Universidade POSITIVO

Engenharia Civil
Prova Bimestral: 1 / 1º Semestre de 2021
Disciplina: Teoria das Estruturas I

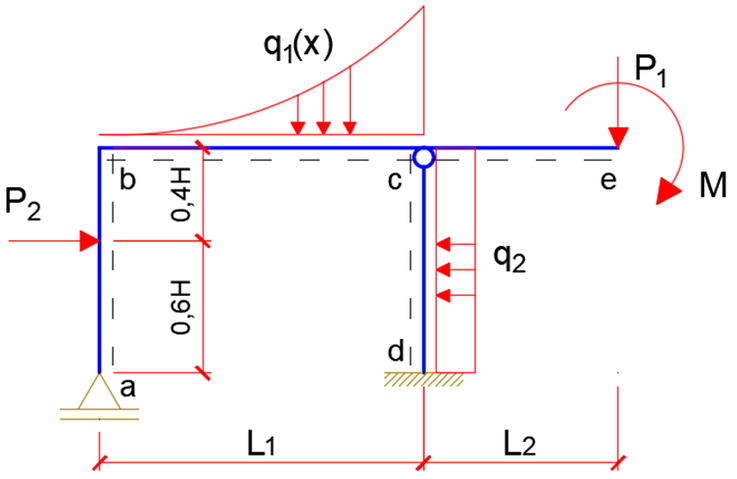
Código da Prova:
TE211-B1-M

Procedimento e Orientações:

1. Leia atentamente todas as instruções da prova.
2. Os dados **D1, D2, D3, D4 e D5** devem ser obtidos no site **www.jjscremin.com/provas** onde o aluno deve entrar com o código da prova (indicado no cabeçalho desta) e seu respectivo número de matrícula clicando no botão **"Buscar Dados"**.
3. Após obter as respostas para as 16 questões da prova o aluno deverá fotografar as páginas com o desenvolvimento dos cálculos e postar no AVA via item **"Postagem de TE211-B1-M"**;
4. Em seguida o aluno deverá postar as respostas finais para as 16 questões (inserindo somente números e utilizando "ponto" como separador de decimais) no site **www.jjscremin.com/provas.** Para tanto, o aluno deverá fazer/refazer a busca de dados com seu número de matrícula e código de prova, certificando-se de que seu nome apareça em vermelho no campo "Nome do Aluno" para em seguida preencher os 16 campos destinados às respostas, e por fim, clicar no botão **"Enviar Respostas"**.
5. **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
6. Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).

Problema A (0,3125 ponto cada) :

Considerando o modelo estrutural esboçado ao lado responda os questionamentos.



Dados:
L1 = D1 . 8,00 m
L2 = D2 . 4,00 m
H = D3 . 4,00m
q1(x) = 10 + x^2 [kN/m]
q2 = 20 kN/m
P1 = D4 . 50 kN
P2 = D5 . 70 kN
M = 30 kNm

OBS: a equação de carregamento q1(x) tem como origem do eixo "x" o ponto "b" e orientação positiva rumo ao ponto "c"

Q01) Qual o valor do momento fletor no ponto "c" da barra "ce" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q02) Qual o valor do esforço cortante no ponto "c" da barra "ce" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q03) Qual o valor do momento fletor no ponto "b" da barra "ab" [em kNm e sinal conforma convenção de diagramas]?
Q04) Qual o valor da reação de apoio horizontal no ponto "d" [em kN e com positivo para direita]?
Q05) Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "a" [em kN e com positivo para cima]?
Q06) Qual o valor da reação de apoio de momento fletor no ponto "d" [em kNm e com positivo para giro anti-horário]?
Q07) Qual o valor do esforço cortante no meio da barra "bc" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q08) Qual o valor do momento fletor no meio da barra "bc" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?

$D1 := 1,2$ $D2 := 1,2$ $D3 := 1$ $D4 := 1$ $D5 := 1,2$

$L1 := D1 \cdot 8\ m = 9,6\ m$ $L2 := D2 \cdot 4\ m = 4,8\ m$ $H := D3 \cdot 4\ m = 4\ m$

$q1(x) := 10 + x^2$ $q2 := 20\ \frac{kN}{m}$

$P1 := D4 \cdot 50\ kN = 50\ kN$ $P2 := D5 \cdot 70\ kN = 84\ kN$ $M := 30\ kN\ m$

Esfoços em Pontos Específicos:

$Mc_ce := -P1 \cdot L2 - M = -270\ \text{kN m}$ $\quad G01 := \frac{Mc_ce}{\text{kN m}} = -270$

$Ve_ce := P1 = 50\ \text{kN}$ $\quad G02 := \frac{P1}{\text{kN}} = 50$

$Mb_ab := -P2 \cdot 0,4 \cdot H = -134,4\ \text{kN m}$ $\quad G03 := \frac{Mb_ab}{\text{kN m}} = -134,4$

