Universidade POSITIVO

Engenharia Civil
Prova Bimestral: 1 / 1° Semestre de 2021
Disciplina: Teoria das Estruturas I

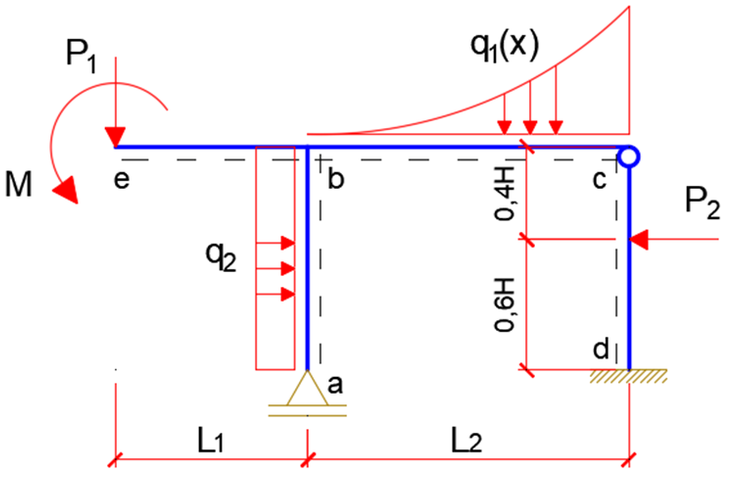
Código da Prova:
TE211-B1-N

Procedimento e Orientações:

1. Leia atentamente todas as instruções da prova.
2. Os dados **D1, D2, D3, D4 e D5** devem ser obtidos no site **www.jjscremin.com/provas** onde o aluno deve entrar com o código da prova (indicado no cabeçalho desta) e seu respectivo número de matrícula clicando no botão **"Buscar Dados"**.
3. Após obter as respostas para as 16 questões da prova o aluno deverá fotografar as páginas com o desenvolvimento dos cálculos e postar no AVA via item **"Postagem de TE211-B1-N"**;
4. Em seguida o aluno deverá postar as respostas finais para as 16 questões (inserindo somente números e utilizando "ponto" como separador de decimais) no site **www.jjscremin.com/provas.** Para tanto, o aluno deverá fazer/refazer a busca de dados com seu número de matrícula e código de prova, certificando-se de que seu nome apareça em vermelho no campo "Nome do Aluno" para em seguida preencher os 16 campos destinados às respostas, e por fim, clicar no botão **"Enviar Respostas"**.
5. **Para todos os cálculos nas questões utilize 5 algarismos significativos.**
6. Na correção dos valores numéricos das questões abertas será utilizada uma margem de erro de 5 por cento (para mais ou para menos).

Problema A (0,3125 ponto cada) :

Considerando o modelo estrutural esboçado ao lado responda os questionamentos.



Dados:
L1 = D1 . 4,00 m
L2 = D2 . 7,00 m
H = D3 . 4,00m
q1(x) = 15 + x^2 [kN/m]
q2 = 25 kN/m
P1 = D4 . 50 kN
P2 = D5 . 70 kN
M = 40 kNm

OBS: a equação de carregamento q1(x) tem como origem do eixo "x" o ponto "b" e orientação positiva rumo ao ponto "c"

Q01) Qual o valor do momento fletor no ponto "b" da barra "eb" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q02) Qual o valor do esforço cortante no ponto "b" da barra "eb" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q03) Qual o valor do momento fletor no ponto "b" da barra "ab" [em kNm e sinal conforma convenção de diagramas]?
Q04) Qual o valor da reação de apoio horizontal no ponto "d" [em kN e com positivo para direita]?
Q05) Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "a" [em kN e com positivo para cima]?
Q06) Qual o valor da reação de apoio de momento fletor no ponto "d" [em kNm e com positivo para giro anti-horário]?
Q07) Qual o valor do esforço cortante no meio da barra "bc" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q08) Qual o valor do momento fletor no meio da barra "bc" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?

