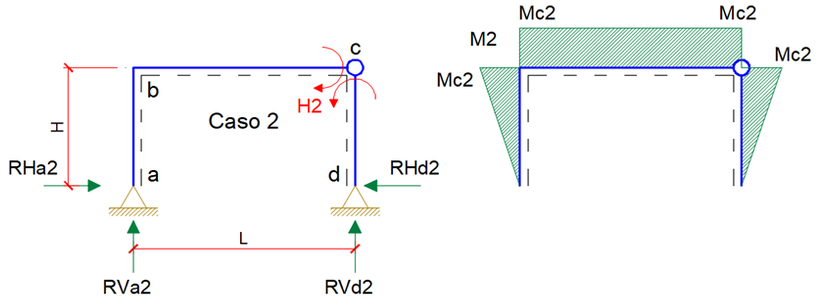
$RVa1 := \frac{1\ kN\ m}{L} = 0,2041\ kN$

$RVd1 := -RVa1 = -0,20408\ kN$

$RHa1 := 0$

$RHd1 := 0$

$Mb1 := -1\ kN\ m$



$RHd2 := \frac{1\ kN\ m}{H} = 0,3125\ kN$

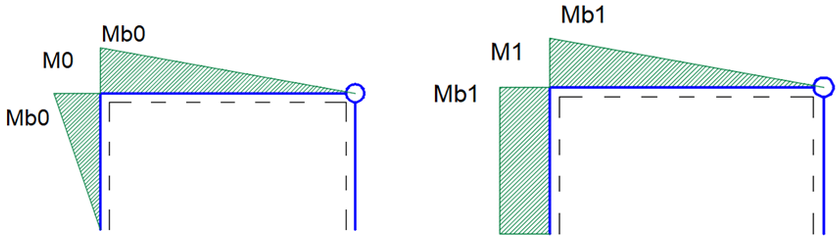
$RHa2 := RHd2 = 0,3125\ kN$

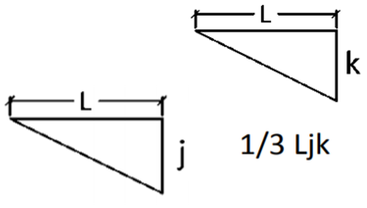
$RVa2 := 0$

$RVd2 := 0$

$Mc2 := -1\ kN\ m$

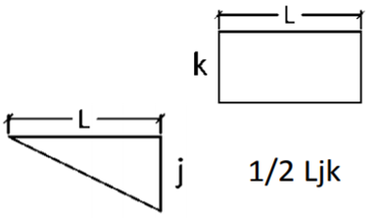
Combinando os diagramas M0 e M1:





$k := Mb0 = -224\ kN\ m \quad j := Mb1 = -1\ kN\ m \qquad L = 4,9\ m$

$\varphi 10bc := \frac{1}{EI_bc} \cdot \frac{1}{3} \cdot L \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{1\ kN\ m} = 81,3037$



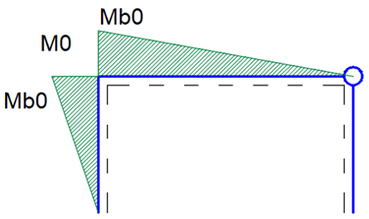
$k := Mb0 = -224\ kN\ m \quad j := Mb1 = -1\ kN\ m \qquad H = 3,2\ m$

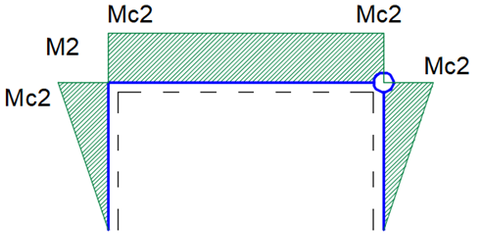
$\varphi 10cd := \frac{1}{EI_ab_cd} \cdot \frac{1}{2} \cdot H \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{1\ kN\ m} = 358,4000$

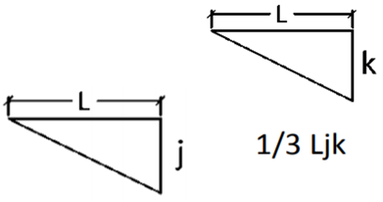
$\varphi 10 := \varphi 10bc + \varphi 10cd = 439,7$