Reação de Apoio Horizontal no ponto "d":

$\Sigma Fh := 0$ para direita (+) $\quad RHd + P2 - q2 \cdot H = 0$

$RHd := -P2 + q2 \cdot H = -4\ \text{kN}$ $\quad G04 := \frac{RHd}{\text{kN}} = -4$

Reação de Apoio de Momento Fletor no ponto "d":

$\Sigma Mc := 0$ olhando para "d" - giro anti-horário (+) $\quad RMd + RHd \cdot H - \frac{q2 \cdot H^2}{2} = 0$

$RMd := -RHd \cdot H + \frac{q2 \cdot H^2}{2} = 176\ \text{kN m}$ $\quad G06 := \frac{RMd}{\text{kN m}} = 176$

Resultante o carregamento q1(x) e sua posição em reação ao ponto "b":

$L1 := \frac{L1}{\text{m}}$

$Res := \int_0^{L1} q1(x)\,dx$ $\quad Res := \left(10 \cdot x + \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^{L1}$ $\quad Res := \frac{L1^3}{3} + 10 \cdot L1 = 390,912$

$x_Res := \frac{\int_0^{L1} x \cdot q1(x)\,dx}{Res}$ $\quad x_Res := \frac{1}{Res} \cdot \left(10 \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^{L1}$ $\quad x_Res := \frac{1}{Res} \cdot \left(5 \cdot L1^2 + \frac{L1^4}{4}\right) = 6,6106$

Reação de Apoio Vertical no ponto "a":

$\Sigma Mc := 0$ olhando para "a" - giro horário (+)

$RVa \cdot L1 - P2 \cdot 0,4 \cdot H - Res \cdot (L1 - x_Res) + P1 \cdot L2 + M = 0$

$RVa := \frac{1}{L1\ \text{m}} \cdot (P2 \cdot 0,4 \cdot H + Res\ \text{kN} \cdot (L1\ \text{m} - x_Res\ \text{m}) - P1 \cdot L2 - M) = 107,603\ \text{kN}$ $\quad G05 := \frac{RVa}{\text{kN}} = 107,603$

Equacionamento de esforços na barra "bc"

$Vbc(x) := \int -q1(x)\,dx$ $\quad Vbc(x) := -\frac{x^3}{3} - 10 \cdot x + C1$ $\quad C1 := \frac{RVa}{\text{kN}}$

$Vbc(x) := -\frac{x^3}{3} - 10 \cdot x + C1$ $\quad G07 := Vbc\left(\frac{L1}{2}\right) = 22,739$

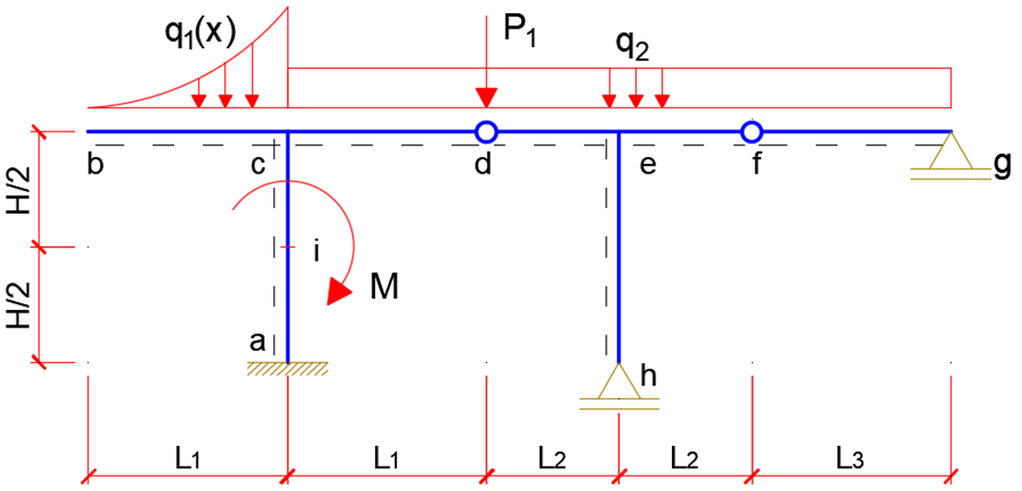
$Mbc(x) := \int Vbc(x)\,dx$ $\quad Mbc(x) := -\frac{x^4}{12} - \frac{10 \cdot x^2}{2} + C1 \cdot x + C2$ $\quad C2 := \frac{Mb_ab}{\text{kN m}} = -134,4$

$Mbc(x) := -\frac{x^4}{12} - \frac{10 \cdot x^2}{2} + C1 \cdot x + C2$ $\quad G08 := Mbc\left(\frac{L1}{2}\right) = 222,6576$

Problema B (0,3125 ponto cada) :

Para o modelo estrutural esboçado responda os questionamentos.

