Universidade POSITIVO

Engenharia Civil
Avaliação Final: 1º Semestre de 2021
Disciplina: Teoria das Estruturas I

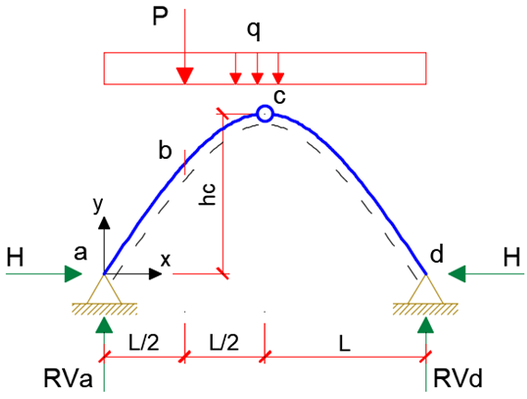
Código da Prova:
TE211-AF-M

Procedimento e Orientações:

1. Leia atentamente todas as instruções da prova.
2. Os dados **D1, D2, D3, D4 e D5** devem ser obtidos no site **www.jjscremin.com/provas** onde o aluno deve entrar com o código da prova (indicado no cabeçalho desta) e seu respectivo número de matrícula clicando no botão **"Buscar Dados"**.
3. Após obter as respostas para as 16 questões da prova o aluno deverá fotografar as páginas com o desenvolvimento dos cálculos em **MANUSCRITO (não serão aceitos, para fins de revisão de prova, cálculos processados por meios digitais)** e postar no AVA via item **"Postagem de TE211-AF-M"**;
4. Em seguida o aluno deverá postar as respostas finais para as 16 questões (inserindo somente números e utilizando "ponto" como separador de decimais) no site **www.jjscremin.com/provas.** Para tanto, o aluno deverá fazer/refazer a busca de dados com seu número de matrícula e código de prova, certificando-se de que seu nome apareça em vermelho no campo "Nome do Aluno" para em seguida preencher os 16 campos destinados às respostas, e por fim, clicar no botão **"Enviar Respostas"**.
5. **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
6. Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).

Problema A (0,3125 ponto cada) :

Considerando o modelo estrutural plano de arco parabólico de segundo grau esboçado ao lado responda os questionamentos.



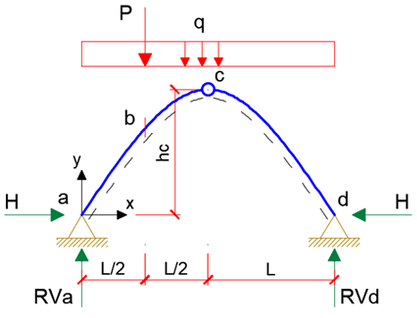
Dados:
L = D1 . 6,00 m
hc = D2 . 6,00 m
q = D3 . 20,0 kN/m
P = D4 . 80,0 kN

Q01) Qual o valor do momento fletor na coordenada x = 0,3.L [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q02) Qual o valor do momento fletor na coordenada x = 1,7.L [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q03) Qual o valor do esforço cortante na coordenada x = 0,3.L [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q04) Qual o valor do esforço cortante na coordenada x = 1,7.L [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q05) Qual o valor do esforço axial na coordenada x = 0,3.L [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q06) Qual o valor do esforço axial na coordenada x = 1,7.L [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?

$D1 := 0,6$ $D2 := 0,8$ $D3 := 0,8$ $D4 := 1$ $D5 := 0,6$

$L := D1 \cdot 6\ \text{m} = 3,6\ \text{m}$ $hc := D2 \cdot 6\ \text{m} = 4,8\ \text{m}$ $q := D3 \cdot 20\ \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 16\ \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $P := D4 \cdot 80\ \text{kN} = 80\ \text{kN}$

Equação da Geometria do Arco:



$xa := 0\ \text{m}$ $ya := 0\ \text{m}$

$xc := L = 3,6\ \text{m}$ $yc := hc = 4,8\ \text{m}$

$xd := 2 \cdot L = 7,2\ \text{m}$ $yd := 0\ \text{m}$

$ya_ := A + B \cdot xa + C \cdot xa^2$

$yc_ := A + B \cdot xc + C \cdot xc^2$

$yd_ := A + B \cdot xd + C \cdot xd^2$

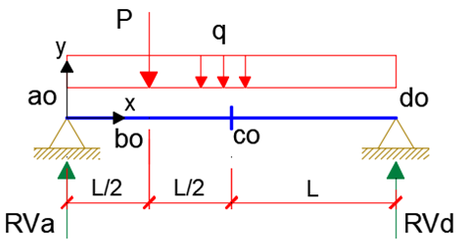
$$matrizA := \begin{bmatrix} 1 & xa & xa^2 \\ 1 & xc & xc^2 \\ 1 & xd & xd^2 \end{bmatrix}$$

$$vetorB := \begin{bmatrix} ya \\ yc \\ yd \end{bmatrix}$$

$$CoefABC := matrizA^{-1} \cdot vetorB = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,6667 \\ -0,3704 \cdot \frac{1}{m} \end{bmatrix}$$

$A := CoefABC_1 = 0,0000$ $\quad$ $B := CoefABC_2 = 2,6667$ $\quad$ $C := CoefABC_3 = -0,37037 \cdot \frac{1}{m}$

$$y(x) := A + B \cdot x + C \cdot x^2 = 0 + \frac{8}{3} \cdot x + \left(-\frac{10}{27} \cdot \frac{1}{m}\right) \cdot x^2$$



Reações de Apoio na Viga Análoga:

ΣMdo = 0 (+) horário

$$RVa \cdot 2 \cdot L - P \cdot (1,5 \cdot L) - \frac{q \cdot (2 \cdot L)^2}{2} = 0$$

$$RVa := \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \left(P \cdot 1,5 \cdot L + \frac{q \cdot (2 \cdot L)^2}{2}\right) = 117,60 \text{ kN}$$

ΣFVo = 0 (+) para cima

$RVa - P - q \cdot 2 \cdot L + RVd = 0$ $\quad$ $RVd := -RVa + P + q \cdot 2 \cdot L = 77,600$ kN

Equações de Esforços Internos da Viga Análoga:

$$Mabo(x) := RVa \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} \qquad Vabo(x) := RVa - q \cdot x$$

$$Mbdo(x) := RVa \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - P \cdot \left(x - \frac{L}{2}\right) \qquad Vbdo(x) := RVa - q \cdot x - P$$

Empuxo do Arco:

$Mco := Mbdo(L) = 175,68$ kN m

$H := \frac{Mco}{hc} = 36,6$ kN

Equações de Esforços Internos do Arco:

- Momentos Fletores:

$Mab(x) := Mabo(x) - H \cdot y(x)$ $\quad$ $Mbd(x) := Mbdo(x) - H \cdot y(x)$

$$M(x) := \text{if } x \le \frac{L}{2}, \; Mab(x), \; \text{else}, \; Mbd(x)$$

$G01 := \frac{M(0,3 \cdot L)}{\text{kN m}} = 28,080$ $\quad$ $G02 := \frac{M(1,7 \cdot L)}{\text{kN m}} = -15,120$

- Esforços Cortantes e Axiais:

$$\alpha(x) := \text{atan}\left(\frac{d}{dx} y(x)\right)$$

$$V_s(x) = V_{so}(x).cos(\alpha(x)) - H.sen(\alpha(x))$$
$$N_s(x) = -V_{so}(x).sen(\alpha(x)) - H.cos(\alpha(x))$$

