Universidade POSITIVO

# Sistemas Estruturais I – Aula 05
# Peças de Aço Comprimidas

- Compressão e Flambagem
- Flambagem por Flexão (Global)
- Dimensionamento conforme a Norma (Sem Flambagem Local)

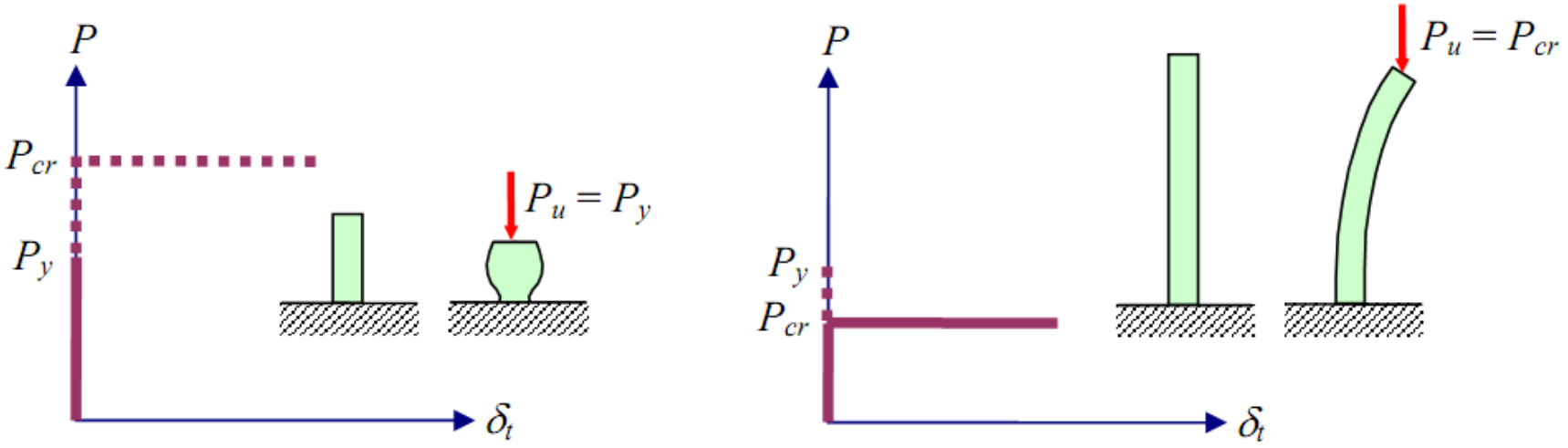
***Prof. Juliano J. Scremin***

Universidade POSITIVO

# Aula 05 - Seção 1:
# Compressão e Flambagem

# *Colunas (Pilares)*

- Denomina-se coluna uma peça vertical sujeita à compressão centrada.
- Ao contrário do esforço de tração, que tende a retificar as peças reduzindo o efeito de curvaturas iniciais existentes, o esforço de compressão tende a acentuar esse efeito.
- O modo de colapso de barras comprimidas pode estar associado ao escoamento da seção ou a instabilidade ( global ou local )

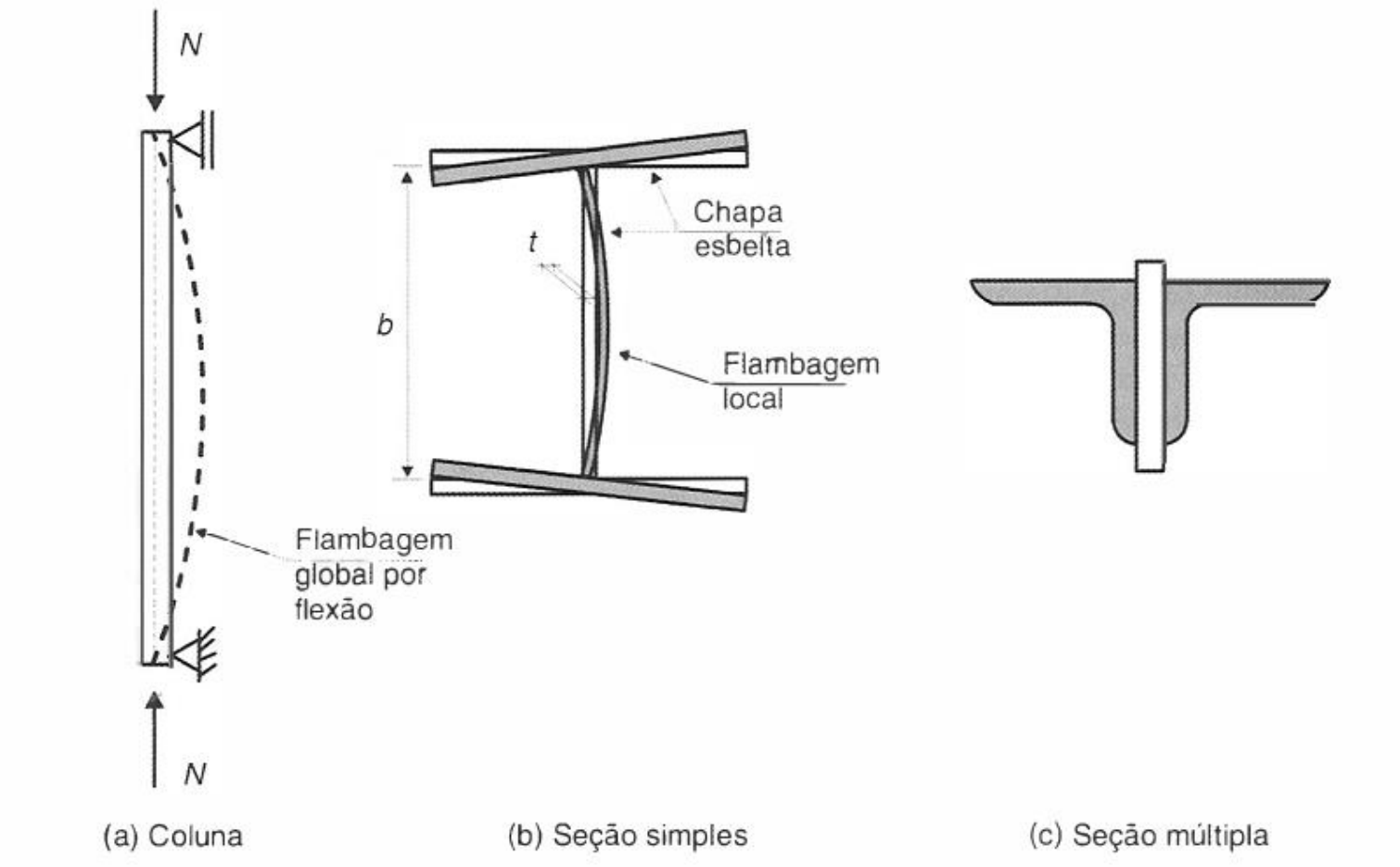


# *Flambagem por Flexão (Global) x Flambagem Local (1)*

- Os deslocamento laterais produzidos nas peças comprimidas como um todo compõe o processo conhecido como **FLAMBAGEM POR FLEXÃO (Global)**.
  - A ocorrência da flambagem por flexão (global) depende da esbeltez da peça comprimida como um todo **λ**.

