Universidade POSITIVO

Sistemas Estruturais I – Aula 07
Vigas de Alma Cheia (2)

- Flexão em Vigas de Alma Não-Esbelta com Contenção Lateral
- Tabela G.1 da NBR 8800 / 2008 (FLA e FLM em vigas de alma não-esbelta)
- Esforço Cortante e Deslocamentos Máximos (Flechas)

Prof. Juliano J. Scremin

Universidade POSITIVO

Aula 07 - Seção 1:
Vigas de Alma Não-Esbelta com Contenção Lateral (sem FLT)

Classificação para FLA / FLM (1)

- Quanto à flambagem local da mesa ou da alma de perfis, vimos que as vigas podem ser classificadas em:

Seção Compacta	Seção Semi-compacta	Seção Esbelta

- O que define a classificação destas vigas é o **índice de esbeltez (λ)**:

$$\lambda = \frac{b}{t}$$

  - **b :** comprimento do elemento (altura da alma, comprimento da meia-mesa e etc.) ;
  - **t :** espessura do elemento (espessura da alma, espessura da meia mesa, etc.;

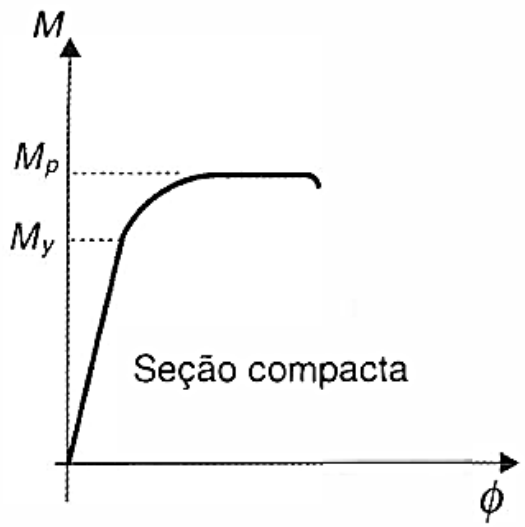
Classificação para FLA / FLM (2)

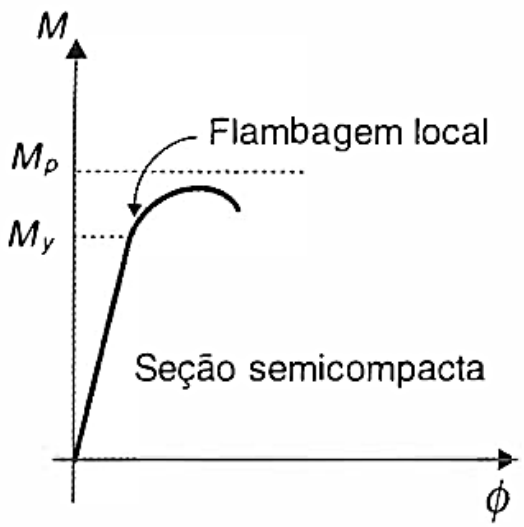
λ_p – parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação total;
λ_r – parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento;

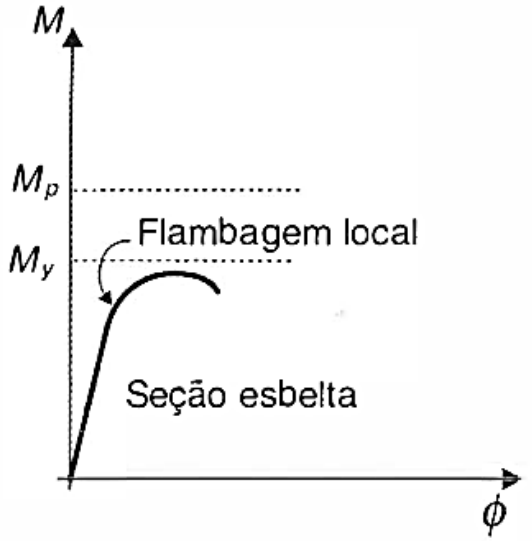
Tipo de Seção	Relação de Parâmetros	Ocorrências	Tipo de Flambagem
Seção Compacta	$\lambda \leq \lambda_p$	**Atinge Mpl antes da ocorrência de flambagem local**	**Não ocorre flambagem local**
Seção Semi-compacta	$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$	**Atinge My / Mr antes da ocorrência de flambagem local**	**Flambagem local em regime inelástico**
Seção Esbelta	$\lambda_r < \lambda$	**Ocorre flambagem local antes de atingir My / Mr**	**Flambagem local em regime elástico**

OBS. os parâmetros λ_p e λ_r tem expressões de cálculo diferentes para cada tipo de seção transversal (Vide Tabela G.1 da Norma)

Classificação para FLA / FLM (3)