$D1 = 0,6$ $D2 = 0,6$ $D3 = 0,6$ $D4 = 1,2$ $D5 = 1$

$L1 := D1 \cdot 4\ \text{m} = 2,4\ \text{m}$ $L2 := D2 \cdot 7\ \text{m} = 4,2\ \text{m}$ $H := D3 \cdot 4\ \text{m} = 2,4\ \text{m}$

$q1(x) := 15 + x^2$ $q2 := 25\ \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$P1 := D4 \cdot 50\ \text{kN} = 60\ \text{kN}$ $P2 := D5 \cdot 70\ \text{kN} = 70\ \text{kN}$ $M := 40\ \text{kN m}$

Esfoços em Pontos Específicos:

$Mb_eb := -P1 \cdot L1 - M = -184\ \text{kN m}$ $\quad G01 := \frac{Mb_eb}{\text{kN m}} = -184$

$Ve_ce := -P1 = -60\ \text{kN}$ $\quad G02 := \frac{Ve_ce}{\text{kN}} = -60$

$Mb_ab := -\frac{q2 \cdot H^2}{2} = -72\ \text{kN m}$ $\quad G03 := \frac{Mb_ab}{\text{kN m}} = -72$

Reação de Apoio Horizontal no ponto "d":

$\Sigma Fh := 0$ para direita (+) $\quad RHd - P2 + q2 \cdot H = 0$

$RHd := P2 - q2 \cdot H = 10\ \text{kN}$ $\quad G04 := \frac{RHd}{\text{kN}} = 10$

Reação de Apoio de Momento Fletor no ponto "d": $\quad RMd + P2 \cdot 0,6 \cdot H - q2 \cdot H \cdot H = 0$

$\Sigma Mc := 0$ olhando para "d" - giro anti-horário (+)

$RMd := q2 \cdot H^2 - P2 \cdot 0,6 \cdot H = 43,2\ \text{kN m}$ $\quad G06 := \frac{RMd}{\text{kN m}} = 43,2$

Resultante o carregamento q1(x) e sua posição em reação ao ponto "b": $\quad L1 := \frac{L1}{\text{m}}$ $\quad L2 := \frac{L2}{\text{m}}$

$Res := \int_0^{L2} q1(x)\,dx$ $\quad Res := \left(15 \cdot x + \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^{L2}$ $\quad Res := \frac{L2^3}{3} + 15 \cdot L2 = 87,696$

$x_Res := \frac{\int_0^{L2} x \cdot q1(x)\,dx}{Res}$ $\quad x_Res := \frac{1}{Res} \cdot \left(15 \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^{L2}$ $\quad x_Res := \frac{1}{Res} \cdot \left(\frac{15}{2} \cdot L2^2 + \frac{L2^4}{4}\right) = 2,3957$

Reação de Apoio Vertical no ponto "a":

$\Sigma Mc := 0$ olhando para "a" - giro horário (+)

$RVa \cdot L2 - M - P1 \cdot (L1 + L2) - q2 \cdot \frac{H^2}{2} - Res \cdot (L2 - x_Res) = 0$

$RVa := \frac{1}{L2\ \text{m}} \cdot \left(M + P1 \cdot (L1\ \text{m} + L2\ \text{m}) + \frac{q2 \cdot H^2}{2} + Res\ \text{kN} \cdot (L2\ \text{m} - x_Res\ \text{m})\right) = 158,6264\ \text{kN}$

$G05 := \frac{RVa}{\text{kN}} = 158,6264$

Equacionamento de esforços na barra "bc"

$Vbc(x) := \int -q1(x)\,dx$ $\quad Vbc(x) := -\frac{x^3}{3} - 15 \cdot x + C1$ $\quad C1 := \frac{RVa - P1}{\text{kN}} = 98,6264$

$Vbc(x) := -\frac{x^3}{3} - 15 \cdot x + C1$ $\quad G07 := Vbc\left(\frac{L2}{2}\right) = 64,0394$