- As chapas componentes de um perfil, seja ele de seção simples ou composta, podem estar sujeitas a instabilidades caracterizadas pelo aparecimento de deslocamentos transversais à estas, formando ondulações, o que compõe o fenômeno da **FLAMBAGEM LOCAL**.
  - A ocorrência da flambagem local depende da esbeltez da chapa **b/t** .

# *Flambagem por Flexão (Global) x Flambagem Local (2)*



Universidade POSITIVO

# Aula 05 - Seção 2:
# Flambagem por Flexão (Global)

# *Carga Crítica de Flambagem Elástica "$N_{cr}$" (1)*

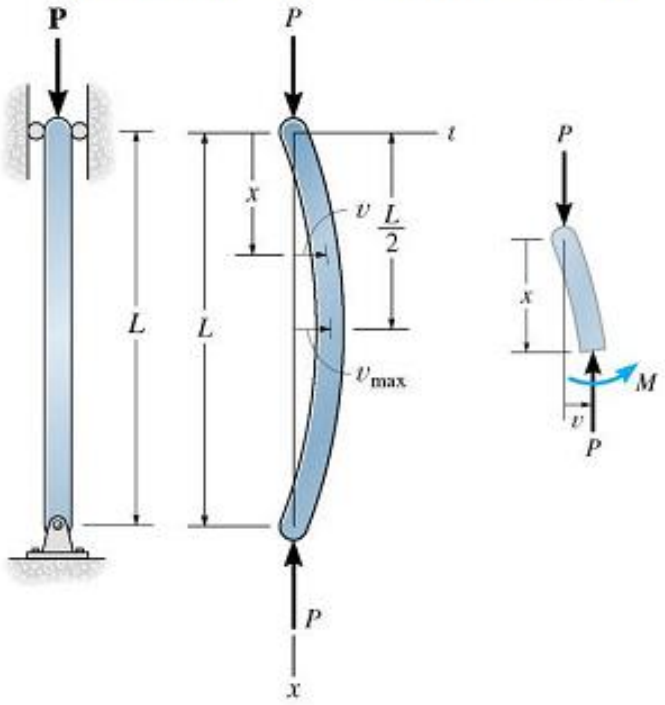
- Os primeiros resultados teóricos sobre instabilidade foram obtidos pelo matemático suiço **Leonard Euler (1707 – 1783)** que investigou o equilíbrio de uma coluna comprimida.
- Segundo ele, para uma coluna inicialmente reta (coluna idealmente perfeita), os deslocamentos laterais se mantém nulos até que a carga crítica de flambagem **Ncr (ou Pcr)**, seja atingida:

$$\mathbf{N}_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(K.L)^2}$$

*E – módulo de elasticidade*
*I – inércia da seção transversal*
*L – comprimento da coluna*
*K – coeficiente de flambagem por flexão*

# Carga Crítica de Flambagem Elástica "$N_{cr}$" (2)

Barra para estudo da flambagem




$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = M = -Pv \quad \text{ou} \quad \frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI}\right)v = 0$$

A solução geral para essa equação diferencial homogênea de segunda ordem é do tipo:

$$v = C_1 sen\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) + C_2 \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right)$$

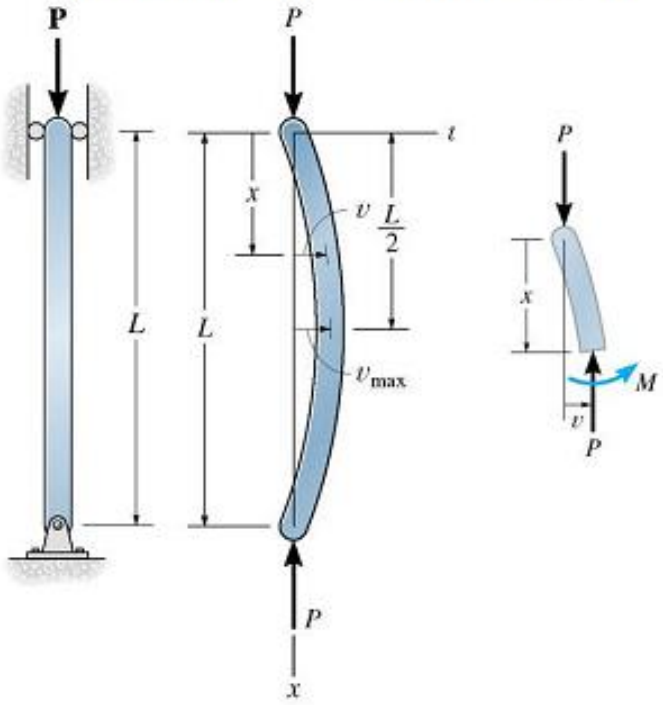
As constantes $C_1$ e $C_2$ podem ser determinadas utilizando as condições de contorno nos apoios. Ou seja, no caso de apoios rotulados tem $v = 0$ em $x = 0$ e $x = L$ que resulta em respectivamente:

$$C_2 = 0$$

$$C_1 \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0$$

# Carga Crítica de Flambagem Elástica "$N_{cr}$" (3)

Barra para estudo da flambagem




$$C_1 \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0$$

A segunda condição será satisfeita se $sen\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0$ o que ocorre