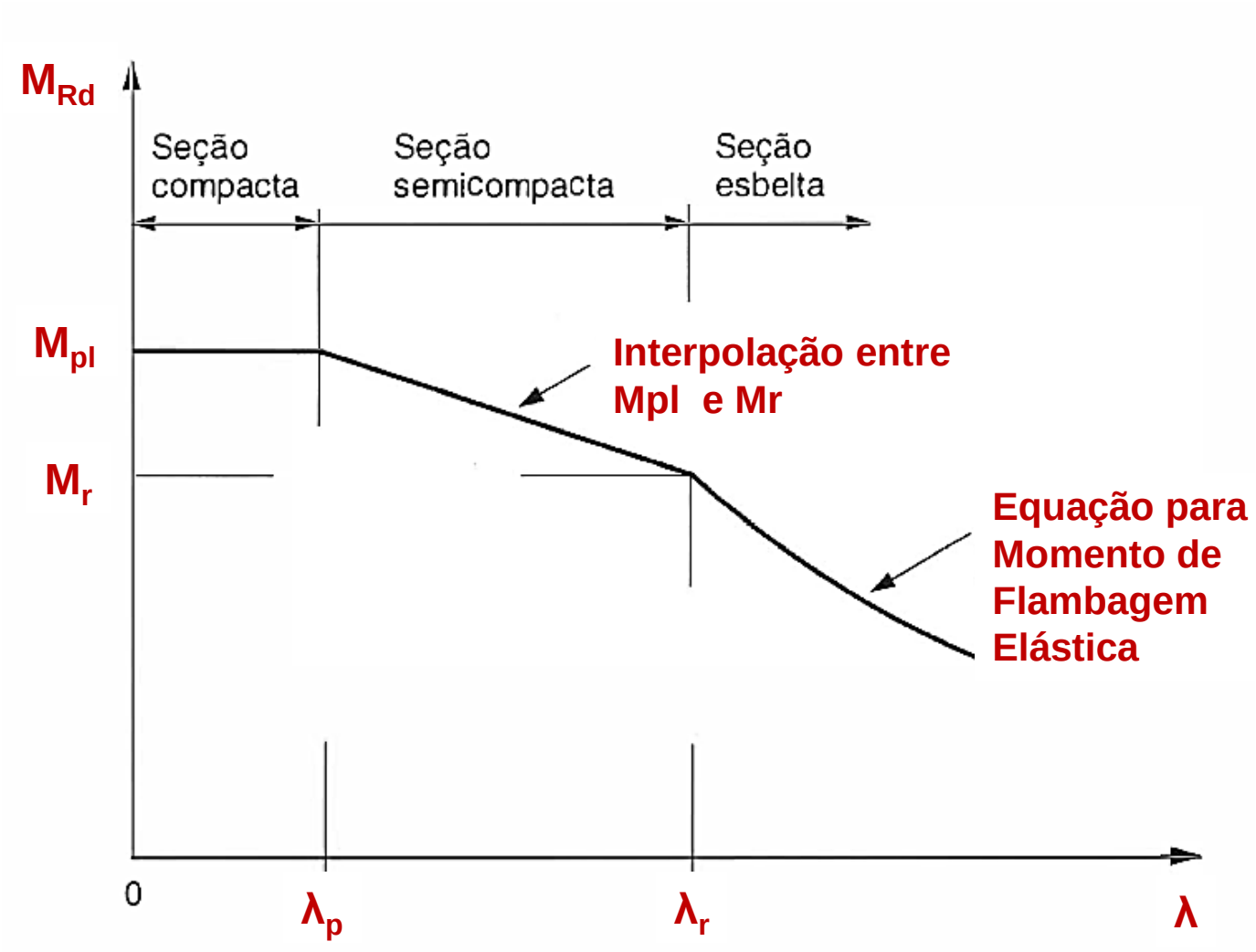
M_{Rd} para FLA / FLM (1)

- O momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) para as verificações de FLA e FLM, conforme os três tipos de seções destes casos, é calculado como:

Tipo de Seção	Relação de Parâmetros	Expressão
Seção Compacta	$\lambda \leq \lambda_p$	$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$
Seção Semi-compacta	$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$	$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{a1}}\left[M_{pl} - (Mpl - Mr)\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}\right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$
Seção Esbelta	$\lambda_r < \lambda$	$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}}$ (Não aplicável a FLA – vide Anexo H)

- M_{cr} – momento fletor de flambagem elástica

M_{Rd} para FLA / FLM (2)



Limitação do Momento Resistente

- Quando a determinação dos esforços solicitantes, deslocamentos, flechas e etc é feita com base no comportamento elástico, o momento resistente de projeto fica limitado a :

$$\mathbf{M_{Rd}} = \frac{\mathbf{1{,}5}\ W\ fy}{\gamma_{a1}}$$

sendo W o menor módulo elástico da seção.

Universidade POSITIVO

Aula 07 - Seção 2:
Tabela G.1 da NBR 8800 / 2008 (FLA e FLM em vigas de alma não-esbelta)

Tabela G.1

- A tabela G.1 da NBR 8800 / 2008 contempla vários tipos de seções transversais, entretanto, na disciplina, ficaremos limitados as seções indicadas abaixo:

Tabela G.1 — Parâmetros referentes ao momento fletor resistente

Tipo de seção e eixo de flexão	Estados-limites aplicáveis	M_r	M_{cr}	λ	λ_p	λ_r
Seções I e H com dois eixos de simetria e seções U não sujeitas a momento de torção, fletidas em relação ao eixo de maior momento de inércia	FLT	$(f_y - \sigma_r)W$ Ver Nota 5	Ver Nota 1	$\frac{L_b}{r_y}$	$1{,}76\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 1
	FLM	$(f_y - \sigma_r)W$ Ver Nota 5	Ver Nota 6	b/t Ver Nota 8	$0{,}38\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 6
	FLA	$f_y W$	Viga de alma esbelta (Anexo H)	$\frac{h}{t_w}$	$3{,}76\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$5{,}70\sqrt{\frac{E}{f_y}}$

- Como no momento não estamos considerando a verificação FLT, será ignorado o conteúdo da “Nota 1”;

Notas 5, 6 e 8

5) A tensão residual de compressão nas mesas, σ_r, deve ser tomada igual a 30 % da resistência ao escoamento do aço utilizado.