$Vab(x) := Vabo(x) \cdot \cos(\alpha(x)) - H \cdot \sin(\alpha(x))$

$Nab(x) := (-Vabo(x)) \cdot \sin(\alpha(x)) - H \cdot \cos(\alpha(x))$

$Vbd(x) := Vbdo(x) \cdot \cos(\alpha(x)) - H \cdot \sin(\alpha(x))$

$Nbd(x) := (-Vbdo(x)) \cdot \sin(\alpha(x)) - H \cdot \cos(\alpha(x))$

$V(x) := \text{if } x \le \frac{L}{2}$ $Vab(x)$ else $Vbd(x)$

$N(x) := \text{if } x \le \frac{L}{2}$ $Nab(x)$ else $Nbd(x)$

$G03 := \frac{V(0,3 \cdot L)}{kN} = 15,111$

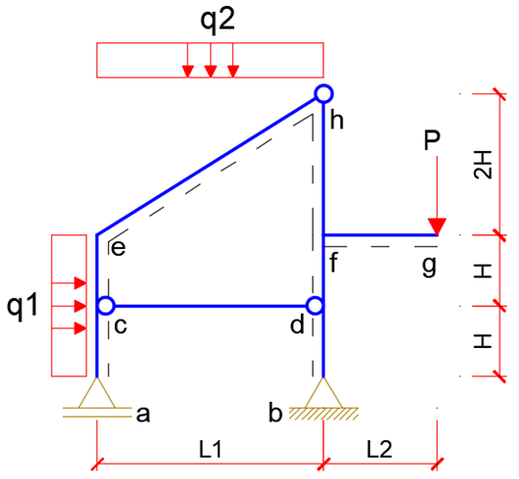
$G04 := \frac{V(1,7 \cdot L)}{kN} = 3,7778$

$G05 := \frac{N(0,3 \cdot L)}{kN} = -105,71$

$G06 := \frac{N(1,7 \cdot L)}{kN} = -70,454$

Problema B (0,3125 ponto cada) :

Considerando o modelo estrutural plano esboçado responda os questionamentos.



Dados:
L1 = D1 . 5,00 m
L2 = D2 . 3,00 m
H = D3 . 3,00 m
q1 = D4 . 20,0 kN/m
q2 = D5 . 30,0 kN/m
P = 40,0 kN

Q07) Qual o valor do momento fletor no ponto "f" da barra "fg" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q08) Qual o valor da reação de apoio horizontal no ponto "b" [em kN e com positivo para a esquerda]?
Q09) Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "a" [em kN e com positivo para cima]?
Q10) Qual o valor do esforço axial na barra "cd" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q11) Qual o valor do momento fletor no ponto "e" da barra "eh" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q12) Qual o valor do esforço cortante no meio da barra "eh" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q13) Qual o valor do esforço axial no meio da barra "eh" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?

$D1 = 0,6$ $D2 = 0,8$ $D3 = 0,8$ $D4 = 1$ $D5 = 0,6$

$L1 := D1 \cdot 5,0 \text{ m} = 3 \text{ m}$

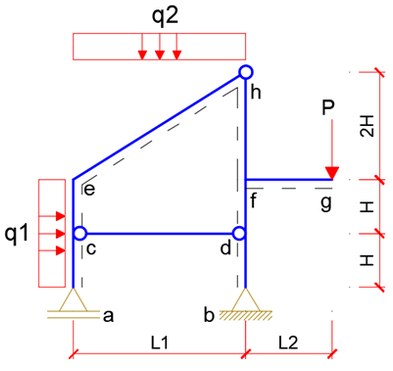
$L2 := D2 \cdot 3 \text{ m} = 2,4 \text{ m}$

$H := D3 \cdot 3 \text{ m} = 2,4 \text{ m}$

$q1 := D4 \cdot 20 \frac{kN}{m} = 20 \frac{kN}{m}$

$q2 := D5 \cdot 30 \frac{kN}{m} = 18 \frac{kN}{m}$

$P := 40 \text{ kN}$



$Mf_fg := -P \cdot L2 = -96,000 \text{ kN m}$

$G07 := \frac{Mf_fg}{kN \text{ m}} = -96,000$

ΣFh = 0 (+) para esquerda

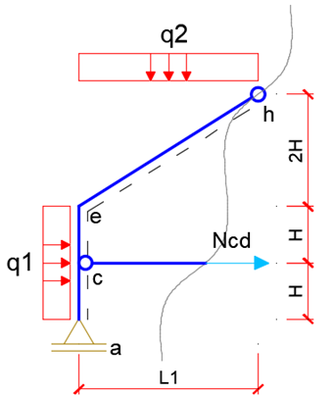
$RHb - q1 \cdot 2 \cdot H = 0$ $RHb := q1 \cdot 2 \cdot H = 96,000 \text{ kN}$