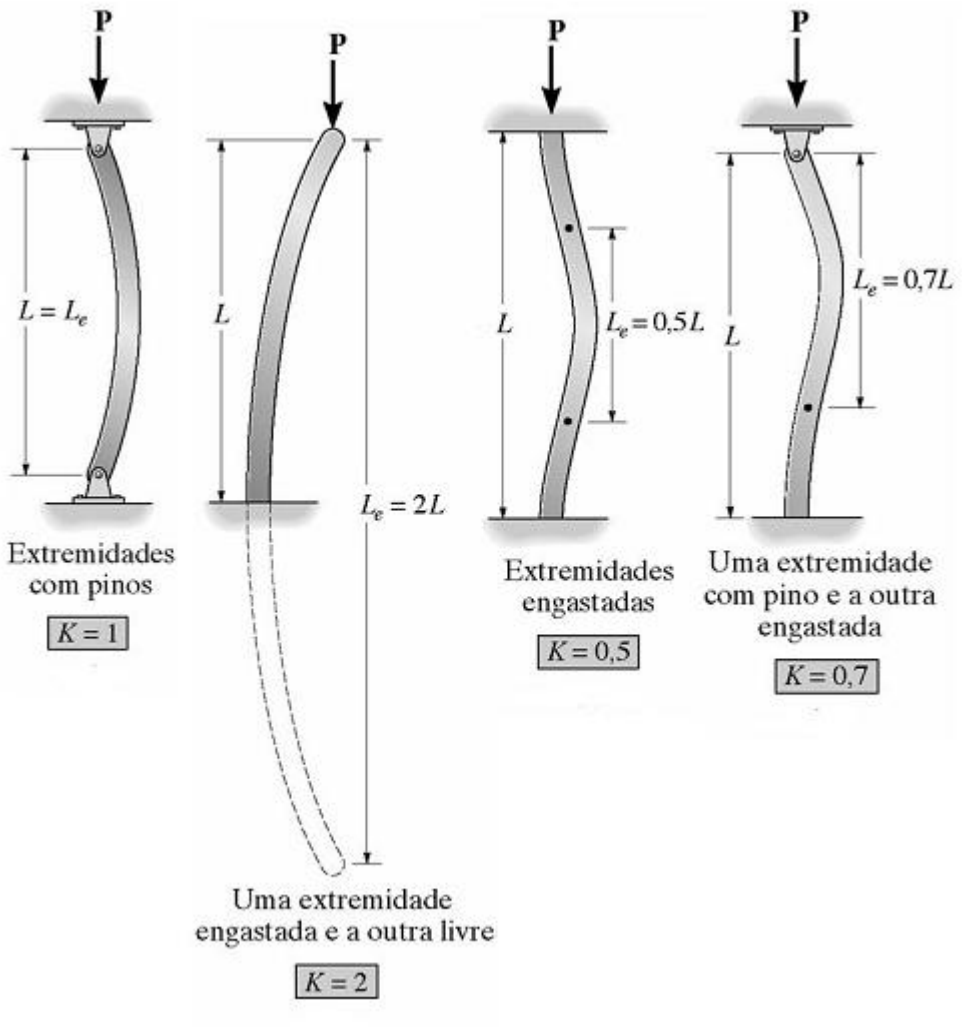
para $\sqrt{\frac{P}{EI}}L = n\pi$ o que permite determinar a carga crítica:

$$P = \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2}$$

O primeiro modo de flambagem ocorre para $n = 1$ e a força correspondente e a força crítica de EULER

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

# Carga Crítica de Flambagem Elástica "$N_{cr}$" (3)




$$\mathbf{P}_{cr} = \mathbf{N}_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(L)^2}$$

Para condições de vinculação diferentes transforma-se o comprimento real (L) da peça em um comprimento fictício denominado comprimento de flambagem pela multiplicação de um coeficiente "K"

$$\mathbf{N}_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(K.L)^2}$$

# *Coeficiente de Flambagem por Flexão K ( comprimento de flambagem K*L )*

**Tabela E.1 — Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados**

| **A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem** | **(a)**  | **(b)**  | **(c)**  | **(d)**  | **(e)**  | **(f)**  |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Valores teóricos de $K_x$ ou $K_y$ | 0,5 | 0,7 | 1,0 | 1,0 | 2,0 | 2,0 |
| Valores recomendados | 0,65 | 0,80 | 1,2 | 1,0 | 2,1 | 2,0 |
| Código para condição de apoio |  | Rotação e translação impedidas<br>Rotação livre, translação impedida<br>Rotação impedida, translação livre<br>Rotação e translação livres | | | | |

# *Tensão Crítica de Flambagem "$f_{cr}$"*

- Dividindo-se a carga crítica de flambagem pela área A da seção transversal da haste comprimida, obtém-se a tensão crítica de flambagem $\mathbf{f_{cr}}$ :

$$f_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{A(KL)^2} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

- onde:
  $\lambda = KL/r$ índice de esbeltez da haste;
  $r = \sqrt{I/A}$ raio de giração da seção, em relação ao eixo de flambagem;
- Logo:

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

# *Esbeltez Limite de Plastificação "λpl "*

- Em elementos **sem imperfeições geométricas iniciais** e constituídos de com **comportamento elástico perfeitamente plástico** só ocorrerá **flambagem em regime elástico se a tensão crítica de Euler (fcr) for inferior a tensão de escoamento**, ou seja se: **fcr < fy** ;

- **Caso o elemento não apresente flambagem (instabilidade) a falha ocorrerá devido ao escoamento do material;**

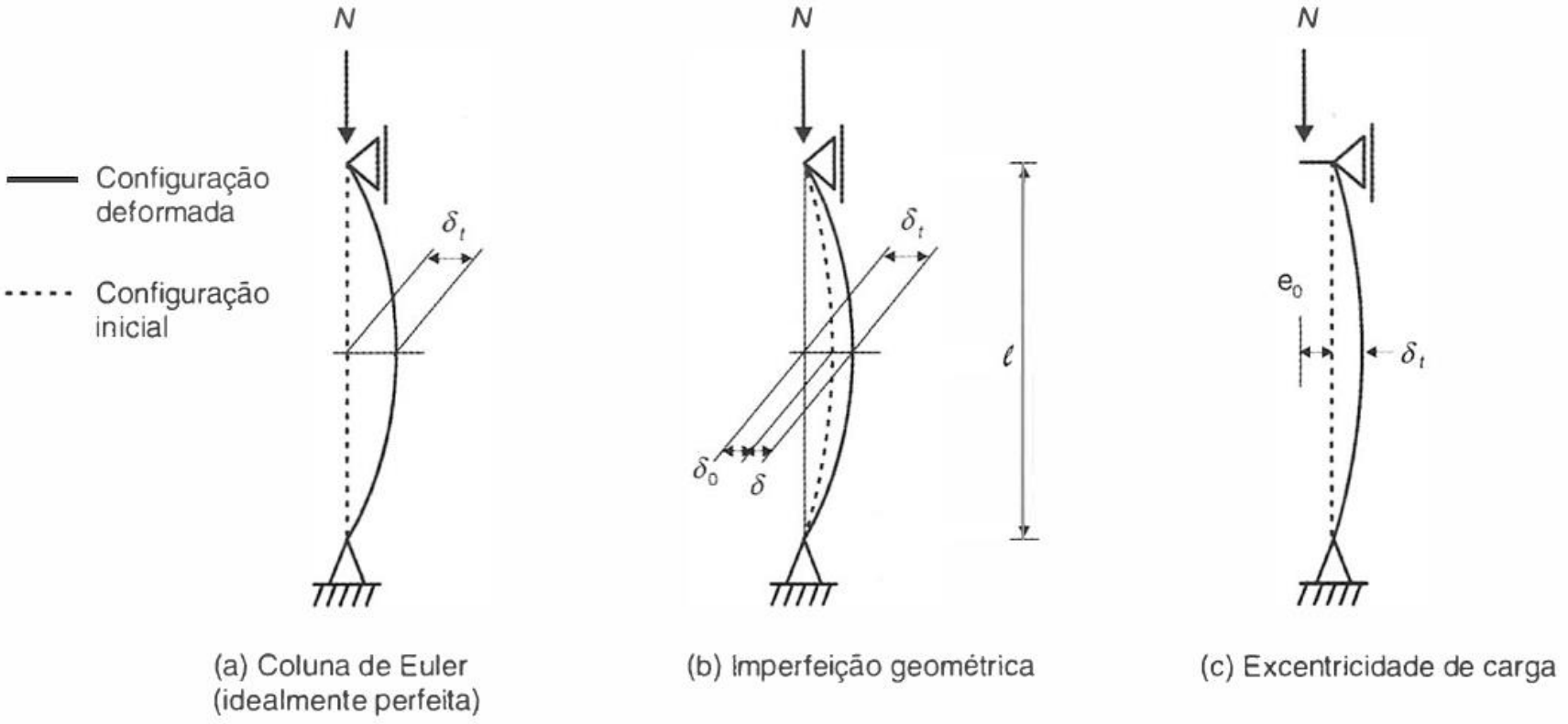
- A partir disso é possível deduzir a esbeltez limite de plastificação ( **λpl** ) como:

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = f_y$$

**Isolando λ**

$$\lambda_{pl} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_y}}$$

# Comportamento Tensão x Esbeltez (2)

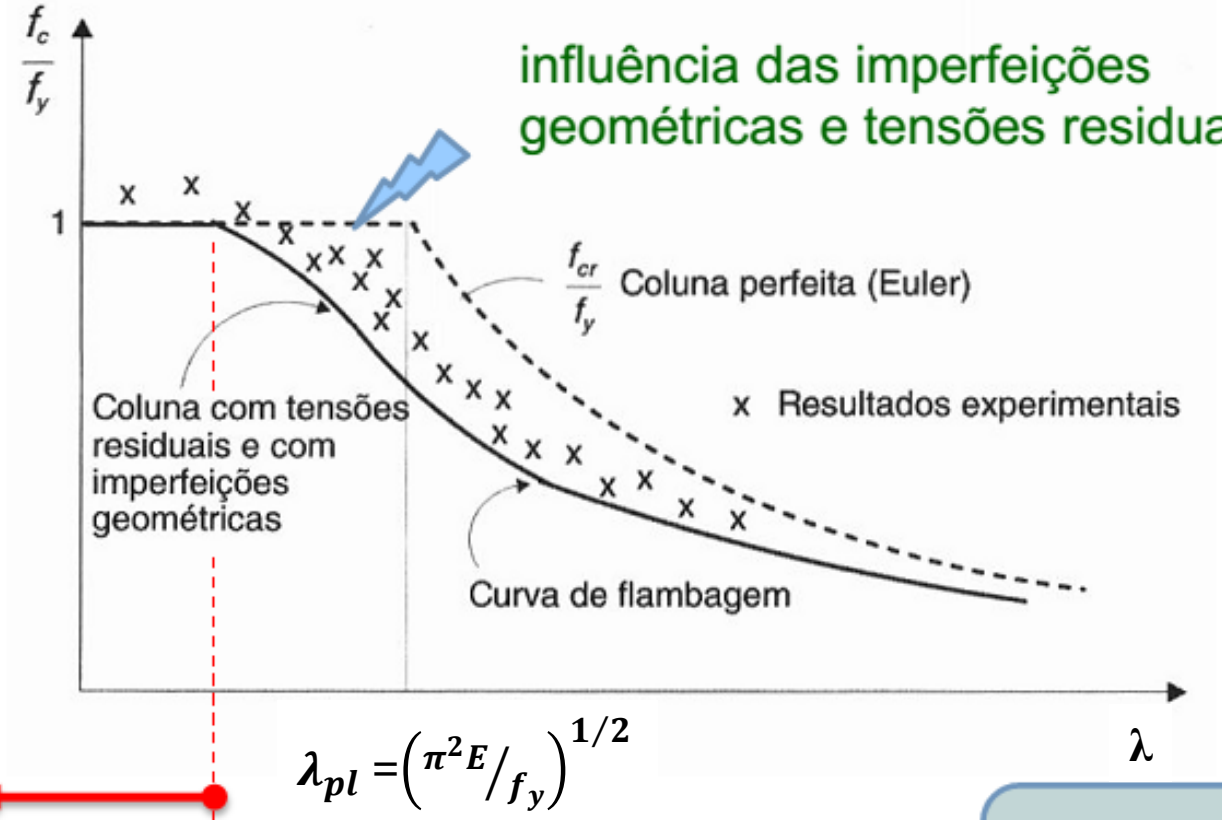



(a) Coluna de Euler (idealmente perfeita)

(b) Imperfeição geométrica

(c) Excentricidade de carga

# Comportamento Tensão x Esbeltez (3)




$$\lambda_{pl} = \left(\pi^2 E / f_y\right)^{1/2}$$

coluna curta

pode-se definir o índice de esbeltez reduzido:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{\left(\pi^2 E / f_y\right)^{1/2}} = \sqrt{\frac{A_g f_y}{N_{cr}}}$$