6) Para perfis laminados: $M_{cr} = \dfrac{0{,}69\,E}{\lambda^2} W_c$, $\lambda_r = 0{,}83\sqrt{\dfrac{E}{(f_y - \sigma_r)}}$

Para perfis soldados: $M_{cr} = \dfrac{0{,}90\,E\,k_c}{\lambda^2} W_c$, $\lambda_r = 0{,}95\sqrt{\dfrac{E}{(f_y - \sigma_r)/k_c}}$

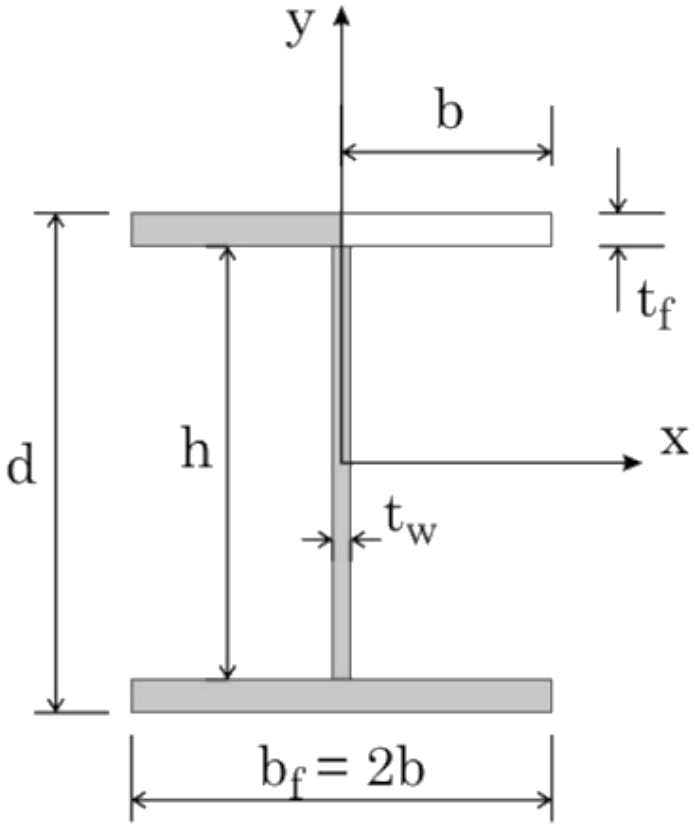
com o coeficiente k_c dado por

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}, \text{ sendo } \; 0{,}35 \le k_c \le 0{,}76$$

8) b/t é a relação entre largura e espessura aplicável à mesa do perfil; no caso de seções I e H com um eixo de simetria, b/t refere-se à mesa comprimida (para mesas de seções I e H, b é a metade da largura total, para mesas de seções U, a largura total, para seções tubulares retangulares, a largura da parte plana e para perfis caixão, a distância livre entre almas).

Simbologia

- **M_{cr}** – momento fletor de flambagem elástica;
- **L_b** – distância entre duas seções contidas à flambagem lateral com torção (comprimento destravado);
- **W_c** - módulo de resistência elástico do lado comprimido da seção, relativo ao eixo de flexão;



Universidade POSITIVO

Aula 07 - Seção 3:
Verificação de Cortante e Deslocamentos Máximos (Flechas)

V_{pl} - Cortante de Plastificação (1)

- Tal como há um momento fletor que leva à plastificação da seção transversal, de igual forma, é possível definir um esforço cortante para o qual a alma do perfil plastifica-se por cisalhamento, sendo este :

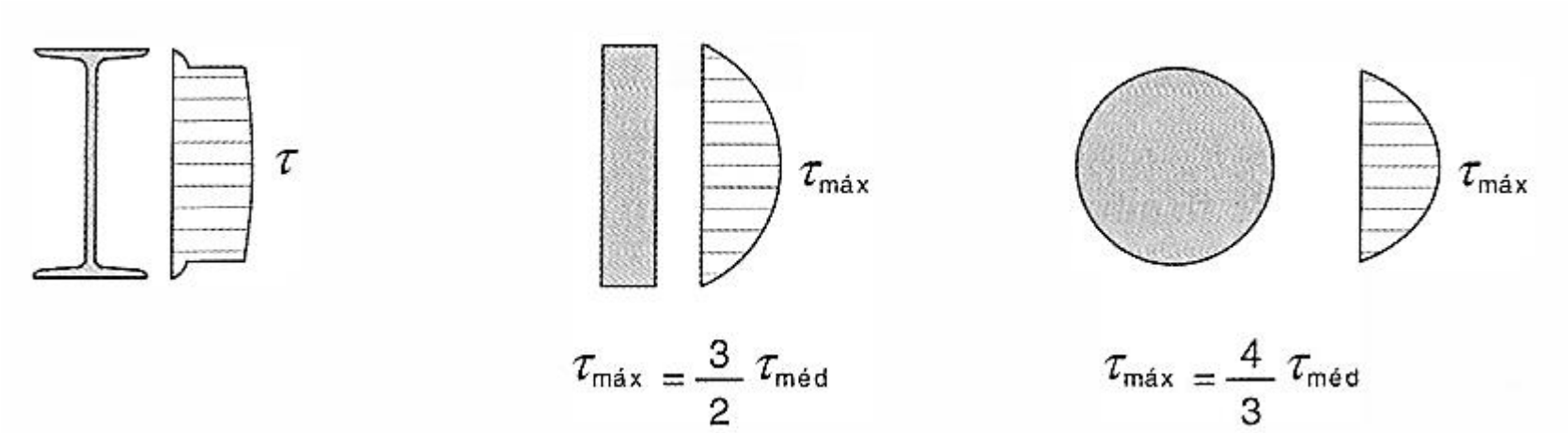
$$V_{pl} = 0,60\ Aw\ fy$$

- Nesta expressão, Aw é a área efetiva de cisalhamento, ou seja:
  A_w = d * t_w.