$G09 := |\varphi 10| = 439,7037$

Combinando os diagramas M0 e M2:

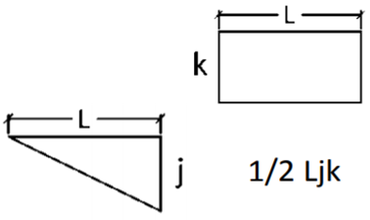






$k := Mb0 = -224\ \text{kN m} \quad j := Mc2 = -1\ \text{kN m} \quad H = 3,2\ \text{m}$

$$\varphi 20ab := \frac{1}{EI_ab_cd} \cdot \frac{1}{3} \cdot H \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{1\ \text{kN m}} = 238,9333$$



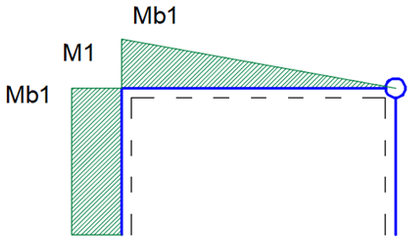
$k := Mb0 = -224\ \text{kN m} \quad j := Mb1 = -1\ \text{kN m} \quad L = 4,9\ \text{m}$

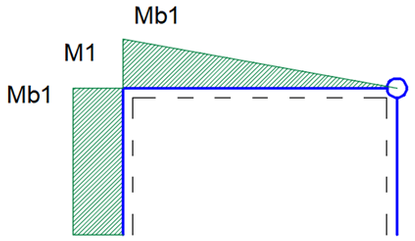
$$\varphi 20cd := \frac{1}{EI_bc} \cdot \frac{1}{2} \cdot L \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{1\ \text{kN m}} = 121,9556$$

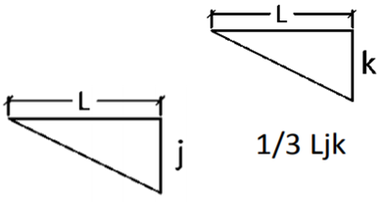
$$\varphi 20 := \varphi 20ab + \varphi 20cd = 360,8889$$

$$G10 := |\varphi 20| = 360,8889$$

Combinando os diagramas M1 e M1:

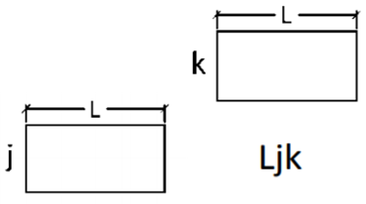






$k := Mb1 = -1\ \text{kN m} \quad j := Mb1 = -1\ \text{kN m} \quad L = 4,9\ \text{m}$

$$f11bc := \frac{1}{EI_bc} \cdot \frac{1}{3} \cdot L \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{1\ \text{kN m}} = 0,3630$$

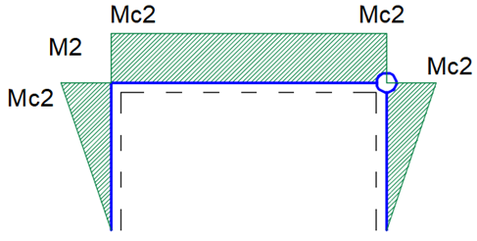


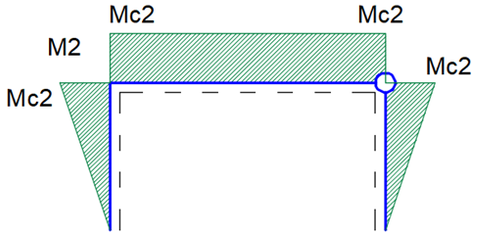
$k := Mb1 = -1\ \text{kN m} \quad j := Mb1 = -1\ \text{kN m}$

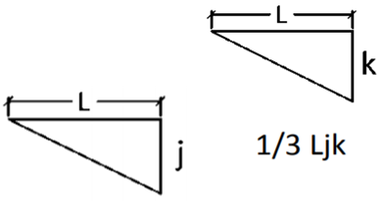
$$f11ab := \frac{1}{EI_ab_cd} \cdot H \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{1\ \text{kN m}} = 3,2000$$

$$f11 := f11ab + f11bc = 3,563 \qquad G11 := |f11| = 3,5630$$

Combinando os diagramas M2 e M2:

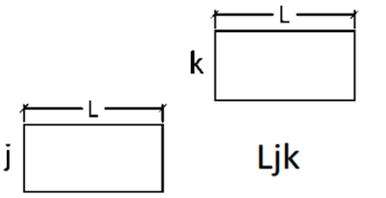






$k := Mc2 = -1\ \text{kN m} \qquad j := Mc2 = -1\ \text{kN m}$

$$f22abcd := 2 \cdot \frac{1}{EI_ab_cd} \cdot \frac{1}{3} \cdot H \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{1\ \text{kN m}} = 2,1333$$

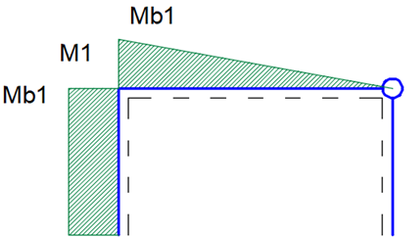


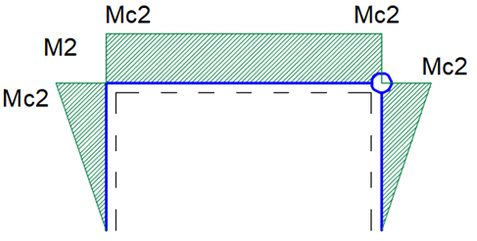
$k := Mc2 = -1\ \text{kN m} \qquad j := Mc2 = -1\ \text{kN m}$

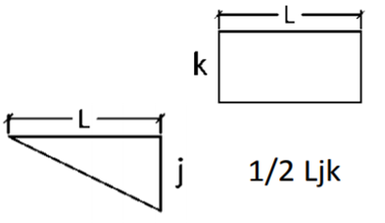
$$f22bc := \frac{1}{EI_bc} \cdot L \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{1\ \text{kN m}} = 1,0889$$

$$f22 := f22abcd + f22bc = 3,2222 \qquad G13 := |f22| = 3,2222$$

Combinando os diagramas M1 e M2:

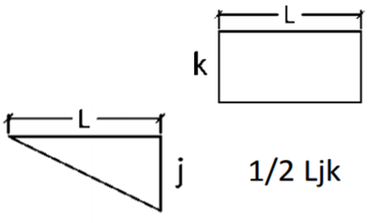






$k := Mb1 = -1\ \text{kN m} \qquad j := Mc2 = -1\ \text{kN m} \qquad H = 3,2\ \text{m}$

$$f12ab := \frac{1}{EI_ab_cd} \cdot \frac{1}{2} \cdot H \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{1\ \text{kN m}} = 1,6000$$



$k := Mb1 = -1\ \text{kN m} \qquad j := Mc2 = -1\ \text{kN m} \qquad L = 4,9\ \text{m}$

$$f12bc := \frac{1}{EI_bc} \cdot \frac{1}{2} \cdot L \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{1\ \text{kN m}} = 0,5444$$

$$f12 := f12ab + f12bc = 2,1444 \qquad G12 := |f12| = 2,1444$$

Solução do Sistema de Equações:

$$A := \begin{bmatrix} f11 & f12 \\ f12 & f22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,563 & 2,1444 \\ 2,1444 & 3,2222 \end{bmatrix} \qquad b := \begin{bmatrix} -\varphi 10 \\ -\varphi 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -439,7037 \\ -360,8889 \end{bmatrix}$$

$$R := A^{-1} \cdot b = \begin{bmatrix} -93,4198 \\ -49,8275 \end{bmatrix} \qquad RMa := R_1 = -93,4198 \qquad RMc := R_2 = -49,8275$$

$$G14 := -RMa = 93,4198 \qquad G15 := -RMc = 49,8275$$

Cálculo de RVa por Sobreposição de Efeitos:

$$RVa := RVa0 + RVa1 \cdot RMa + RVa2 \cdot RMc = 26,649\ \text{kN} \qquad G16 := \frac{RVa}{1\ \text{kN}} = 26,649$$