# *Índice de Esbeltez Reduzido "λo "*

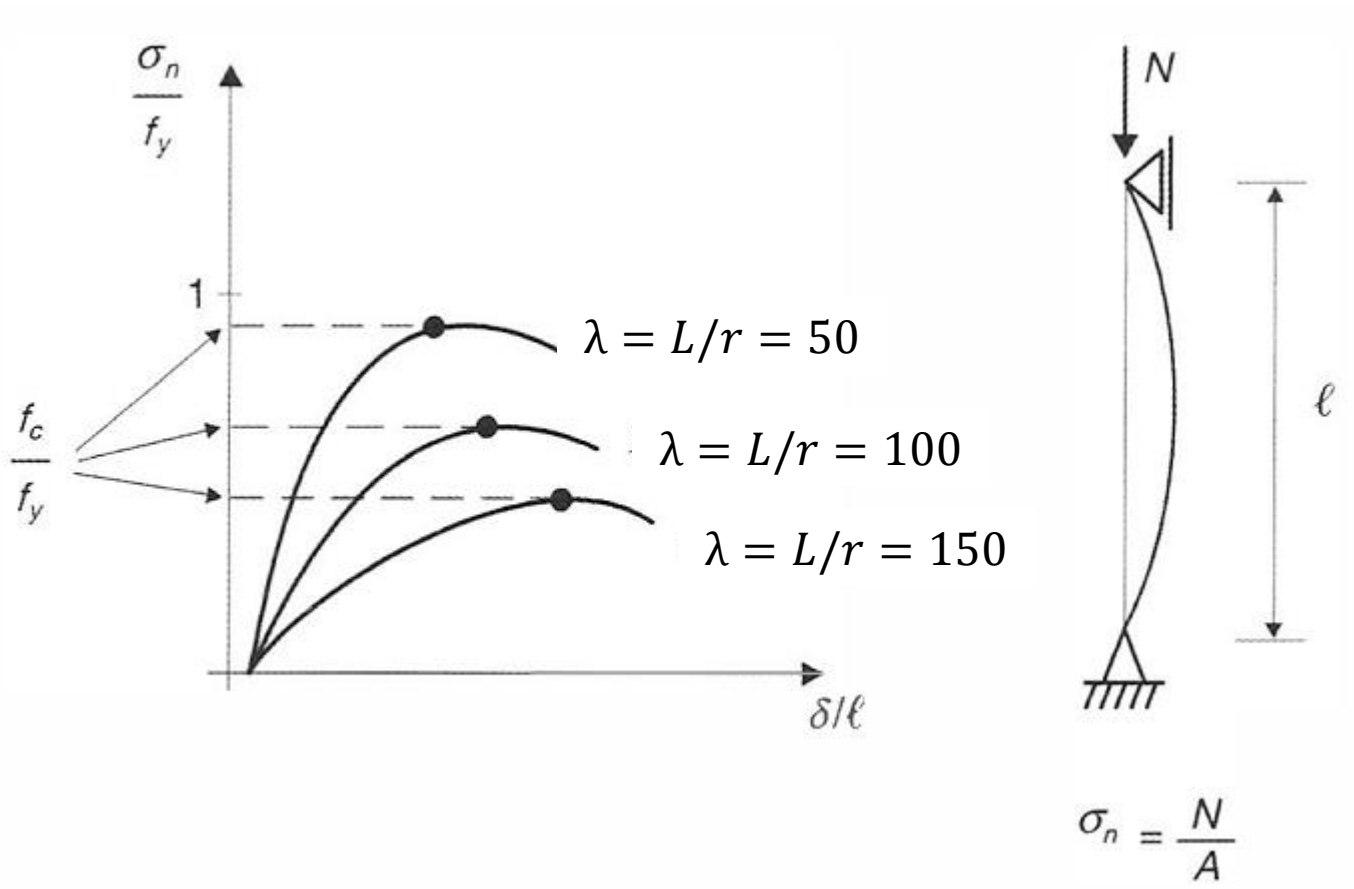
- O índice de esbeltez reduzido é definido como a razão entre o índice de esbeltez da peça e a esbeltez limite de plastificação:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{\lambda_{pl}}$$

**DENTRO DAS HIPÓTESES DE EULER:**

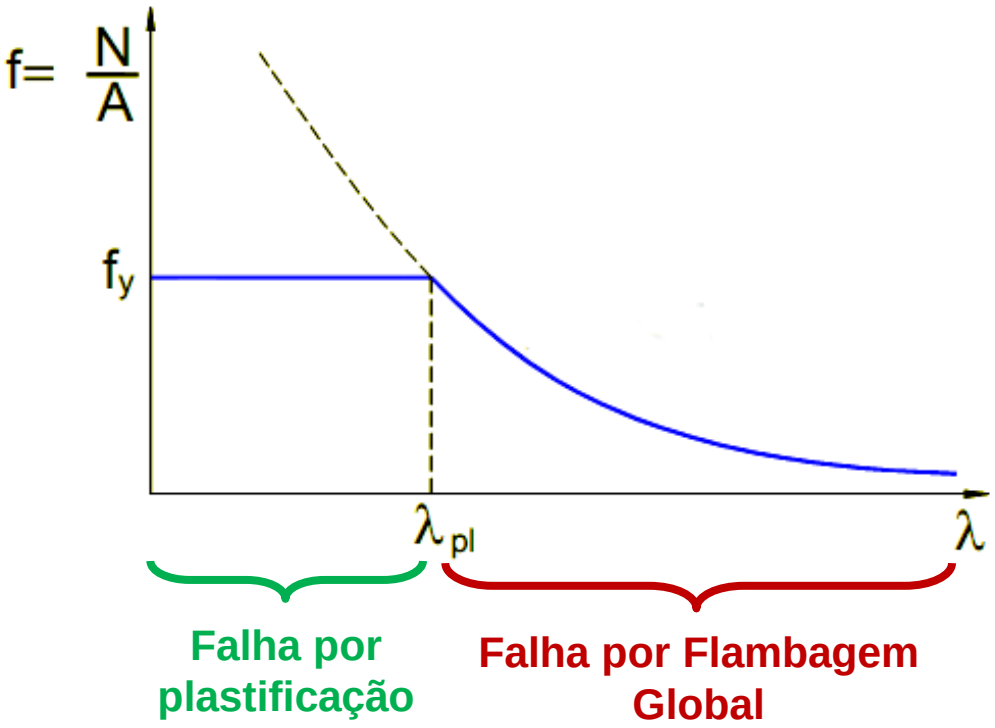
- **Em barras curtas** ( **com esbeltez** $\lambda_0 < \lambda_{pl}$ ) não ocorre flambagem e a falha ocorre por plastificação da seção;
- **Em barras longas** (**com esbeltez** $\lambda_0 \geq \lambda_{pl}$ ) ocorre flambagem em regime elástico.

# *Flambagem x Resistência ao Escoamento*




Comportamento de colunas com diferentes índices de esbeltez sob ação de carga crescente até atingir a tensão última nominal (tensão crítica de flambagem )