$G08 := \frac{RHb}{kN} = 96,000$

ΣMb = 0 (+) giro horário

$$RVa \cdot L1 + P \cdot L2 - \frac{q2 \cdot L1^{2}}{2} + q1 \cdot 2 \cdot H \cdot \frac{(2 \cdot H)}{2} = 0$$

$$RVa := \frac{1}{L1} \cdot \left(- P \cdot L2 + \frac{q2 \cdot L1^{2}}{2} - q1 \cdot 2 \cdot H \cdot \frac{(2 \cdot H)}{2} \right) = -81,800 \text{ kN} \qquad G09 := \frac{RVa}{\text{kN}} = -81,800$$



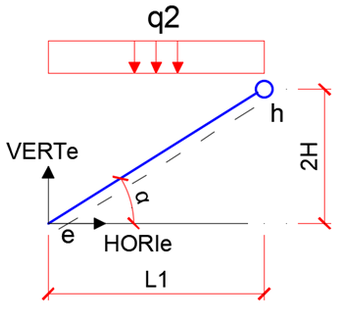
ΣMh = 0 (+) giro antihorário

$$Ncd \cdot 3 \cdot H + \frac{q2 \cdot L1^{2}}{2} + q1 \cdot 2 \cdot H \cdot (3 \cdot H) - RVa \cdot L1 = 0$$

$$Ncd := \frac{1}{3 \cdot H} \cdot \left(- \frac{q2 \cdot L1^{2}}{2} - q1 \cdot 2 \cdot H \cdot (3 \cdot H) + RVa \cdot L1 \right) = -141,33 \text{ kN}$$

$$G10 := \frac{Ncd}{\text{kN}} = -141,33$$

$$Me_eh := - q1 \cdot 2 \cdot H \cdot H - Ncd \cdot H = 108,80 \text{ kN m} \qquad G11 := \frac{Me_eh}{\text{kN m}} = 108,8$$



$$VERTe := RVa = -81,800 \text{ kN}$$

$$HORIe := q1 \cdot 2 \cdot H + Ncd = -45,333 \text{ kN}$$

$$Leh := \sqrt{L1^{2} + (2 \cdot H)^{2}} = 5,6604 \text{ m}$$

$$cos\alpha := \frac{L1}{Leh} = 0,53000 \qquad sen\alpha := \frac{2 \cdot H}{Leh} = 0,84800$$

$$Ve := VERTe \cdot cos\alpha - HORIe \cdot sen\alpha = -4,9113 \text{ kN}$$

$$Ne := - VERTe \cdot sen\alpha - HORIe \cdot cos\alpha = 93,393 \text{ kN}$$

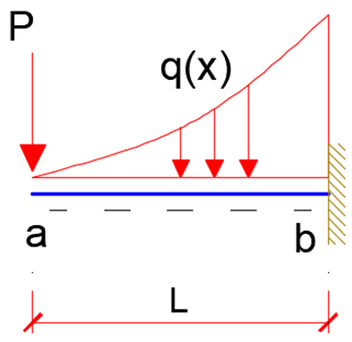
$$qperp := q2 \cdot (cos\alpha)^{2} = 5,0562 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \qquad qpara := q2 \cdot sen\alpha \cdot cos\alpha = 8,0899 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$Veh(x) := Ve - qperp \cdot x \qquad Neh(x) := Ne + qpara \cdot x$$

$$G12 := Veh\left(\frac{Leh}{2}\right) \cdot \frac{1}{\text{kN}} = -19,221 \qquad G13 := Neh\left(\frac{Leh}{2}\right) \cdot \frac{1}{\text{kN}} = 116,29$$

Problema C (0,3125 ponto cada) :

Aplicando o PTV com consideração apenas dos efeitos de momentos fletores, calcule o deslocamento vertical do ponto "a" da viga indicada.



Dados:
L = D1 . 5,00 m
q(x) = D2 . 2,00 . x^2 [kN/m]
P = D3 . 30,0 kN
Seção Transversal Retangular:
base (entrante no plano do papel) b = 20,0 cm
altura (assente ao plano do papel) h = D4 . 60,0 cm
Módulo de Elasticidade E = D5 . 30,0 GPa

Q14) Considerando a aplicação de uma carga virtual unitária orientada para baixo no caso auxiliar de carregamento utilizado para emprego do PTV, qual seria o momento fletor que esta carga geraria no ponto "b" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q15) Considerando o carregamento real aplicado na viga qual seria o momento fletor que ocorre no ponto "b" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q16) Qual o valor do deslocamento vertical do ponto "a" calculado com a aplicação do PTV considerando somente efeitos de momentos fletores [em mm e com positivo para cima]?