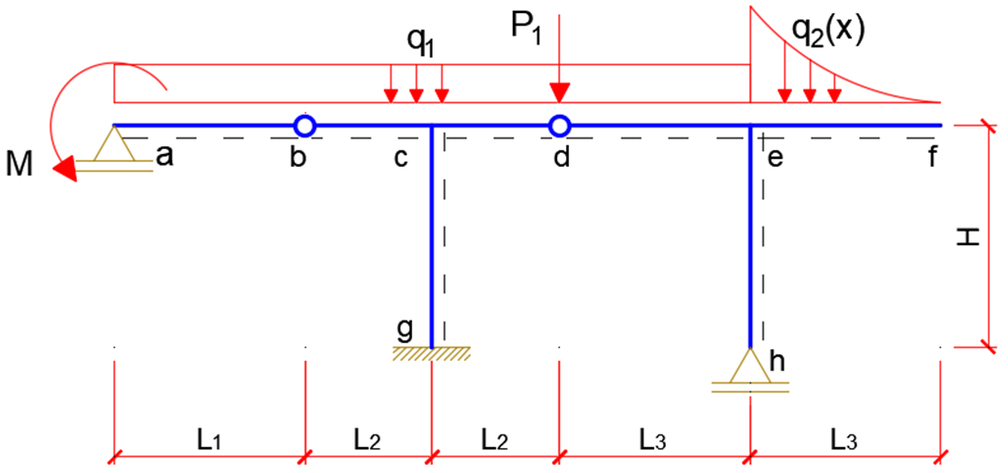
$Mbc(x) := \int Vbc(x)\,dx$ $\quad Mbc(x) := -\frac{x^4}{12} - \frac{15 \cdot x^2}{2} + C1 \cdot x + C2$ $\quad C2 := \frac{Mb_ab + Mb_eb}{\text{kN m}} = -256$

$Mbc(x) := -\frac{x^4}{12} - \frac{15 \cdot x^2}{2} + C1 \cdot x + C2$ $\quad G08 := Mbc\left(\frac{L2}{2}\right) = -83,5803$

Problema B (0,3125 ponto cada) :

Para o modelo estrutural esboçado responda os questionamentos.

Dados:
L1 = 6,00 m
L2 = D1 . 5,00 m
L3 = D2 . 5,00 m
H = 4,00 m
q1 = D4 . 20 kN/m
q2(x) = 40 - D3 x^2 [kN/m]
P1 = D5 . 120 kN
M = 40 kNm



OBS1: todas as barras possuem seção transversal retangular com base 15 cm e altura 40 cm e são feitas de um material elástico linear com módulo de elasticidade E = 7,5 GPa

OBS2: a equação de carregamento q2(x) tem como origem do eixo "x" o ponto "e" e orientação positiva rumo ao ponto "f"

Q09) Qual o valor do esforço cortante infinitesimalmente à direita do ponto "b" [em kN e sinal conforma convenção de diagramas]?
Q10) Qual o valor do momento fletor no ponto "e" da barra "ef" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q11) Qual o valor do esforço cortante no ponto "e" da barra "ef" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q12) Qual o valor da reação de apoio vertical no ponto "h" [em kN e com positivo para cima]?
Q13) Qual o valor da rigidez axial da barra "eh" [em kN/m]?
Q14) Qual o valor do esforço cortante infinitesimalmente à esquerda do ponto "d" [em kN e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q15) Qual o valor do momento fletor no ponto "c" da barra "cd" [em kNm e sinal conforme a convenção de diagramas]?
Q16) Qual o valor da reação de momento fletor no ponto "g" [em kNm e com giro positivo anti-horário]?

$D1 := 0,6$ $D2 := 0,6$ $D3 := 0,6$ $D4 := 1,2$ $D5 := 1$

$L1 := 6\ m$ $L2 := D1 \cdot 5\ m = 3\ m$ $L3 := D2 \cdot 5\ m = 3\ m$ $H := 4\ m$

$q1 := D4 \cdot 20\ \frac{kN}{m}$ $q2 := 40 - D3 \cdot x^2$ $P1 := D5 \cdot 120\ kN = 120\ kN$ $M := 40\ kN\ m$

$E := 7,5\ GPa$ $base := 15\ cm$ $altura := 40\ cm$

Esforço Cortante Infinitesimalmente à direita do ponto "b":

$\Sigma Ma := 0$ no trecho "ab"; giro anti-horário (+) $RVb \cdot L1 + M - \frac{q1 \cdot L1^2}{2} = 0$