# *Fator de Flambagem Global (1)*

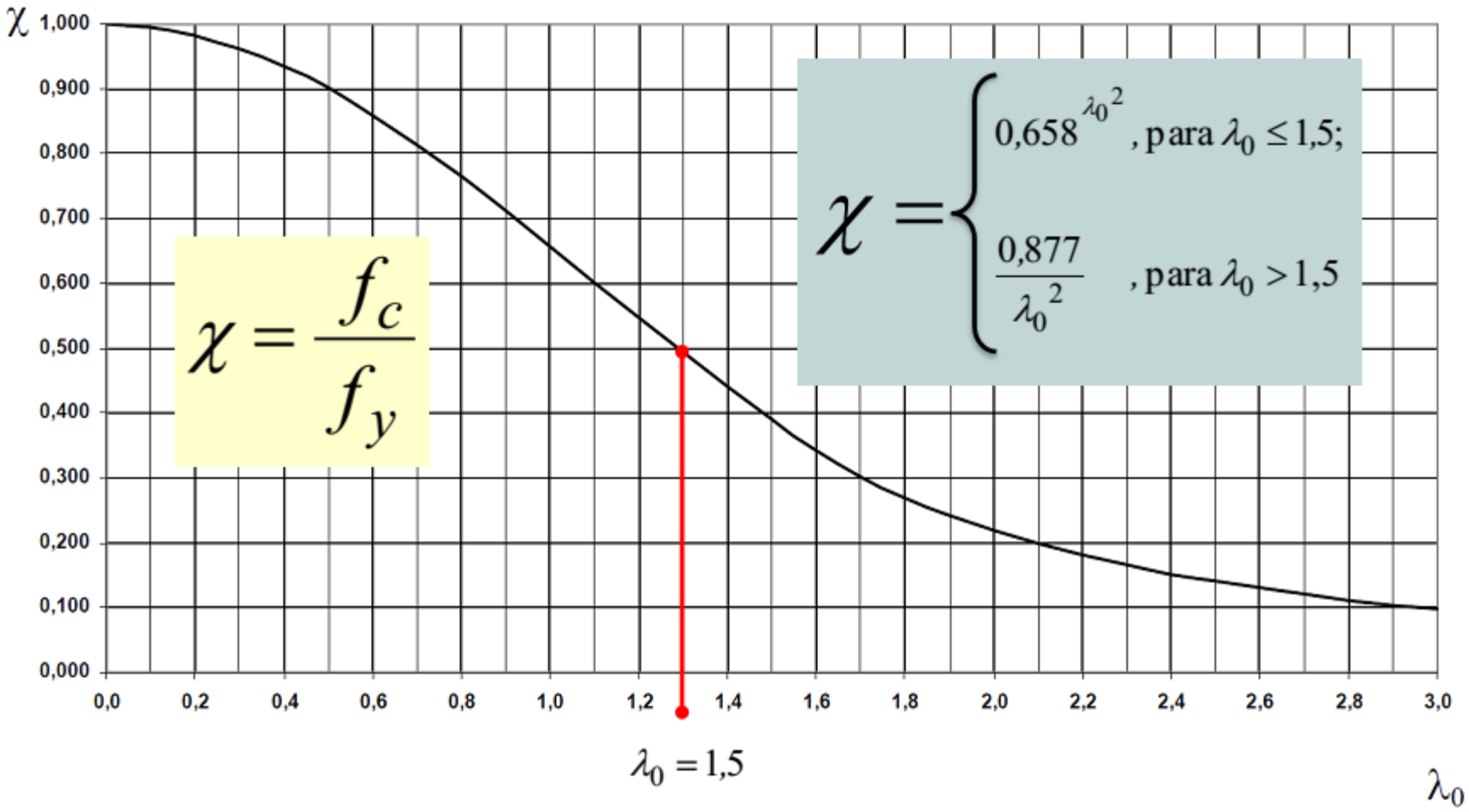



É possível definir um fator de flambagem global ( χ ) dado por:

$$\chi = \frac{f_{cr}}{f_y}$$

- Os resultados acima são baseados na dedução teórica de Euler, os resultados práticos são alterados pela imperfeições inerentes ao sistema estrutural.

# Fator de Flambagem Global (2)



Universidade POSITIVO

# Aula 05 - Seção 3:
# Dimensionamento conforme a Norma (Sem Flambagem Local)

# *Dimensionamento de Colunas NBR 8800 / 2008 (1)*

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd}$$

$N_{c,Sd}$ é a força axial de compressão **solicitante** de cálculo;
$N_{c,Rd}$ é a força axial de compressão **resistente** de cálculo;

**- Força axial resistente de cálculo:**

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi\, Q\, A_g\, fy}{\gamma_{a1}}$$

$\chi$ **– fator de redução de resistência devido a flambagem global;**
$Q$ **– fator de redução de resistência devido a flambagem local;**

# *Dimensionamento de Colunas NBR 8800 / 2008 (2)*

**5.3.3 Fator de redução $\chi$**

**5.3.3.1** O fator de redução associado à resistência à compressão, $\chi$, é dado por:

- para $\lambda_0 \leq 1{,}5$: $\chi = 0{,}658^{\lambda_0^2}$

- para $\lambda_0 > 1{,}5$: $\chi = \dfrac{0{,}877}{\lambda_0^2}$

onde $\lambda_0$ é o índice de esbeltez reduzido, dado em 5.3.3.2.

O valor de $\chi$ pode ser também obtido da Figura 11 ou da Tabela 4, para os casos em que $\lambda_0$ não supere 3,0.

**5.3.3.2** O índice de esbeltez reduzido, $\lambda_0$, é dado por:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q\, A_g\, f_y}{N_e}}$$

Ué!!! Diferente de antes ???

onde $N_e$ é a força axial de flambagem elástica, obtida conforme o Anexo E.

# *Anexo E da NBR 8800 / 2008 (1)*

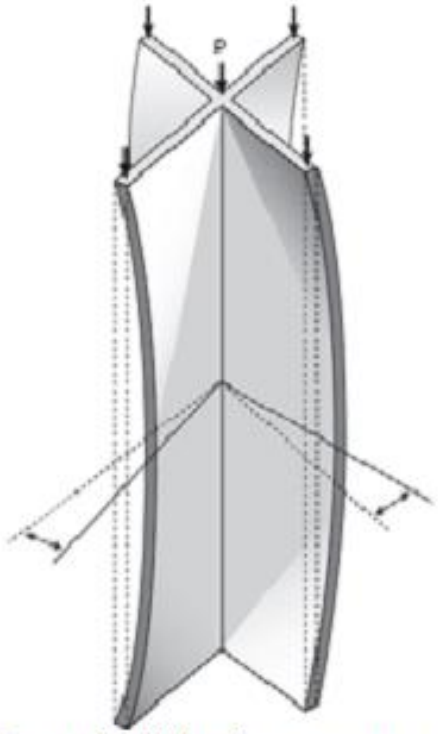
- O **ANEXO E** da **NBR 8800 / 2008** trata do cálculo de **"Ne"** ( força axial de flambagem elástica), sendo esta calculada de formas diferentes mediante a consideração da possibilidade de ocorrência de instabilidades por flexão, torção ou flexo-torção.

- Em **perfis laminados I, H** ou **perfis compostos com seção celular** a **flambagem por flexão é preponderante** perante as outras possíveis instabilidades.

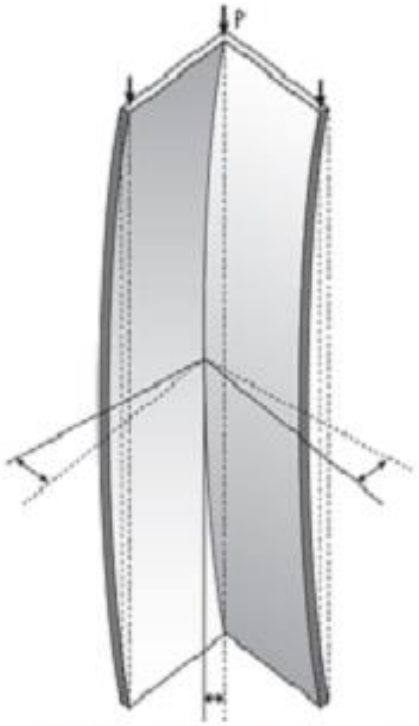
- Em **perfis U, L e perfis compostos abertos** a verificação de **flambagem por torção ou flexo-torção somente se faz necessária em peças curtas**
  ( pequena esbeltez ) pois nos demais casos a flexão também é preponderante.