Dados:
L1 = D1 . 5,00 m
L2 = D2 . 4,00 m
L3 = 5,00 m
H = D3 . 4,00 m
q1(x) = D4 . 2x^2 [kN/m]
q2 = D5 . 20 kN/m
P1 = 120 kN
M = 40 kNm



OBS1: todas as barras possuem seção transversal retangular com base 20 cm e altura 45 cm e são feitas de um material elástico linear com módulo de elasticidade E = 10,0 GPa.

OBS2: a equação de carregamento q1(x) tem como origem do eixo "x" o ponto "b" e orientação positiva rumo ao ponto "c".

Q09) Qual o valor do momento fletor no ponto "c" da barra "bc" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q10) Qual o valor do esforço cortante no ponto "c" da barra "bc" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q11) Qual o valor do esforço cortante infinitesimalmente à esquerda do ponto "f" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q12) Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "h" [em kN e com positivo para cima]?
Q13) Qual o valor da rigidez axial da barra "eh" [em kN/m]?
Q14) Qual o valor do esforço cortante infinitesimalmente `a esqueda do ponto "d" da barra "de" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q15) Qual o valor do momento fletor no ponto "c" da barra "cd" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q16) Qual o valor da reação de momento fletor no ponto "a" [em kNm e com giro positivo anti-horário]?

$D1 := 1,2$ $D2 := 1,2$ $D3 := 1$ $D4 := 1$ $D5 := 1,2$

$L1 := D1 \cdot 5\ m = 6\ m$ $L2 := D2 \cdot 4\ m = 4,8\ m$ $L3 := 5\ m$ $H := D3 \cdot 4\ m = 4\ m$

$q1(x) := D4 \cdot 2 \cdot x^2 = 2 \cdot x^2$ $q2 := D5 \cdot 20\ \frac{kN}{m} = 24\ \frac{kN}{m}$ $P1 := 120\ kN$ $M := 40\ kN\ m$

$E := 10\ GPa$ $base := 20\ cm$ $altura := 45\ cm$

Integração da Linha Elástica no Balanço "bc":

$Vbc(x) := \int -q(x)\,dx$ $Vbc(x) := -\frac{D4 \cdot 2 \cdot x^3}{3} + C1$ $C1 := 0$

$Vbc(x) := -\frac{D4 \cdot 2 \cdot x^3}{3} = -\frac{2 \cdot x^3}{3}$ $Vc_bc := Vbc\left(\frac{L1}{m}\right) = -144$ $G09 := Vc_bc = -144$

$Mbc(x) := \int Vbc(x)\,dx$ $Mbc(x) := -\frac{D4 \cdot 2 \cdot x^4}{12} + C2$ $C2 := 0$

$Mbc(x) := -\frac{D4 \cdot 2 \cdot x^4}{12}$ $Mc_bc := Mbc\left(\frac{L1}{m}\right) = -216$ $G10 := Mc_bc = -216$

Cortante infinitesimalmente à esquerda do ponto "f":

$Vf_esq := \frac{q2 \cdot L3}{2} = 60\ kN$ $G11 := \frac{Vf_esq}{kN} = 60$

Reação Vertical no ponto "h":

$\Sigma Md := 0$ olhando para esquerda - giro anti-horário (+):

$RVh \cdot L2 - Vf_esq \cdot 2 \cdot L2 - q2 \cdot (2 \cdot L2) \cdot L2 = 0$

$RVh := \frac{1}{L2} \cdot \left(Vf_esq \cdot 2 \cdot L2 + q2 \cdot 2 \cdot L2^{2} \right) = 350,4\ kN$ $G12 := \frac{RVh}{kN} = 350,4$

Rigidez Axial da barra "eh":

$k := \frac{E \cdot base \cdot altura}{H} = 2,25 \cdot 10^{5}\ \frac{kN}{m}$ $G13 := \frac{k}{\frac{kN}{m}} = 2,25000 \cdot 10^{5}$

Cortante infinitesimalmente à esquerda do ponto "d":

$Vd_dir := -RVh + q2 \cdot 2 \cdot L2 + Vf_esq = -60\ kN$

$Vd_esq := Vd_dir + P1 = 60\ kN$ $G14 := \frac{Vd_esq}{kN} = 60$

Momento Fletor no ponto "c" da barra "cd":

$Mc_cd := -Vd_esq \cdot L1 - \frac{q2 \cdot L1^{2}}{2} = -792\ kN\ m$ $G15 := \frac{Mc_cd}{kN\ m} = -792$

Reação e Momento Fletor no ponto "a":

$RMa := Vd_esq \cdot L1 + \frac{q2 \cdot L1^{2}}{2} + M + Mc_bc\ kN\ m$ $G16 := \frac{RMa}{kN\ m} = 616$