V_{pl} - Cortante de Plastificação (2)

OBS: da Resistência dos Materiais, para seções retangulares

$$\tau_{máx} = 1,5\,{}^{V}/_{A}$$



V_{Rd} Força Cortante Resistente de Cálculo

- Para seções I, H e U fletidas em relação ao eixo central de inércia perpendicular à alma tem-se que:

Tipo de Seção	Relação de Parâmetros	Expressão de Cálculo de V_{Rd}
Alma Compacta	$\lambda \leq \lambda_p$	$V_{Rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}}$
Alma Semi-compacta	$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$	$V_{Rd} = \frac{\lambda_p}{\lambda} \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}}$
Alma Esbelta	$\lambda_r < \lambda$	$V_{Rd} = 1{,}24 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda}\right)^2 \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}}$

V_{Rd} – Índices de Esbeltez

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \qquad \lambda_p = 1{,}10\sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} \qquad \lambda_r = 1{,}37\sqrt{\frac{k_v E}{f_y}}$$

$$k_v = \begin{cases} 5{,}0 \text{ para almas sem enrijecedores transversais, para } \dfrac{a}{h} > 3 \text{ ou para } \dfrac{a}{h} > \left[\dfrac{260}{(h/t_w)}\right]^2 \\ 5 + \dfrac{5}{(a/h)^2}, \text{ para todos os outros casos} \end{cases}$$

$V_{p\ell}$ é a força cortante correspondente à plastificação da alma por cisalhamento, dada em 5.4.3.1.2;

a é a distância entre as linhas de centro de dois enrijecedores transversais adjacentes (ver 5.4.3.1.3);

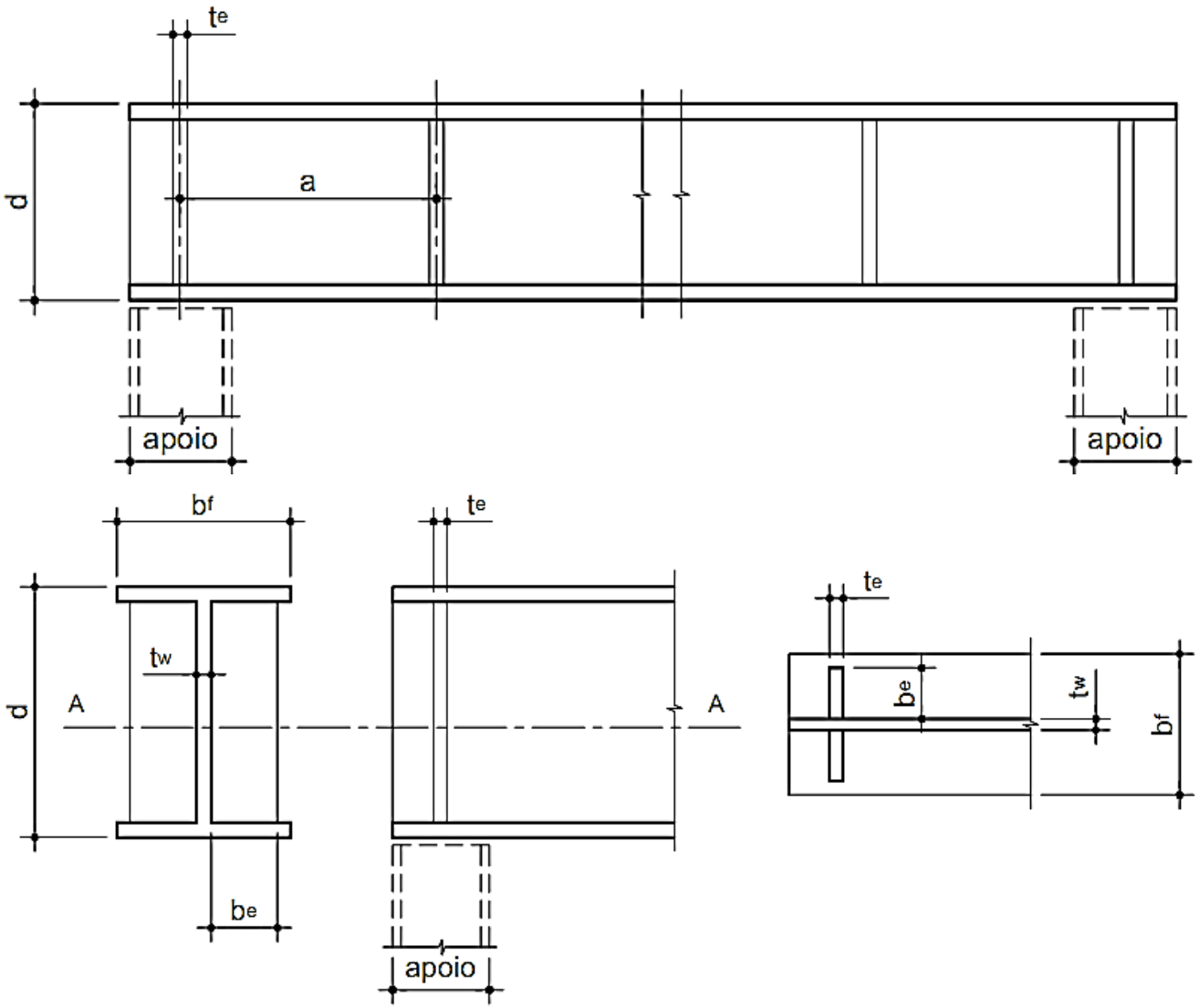
h é a altura da alma, tomada igual à distância entre as faces internas das mesas nos perfis soldados e igual a esse valor menos os dois raios de concordância entre mesa e alma nos perfis laminados;

t_w é a espessura da alma.

Enrijecedores Transversais – Ilustração (1)

- Quando a alma tem dimensões insuficientes para resistir ao esforço cortante existente, ela pode ser reforçada para resistir às solicitações que lhe são impostas.
- Esse reforço consiste na disposição de enrijecedores laterais de alma, e podem ser colocados ao longo do comprimento da viga.
- Esses enrijecedores tanto podem desempenhar a função de **auxiliar a viga na sua resistência ao cortante**, distribuídos ao longo do comprimento da peça a espaçamentos constantes, como podem também **servir para auxiliar a seção na absorção de esforços localizados**, neste último caso são posicionados na seção onde uma carga concentrada é aplicada.