- **Em termos práticos, a flambagem por torção não interfere nas construções metálicas mais usuais.**

# *Anexo E da NBR 8800 / 2008 (2)*




Instabilidade por torção




Instabilidade por flexotorção

# *Anexo E da NBR 8800 / 2008 (3)*

- Dado que a **flambagem por flexão é o caso mais comum**, no contexto desta disciplina nos limitaremos ao seu estudo.
- As verificações da flambagem por torção e por flexo-torção são descritas na norma em função do cálculo do “Ne” a ser utilizado para determinação do índice de esbeltez reduzido $\lambda_0$.
- Assim sendo, no contexto da disciplina, o cálculo do Ne será sempre feito como:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 E I x}{(K_x L_x)^2} \qquad N_{ey} = \frac{\pi^2 E I y}{(K_y L_y)^2}$$

- Saliente-se a necessidade de verificação da possibilidade de ocorrência de flambagem por flexão nos dois eixos: X e Y, não esquecendo de ter em conta as diferenças de comprimento de flambagem.

# *Dimensionamento de Colunas NBR 8800 / 2008 (3)*

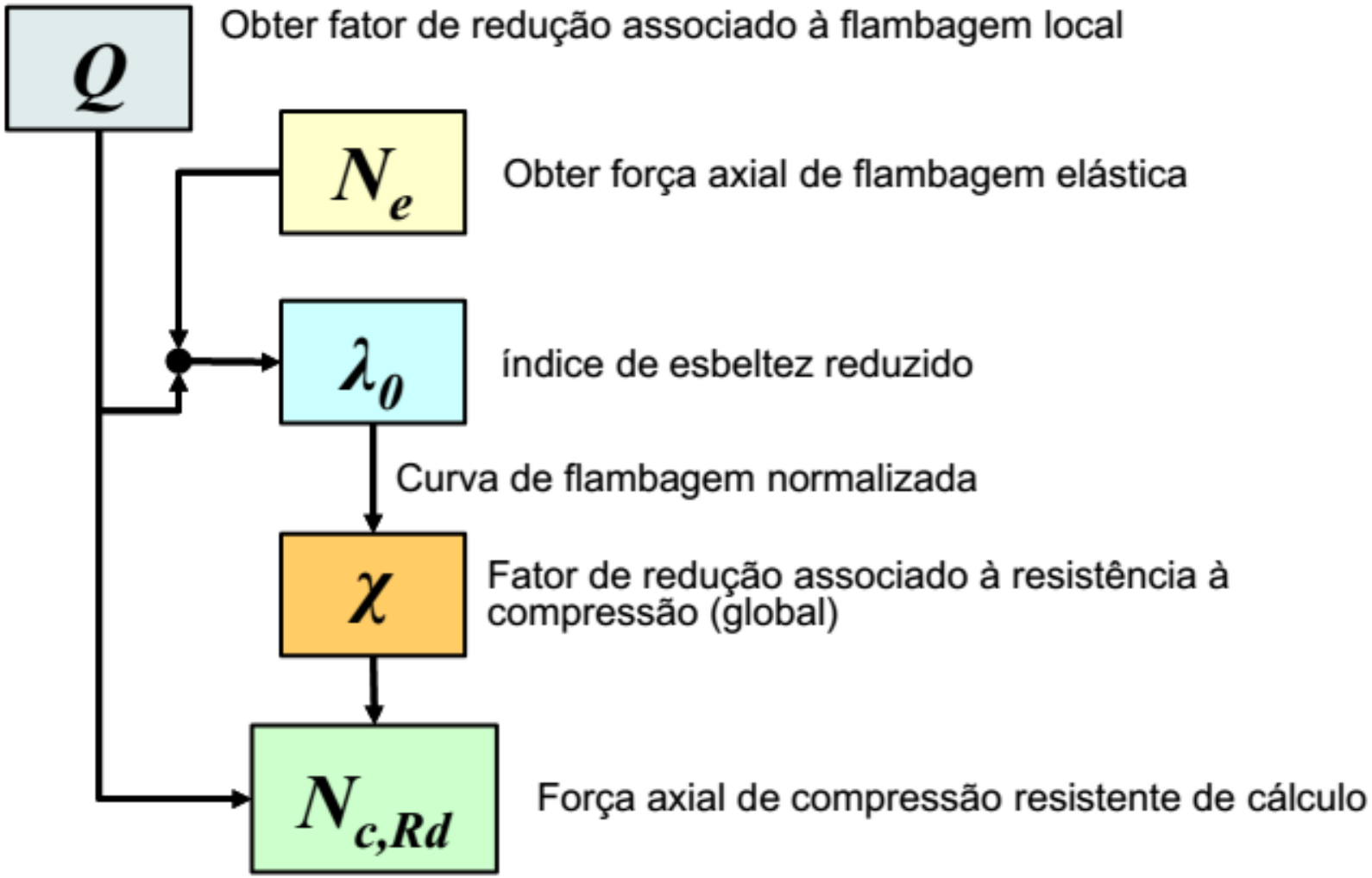
- Forma alternativa do índice de esbeltez reduzido $\lambda_0$:

$$\lambda_0 = \frac{K\,L}{r_{min}}\sqrt{\frac{Q f_y}{\pi^2 E}}$$

- O índice de esbeltez da peça $\lambda$ não pode ser maior do que **200** :

$$\lambda = \frac{K\,L}{r_{min}}$$

# Algoritmo de Verificação de Peças Comprimidas



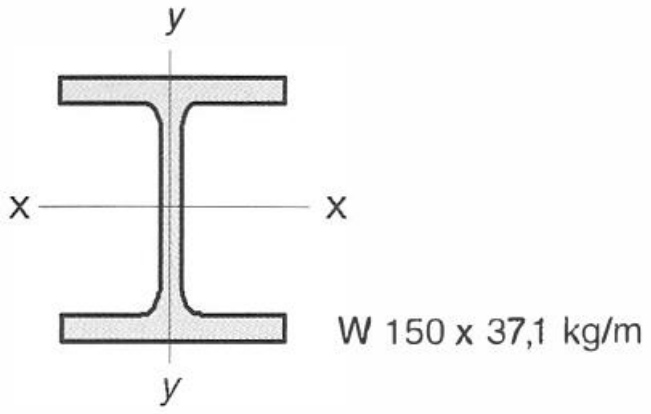
# *FIM*

# *Exercício 5.1*

- Determinar a resistência de cálculo à compressão do perfil **W150x37,1 kg/m** em aço **A36** com comprimento de **3 m**, sabendo que suas **extremidades são rotuladas** e que **há contenção lateral impedindo a flambagem em torno do eixo y**.