$RVb := \frac{1}{L1} \cdot \left(-M + \frac{q1 \cdot L1^2}{2} \right) = 65,3333\ kN$ $Vb_bc := -RVb = -65,3333\ kN$ $G09 := \frac{Vb_bc}{kN} = -65,3333$

Integração da Linha Elástica no Balanço "ef":

$Vef(x) := \int -q2(x)\,dx$ $Vef(x) := +\frac{D3 \cdot x^3}{3} - 40 \cdot x + C1$ $L3 := \frac{L3}{m}$

para x = L3, Vef = 0, logo:

$+\frac{D3 \cdot L3^3}{3} - 40 \cdot L3 + C1 = 0$ $C1 := 40 \cdot L3 - \frac{D3 \cdot L3^3}{3} = 114,6$ $Vef(x) := +\frac{D3 \cdot x^3}{3} - 40 \cdot x + C1$

$Ve_ef := Vef(0) = 114,6$ $G11 := Ve_ef = 114,6$

$Mef(x) := \int Vef(x)\,dx$ $Mef(x) := +\frac{D3 \cdot x^4}{12} - \frac{40 \cdot x^2}{2} + C1 \cdot x + C2$

para x = L3, Mef = 0, logo:

$+\frac{D3 \cdot L3^4}{12} - \frac{40 \cdot L3^2}{2} + C1 \cdot L3 + C2 = 0$ $C2 := -C1 \cdot L3 - \frac{D3 \cdot L3^4}{12} + \frac{40 \cdot L3^2}{2} = -167,85$

$Mef(x) := +\frac{D3 \cdot x^4}{12} - \frac{40 \cdot x^2}{2} + C1 \cdot x + C2$ $Me_ef := Mef(0) = -167,85$ $G10 := Me_ef = -167,85$

Reação e Apoio Vertical em "h":

$\Sigma Mb := 0$ trecho "deh" (considerando a eliminação do balanço); giro anti-horário (+):

$RVh \cdot L3 - \frac{q1 \cdot L3^2}{2} + Me_ef - Ve_ef \cdot L3 = 0$

$RVh := \frac{1}{L3\ \mathrm{m}} \cdot \left(\frac{q1 \cdot (L3\ \mathrm{m})^2}{2} - Me_ef\ \mathrm{kN\,m} + Ve_ef\ \mathrm{kN} \cdot L3\ \mathrm{m} \right) = 206,55\ \mathrm{kN}$ $G12 := \frac{RVh}{\mathrm{kN}} = 206,55$

Rigidez Axial da barra "eh":

$k := \frac{E \cdot base \cdot altura}{H} = 1,125 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$ $G13 := \frac{k}{\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}} = 1,125 \cdot 10^5$

Cortante infinitesimalmente à direita do ponto "d":

$\Sigma Fv := 0$ trecho "deh" (considerando a eliminação do balanço); para cima (+)

$RVh - Ve_ef - q1 \cdot L3 + RVd_esq = 0$

$RVd_esq := -RVh + Ve_ef\ \mathrm{kN} + q1 \cdot L3\ \mathrm{m} = -19,95\ \mathrm{kN}$

Cortante infinitesimalmente à esqueda do ponto "d":

$Vd_dir := P1 + RVd_esq = 100,05\ \mathrm{kN}$ $G14 := \frac{Vd_dir}{\mathrm{kN}} = 100,05$

Momento Fletor no ponto "c" da barra "cd":

$Mc_cd := -Vd_dir \cdot L2 - \frac{q1 \cdot L2^2}{2} = -408,15\ \mathrm{kN\,m}$ $G15 := \frac{Mc_cd}{\mathrm{kN\,m}} = -408,15$

Reação de Momento Fletor no ponto "g":

$\Sigma Mg := 0$ trecho "bcdg" giro anti-horário (+) $RMg + Mc_cd + \frac{q1 \cdot L2^2}{2} - Vb_bc \cdot L2 = 0$

$RMg := -Mc_cd - \frac{q1 \cdot L2^2}{2} + Vb_bc \cdot L2 = 104,15\ \mathrm{kN\,m}$ $G16 := \frac{RMg}{\mathrm{kN\,m}} = 104,15$