Enrijecedores Transversais – Ilustração (2)



Deslocamentos Máximos (1)

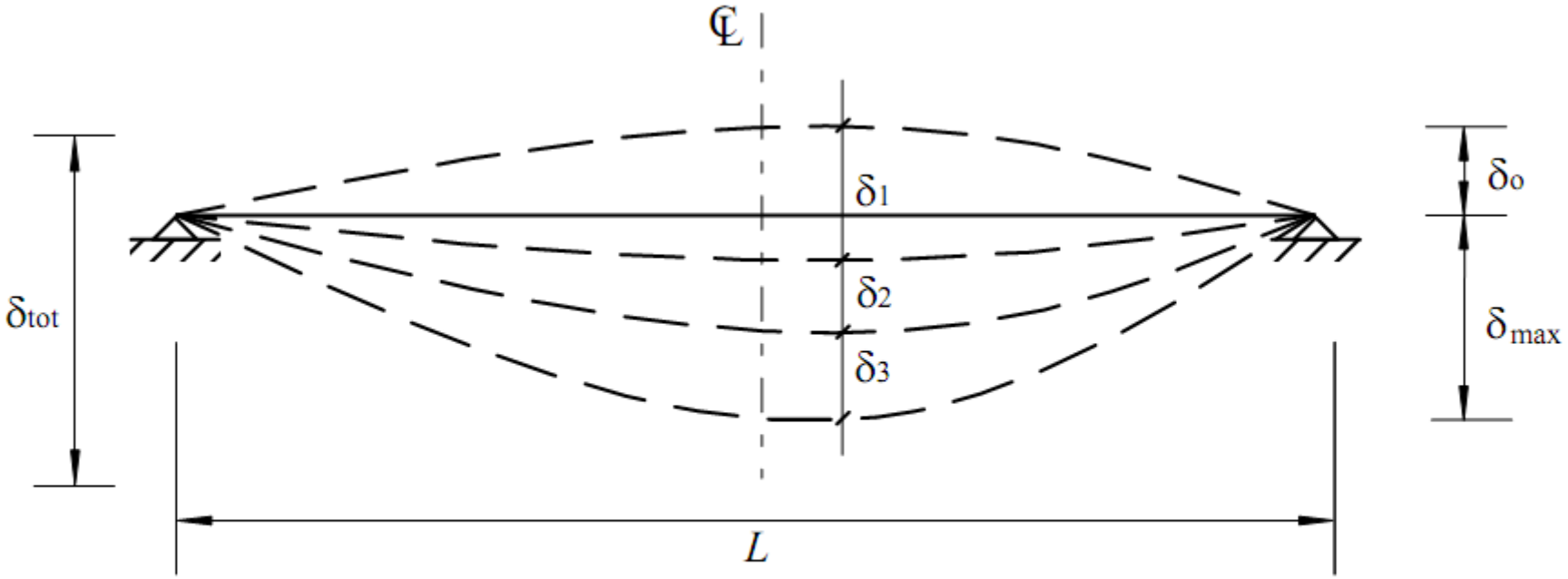


Figura C.1 — Deslocamentos verticais a serem considerados

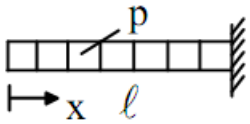
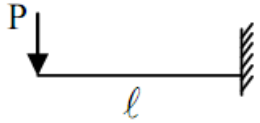
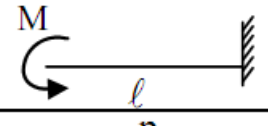
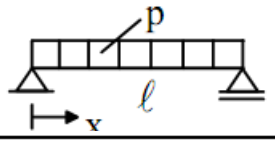
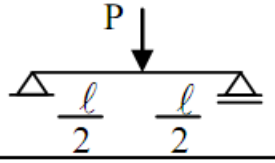
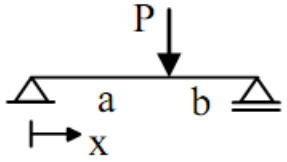
Deslocamentos Máximos (2)

Descrição	δ [a]
- Travessas de fechamento	$L/180$ [b]
	$L/120$ [c d]
- Terças de cobertura [g)]	$L/180$ [e]
	$L/120$ [f]
- Vigas de cobertura [g)]	$L/250$ [h]
- Vigas de piso	$L/350$ [h]
- Vigas que suportam pilares	$L/500$ [h]
Vigas de rolamento: [j)] - Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal inferior a 200 kN - Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN, exceto pontes siderúrgicas - Deslocamento vertical para pontes rolantes siderúrgicas com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN - Deslocamento horizontal, exceto para pontes rolantes siderúrgicas - Deslocamento horizontal para pontes rolantes siderúrgicas	 $L/600$ [i] $L/800$ [i] $L/1000$ [i] $L/400$ $L/600$
Galpões em geral e edifícios de um pavimento: - Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base - Deslocamento horizontal do nível da viga de rolamento em relação à base	 $H/300$ $H/400$ [k l]
Edifícios de dois ou mais pavimentos: - Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base - Deslocamento horizontal relativo entre dois pisos consecutivos	 $H/400$ $h/500$ [m]
Lajes mistas	Ver Anexo Q