$D1 = 0,6$ $D2 = 0,8$ $D3 = 0,8$ $D4 = 1$ $D5 = 0,6$

$L := D1 \cdot 5,0\ \text{m} \cdot \frac{1}{\text{m}} = 3$

$q(x) := D2 \cdot 2 \cdot x^2 = \frac{8 \cdot x^2}{5}$

$P := D3 \cdot 30\ \text{kN} \cdot \frac{1}{\text{kN}} = 24$

$b := 20\ \text{cm} \cdot \frac{1}{\text{m}} = 0,2$

$h := D4 \cdot 60\ \text{cm} \cdot \frac{1}{\text{m}} = 0,6$

$E := D5 \cdot 30\ \text{GPa} \cdot \frac{1}{\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 1,8 \cdot 10^7$

$M1(x) := -1 \cdot x$

$G14 := M1(L) = -3$

$V(x) := \int -q(x)\,\mathrm{d}x$

$V(x) := -\frac{D2 \cdot 2 \cdot x^3}{3} + C1$

C1 é o cortante no ponto "a" da viga, ou seja, -P

$V(x) := -\frac{D2 \cdot 2 \cdot x^3}{3} - P$

$M(x) := \int M(x)\,\mathrm{d}x$

$M(x) := -\frac{D2 \cdot 2 \cdot x^4}{12} - P \cdot x + C2$

C1 é o momento fletor no ponto "a" da viga, ou seja, 0 (zero)

$M(x) := -\frac{D2 \cdot 2 \cdot x^4}{12} - P \cdot x$

$G15 := M(L) = -82,800$

$EI := \frac{E \cdot b \cdot h^3}{12} = 64800$

$\delta a := (-1000) \cdot \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M1(x) \cdot M(x)\,\mathrm{d}x = -3,5833$

$G16 := \delta a = -3,5833$

Resultados:

$D1 = 0,6$ $D2 = 0,8$ $D3 = 0,8$ $D4 = 1$ $D5 = 0,6$

$G01 = 28,08$ $R01 := V_1 = 28,08$ $N01 := gab(R01; G01) = 1$

$G02 = -15,12$ $R02 := V_2 = -15,119$ $N02 := gab(R02; G02) = 1$

$G03 = 15,1111$ $R03 := V_3 = 15,114$ $N03 := gab(R03; G03) = 1$

$G04 = 3,7778$ $R04 := V_4 = -3,776$ $N04 := gab(R04; G04) = 0$

$G05 = -105,71$ $R05 := V_5 = -105,71$ $N05 := gab(R05; G05) = 1$

$G06 = -70,454$ $R06 := V_6 = -70,454$ $N06 := gab(R06; G06) = 1$

$G07 = -96,000$ $R07 := V_7 = -96$ $N07 := gab(R07; G07) = 1$

$G08 = 96,000$ $R08 := V_8 = 96$ $N08 := gab(R08; G08) = 1$

$G09 = -81,800$ $R09 := V_9 = -81,8$ $N09 := gab(R09; G09) = 1$

$G10 = -141,33$ $R10 := V_{10} = -141,33$ $N10 := gab(R10; G10) = 1$

$G11 = 108,80$ $R11 := V_{11} = 108,79$ $N11 := gab(R11; G11) = 1$

$G12 = -19,221$ $R12 := V_{12} = -19,224$ $N12 := gab(R12; G12) = 1$

$G13 = 116,29$ $R13 := V_{13} = 116,29$ $N13 := gab(R13; G13) = 1$

$G14 = -3,0000$ $R14 := V_{14} = -3$ $N14 := gab(R14; G14) = 1$

$G15 = -82,800$ $R15 := V_{15} = -106,8$ $N15 := gab(R15; G15) = 0$

$G16 = -3,5833$ $R16 := V_{16} = -3,5833$ $N16 := gab(R16; G16) = 1$

$Acertos := N01 + N02 + N03 + N04 + N05 + N06 + N07 + N08 + N09 + N10 + N11 + N12 + N13 + N14 + N15 + N16$

$Nota := Acertos \cdot peso = 4,375$