- Comparar com o resultado obtido para uma peça sem contenção lateral podendo flambar em torno do eixo y.

- É garantido que para esta geometria de perfil não ocorrerá flambagem local ( Q=1 ).



# *Exercício 5.2*

- **Verificar** se o perfil **HP 310x93** é adequado ao sistema estrutural ao lado:

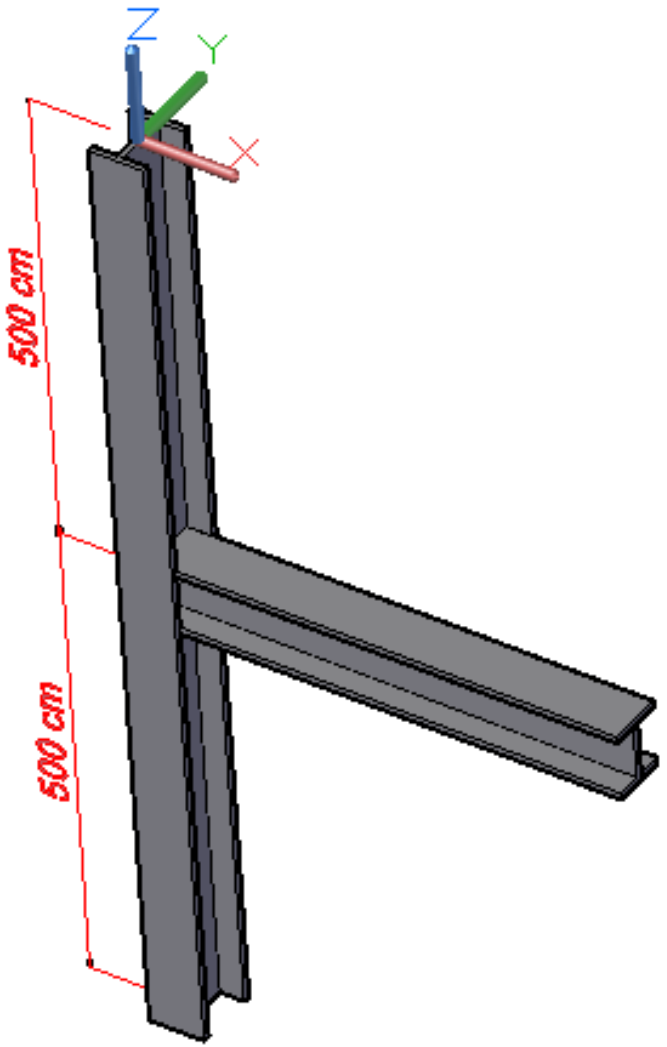
- *Desconsiderar efeitos de flambagem local*

- *Considerar todas as ligações como rótulas;*

***Dados:***

***Aço ASTM A572 Grau 50 ( fy=345MPa )***
***Pefil HP 310x93***
***( Ag = 119,2 cm²; rx = 12,85 cm; ry = 7,32 cm )***
***Yg = Yq = 1,4***

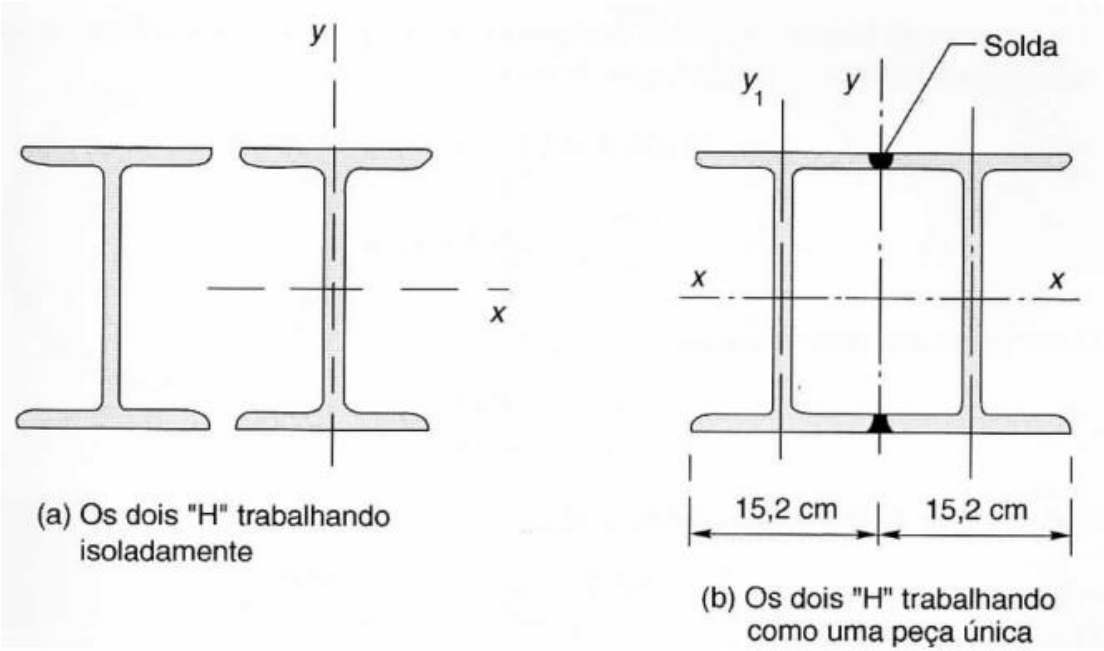
***Cargas Axiais:***
***$N_{sg}$ = 300 kN***
***$N_{sq}$ = 1070 kN***



# *Exercício 5.3*

- Calcular o esforço resistente de projeto à compressão em dois perfis **H152(6”) x 40,9 kg/m**, **sem ligação** entre si, **e comparar com o resultado obtido para os perfis ligados por sola longitudinal**. Considerar uma **peça de 4 m**, **rotulada nos dois planos de flambagem, nas duas extremidades**. Aço **A36**.

- *Desconsiderar efeitos de flambagem local*



# *Exercício 5.4*

- Uma peça comprimida **engastada na base** e **rotulada no topo** tem **500 cm de comprimento longitudinal** e será feita em **aço A36** com perfil soldado conforme a figura abaixo.
- **Determine o valor da máxima carga de compressão** centrada que a peça poderá suportar expondo os resultados de resistência segundo os dois eixos transversais (x e y).
- *Desconsiderar efeitos de flambagem local*
- ***Dados:***
  ***h = 380 mm***
  ***tf = 10 mm***
  ***bf = 300 mm***
  ***tw = 12,5 mm***
  ***L = 5000 mm***