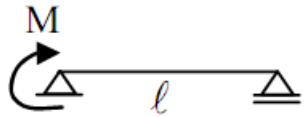
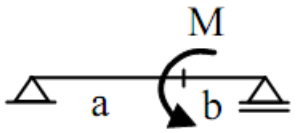
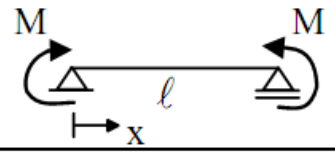
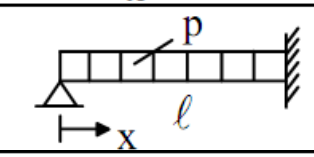
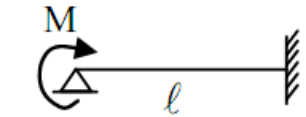
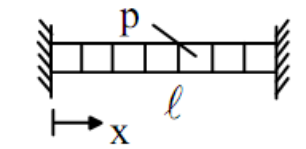
Deslocamentos Máximos (3)

a	L é o vão teórico entre apoios ou o dobro do comprimento teórico do balanço, H é a altura total do pilar (distância do topo à base) ou a distância do nível da viga de rolamento à base, h é a altura do andar (distância entre centros das vigas de dois pisos consecutivos ou entre centros das vigas e a base no caso do primeiro andar).
b	Deslocamento paralelo ao plano do fechamento (entre linhas de tirantes, caso estes existam).
c	Deslocamento perpendicular ao plano do fechamento.
d	onsiderar apenas as ações variáveis perpendiculares ao plano de fechamento (vento no fechamento) com seu valor característico.
e	Considerar combinações raras de serviço, utilizando-se as ações variáveis de mesmo sentido que o da ação permanente.
f	Considerar apenas as ações variáveis de sentido oposto ao da ação permanente (vento de sucção) com seu valor característico.
g	Deve-se também evitar a ocorrência de empoçamento, com atenção especial aos telhados de pequena declividade.
h	Caso haja paredes de alvenaria sobre ou sob uma viga, solidarizadas com essa viga, o deslocamento vertical também não deve exceder a 15 mm.
i	Valor não majorado pelo coeficiente de impacto.
j	Considerar combinações raras de serviço.
k	No caso de pontes rolantes siderúrgicas, o deslocamento também não pode ser superior a 50 mm.
l	O diferencial do deslocamento horizontal entre pilares do pórtico que suportam as vigas de rolamento não pode superar 15 mm.
m	Tomar apenas o deslocamento provocado pelas forças cortantes no andar considerado, desprezando-se os deslocamentos de corpo rígido provocados pelas deformações axiais dos pilares e vigas.

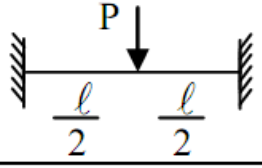
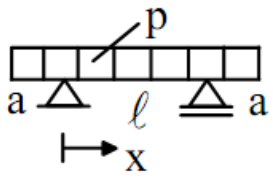
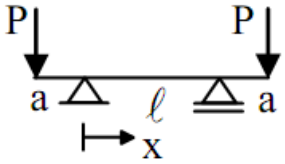
Deslocamentos em Vigas (Teoria das Estruturas) (1)

VINCULAÇÃO E CARREGAMENTO	FLECHA		EQUAÇÃO DA ELÁSTICA
	w_{max}	x	
	$\frac{1}{8}\frac{p\ell^4}{EI}$	0	$\frac{p\ell^4}{24EI}\left(\alpha^4-4\alpha+3\right)$
	$\frac{1}{3}\frac{P\ell^3}{EI}$	0	$\frac{P\ell^3}{6EI}\left(\alpha^3-3\alpha+2\right)$
	$\frac{1}{2}\frac{M\ell^2}{EI}$	0	$\frac{M\ell^2}{2EI}(1-\alpha)^2$
	$\frac{5}{384}\frac{p\ell^4}{EI}$	$0{,}5\ell$	$\frac{p\ell^4\alpha}{24EI}\left(\alpha^3-2\alpha^2+1\right)$
	$\frac{1}{48}\frac{P\ell^3}{EI}$	$0{,}5\ell$	$\frac{P\ell^3\alpha}{48EI}\left(-4\alpha^2+3\right)$ (**)
	$(a \geq b)$ $\frac{Pb}{3EI\ell}\sqrt{\left(\frac{\ell^2-b^2}{3}\right)^3}$	$\sqrt{\left(\frac{\ell^2-b^2}{3}\right)}$	$x<a:\ \frac{Pbx}{6EI\ell}\left(\ell^2-b^2-x^2\right)$ $x=a:\ \frac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$ $x>a:\ \frac{Pa(\ell-x)}{6EI\ell}\left(2\ell x-a^2-x^2\right)$

Deslocamentos em Vigas (Teoria das Estruturas) (2)

VINCULAÇÃO E CARREGAMENTO	FLECHA		EQUAÇÃO DA ELÁSTICA
	w_{max}	x	
	$\frac{1}{9\sqrt{3}}\frac{M\ell^2}{EI}$	$0{,}423\ell$	$\frac{M\ell^2\alpha}{6EI}\left(\alpha^2-3\alpha+2\right)$
	$(a \geq 0{,}423\ell)$ $\frac{M}{3EI\ell}\sqrt{\left(\frac{\ell^2}{3}-b^2\right)^3}$	$\sqrt{\left(\frac{\ell^2}{3}-b^2\right)}$	$x<a:\ \frac{Mx}{6EI\ell}\left(\ell^2-3b^2-x^2\right)$ $x>a:\ \frac{M(\ell-x)}{6EI}\left(x^2+3a^2-2\ell x\right)$
	$\frac{M\ell^2}{8EI}$	$0{,}5\ell$	$\frac{M\ell^2\alpha}{2EI}(1-\alpha)$
	$\frac{3}{554}\frac{p\ell^4}{EI}$ (*)	$0{,}422\ell$	$\frac{p\ell^4}{48EI}\left(2\alpha^4-3\alpha^3+\alpha\right)$
	$\frac{M\ell^2}{27EI}$	$\frac{1}{3}\ell$	$\frac{M\ell^2}{4EI}\left(\alpha^3-2\alpha^2+\alpha\right)$
	$\frac{1}{384}\frac{p\ell^4}{EI}$	$0{,}5\ell$	$\frac{p\ell^4}{24EI}\left(\alpha^4-2\alpha^3+\alpha^2\right)$

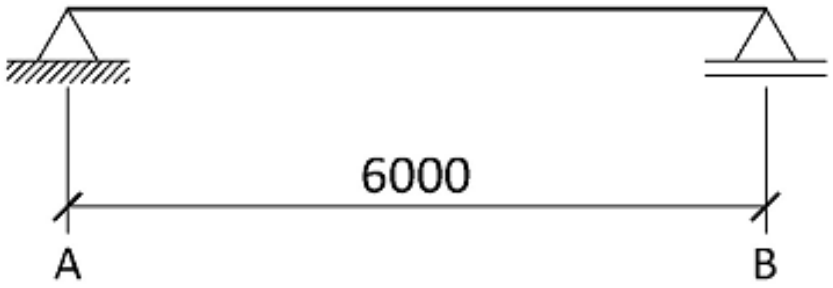
Deslocamentos em Vigas (Teoria das Estruturas) (3)

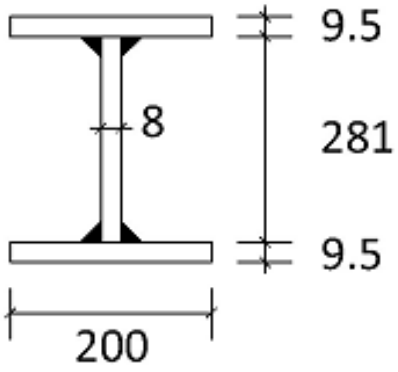
VINCULAÇÃO E CARREGAMENTO	FLECHA		EQUAÇÃO DA ELÁSTICA
	w_{max}	x	
	$\frac{1}{192}\frac{P\ell^3}{EI}$	$0{,}5\ell$	$\frac{P\ell^3}{48EI}\left(-4\alpha^3+3\alpha^2\right)$ (**)
	$\frac{pa}{24EI}\left(6a^2\ell+3a^3-\ell^3\right)$ $\frac{p\ell^2}{384EI}\left(5\ell^2-24a^2\right)$	$-a$ $0{,}5\ell$	$x<0$: $\frac{px}{24EI}\left(x^3+4ax^2+6a^2x+\ell^3-6a^2\ell\right)$ $0<x<\ell$: $\frac{px}{24EI}\left(x^3-2\ell x^2+6a^2x-6a^2\ell+\ell^3\right)$
	$\frac{Pa^2}{6EI}\left(2a+3\ell\right)$ $-\frac{Pa\ell^2}{8EI}$	$-a$ $0{,}5\ell$	$x<0$: $\frac{Px}{6EI}\left(x^2+3ax-3a\ell\right)$ $0<x<\ell$: $\frac{Pa}{2EI}x\left(x-\ell\right)$

FIM

Exercício 7.1

- Determinar o valor do **momento resistente de cálculo (M_{Rd})** de uma **viga bi-apoiada** de **6 m** de comprimento, em aço **AR350**, com a seção transversal indicada abaixo.
  - Dimensões em milímetros;
  - Considerar que a viga em questão é contida lateralmente ao longo de todo o seu comprimento.





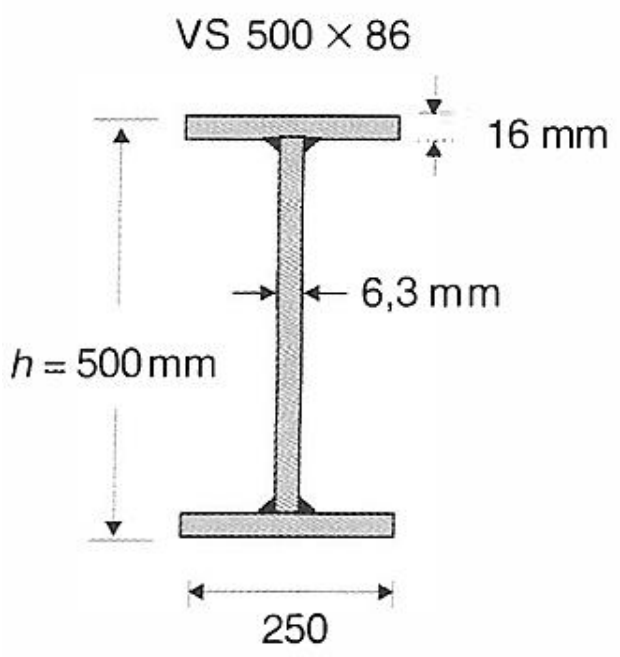
Exercício 7.2

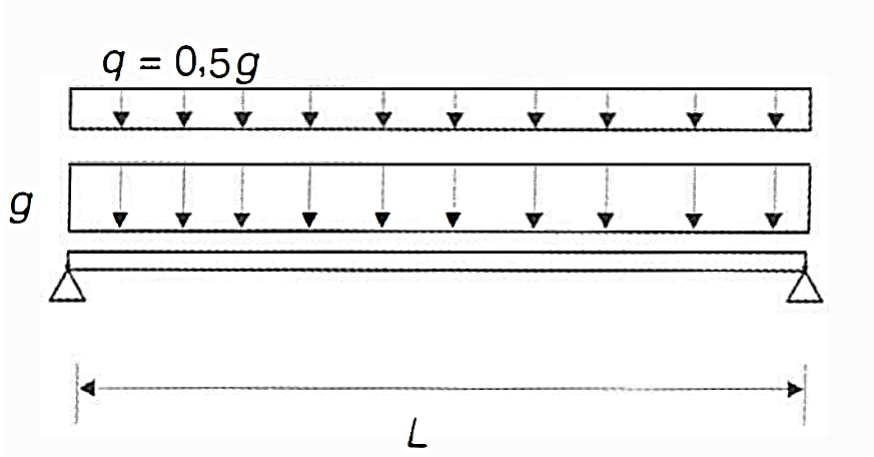
- Uma viga biapoiada de vão L de **piso de edifício**, feita em perfil **VS 500 x 86 (d = 500mm)**, está sujeita a cargas uniformemente distribuídas **permanente "g"** e **variável "q"**, sendo **q/g = 0,5**.

- Calcular a **carga permanente máxima** que pode ser aplicada para vãos L de comprimento **4.0m, 6.5m e 10.0 m** e compare os resultados detectando qual esforço é predominante no dimensionamento relativo a cada vão.

- Utilizar **aço MR250** e considerar que a viga é **contida lateralmente**.

- **ELU (Comb. Normal):**
  $\gamma_g = 1.3$ **e** $\gamma_q = 1.5$
  ELS (Comb. Frequente):
  $\psi_1 = 0.4$





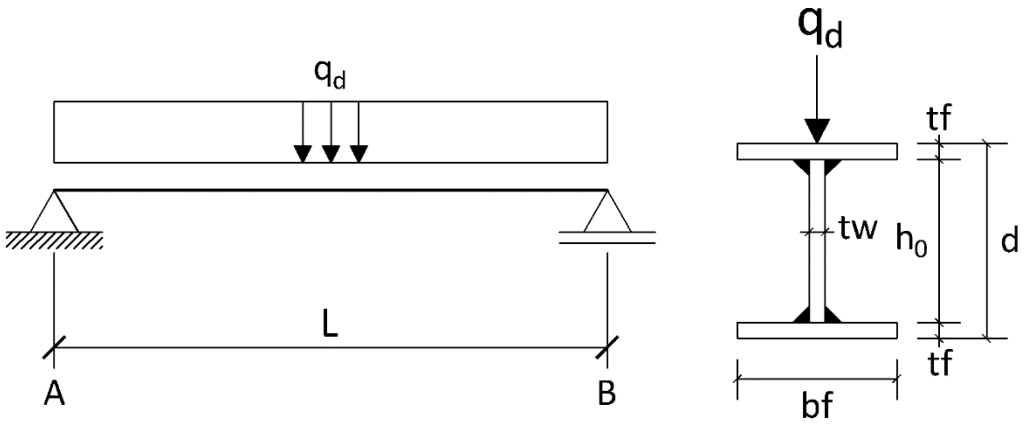
Exercício 7.3

- A **viga biapoiada** e **contida lateralmente** esquematizada abaixo é solicitada por **uma carga distribuída em valor de cálculo q_d= 60kN/m** e será construída em **perfil soldado** em **aço MR250**.

- Dadas as dimensões: **L = 550 cm, tw = 8 mm , tf = 16 mm e bf = 250 mm**, ***determinar qual a menor altura de alma (h_o) (em modulação de 1cm)*** – necessária para que a viga resista a solicitação aplicada, verificando a resistência à momento fletor, esforço cortante e os deslocamentos limites.

- Em termos de esbeltez, a **alma do perfil deve ser compacta.**

- **Considerar qd como sendo permanente e majorada com $\gamma_g = 1.4$**

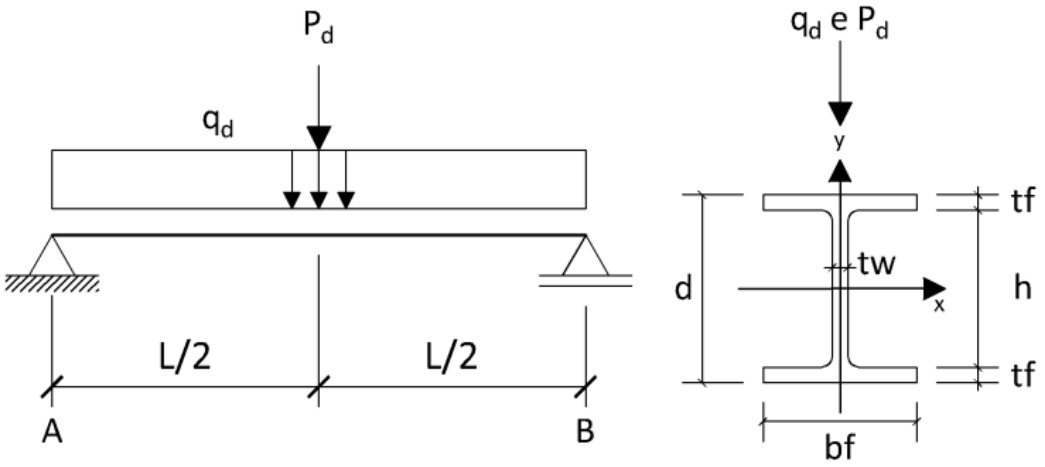


Exercício 7.4

- A viga indicada no esquema estrutural abaixo será executada em **perfil I soldado em aço MR250** com **alma e mesas feitas em chapas de mesma espessura de valor 8,0 mm**, altura da alma **h = 280 mm** e largura da mesa **bf = 200 mm**. Levando em conta os seguintes carregamentos:

  - carga concentrada em valor de cálculo Pd = 200kN;
  - carga distribuída em valor de cálculo q_d = 50kN/m;

- Determinar qual é o **máximo vão L** para que a **viga passe na verificação de esforços cortantes**.



Exercício 7.5

- A viga indicada no esquema estrutural abaixo será construída usando um **perfil I soldado em aço MR250** com **alma e mesas feitas em chapas de mesma espessura de valor 10,0 mm**, largura da mesa **bf = 200 mm**, e altura da alma **h = 500 mm**, determinar qual é a **máxima carga distribuída q_d (em valor de cálculo e em kN/m)** que pode ser aplicada de modo que a **viga passe na verificação de deslocamentos máximos** conforme os dados abaixo:

  - carga concentrada em valor de cálculo Pd = 150 kN;
  - vão L = 5,0 m;
  - viga de piso (P_d não é uma carga de pilar);
  - As cargas aplicadas são todas permanentes majoradas com Ɣg = 1,4.

