Universidade POSITIVO

Sistemas Estruturais I – Aula 08
Vigas de Alma Cheia (3)

- Vigas de Alma Não-Esbelta sem Contenção Lateral (FLT)
- Vigas de Alma Esbelta (ANEXO H da NBR 8800/2008)

Prof. Juliano J. Scremin

Universidade POSITIVO

Aula 08 - Seção 1:
Vigas de Alma Não-Esbelta Sem Contenção Lateral (FLT)

Classificação para FLT (1)

- Quanto a flambagem lateral com torção vimos que as vigas podem ser classificadas em:

Viga Curta	Viga Intermediária	Viga Longa

- O que define a classificação destas vigas é o **índice de esbeltez (λ)**:

$$\lambda = \frac{L_b}{r_y}$$

  - **Lb :** distância entre duas seções contidas à flambagem lateral com torção **(comprimento destravado)**;
  - **ry :** raio de giração em relação ao eixo principal de inércia perpendicular ao eixo de flexão;

Classificação para FLT (2)

λ_p – parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação total;
λ_r – parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento;

Tipo de Viga	Relação de Parâmetros	Ocorrências	Tipo de Flambagem
Viga Curta	$\lambda \leq \lambda_p$	**Atinge Mpl ou ocorre flambagem local antes deste**	**Não ocorre flambagem lateral**
Viga Intermediária	$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$	**Atinge My / Mr antes da ocorrência da flambagem lateral**	**Flambagem lateral em regime inelástico**
Viga Longa	$\lambda_r < \lambda$	**Ocorre flambagem lateral antes de atingir My / Mr**	**Flambagem lateral em regime elástico**

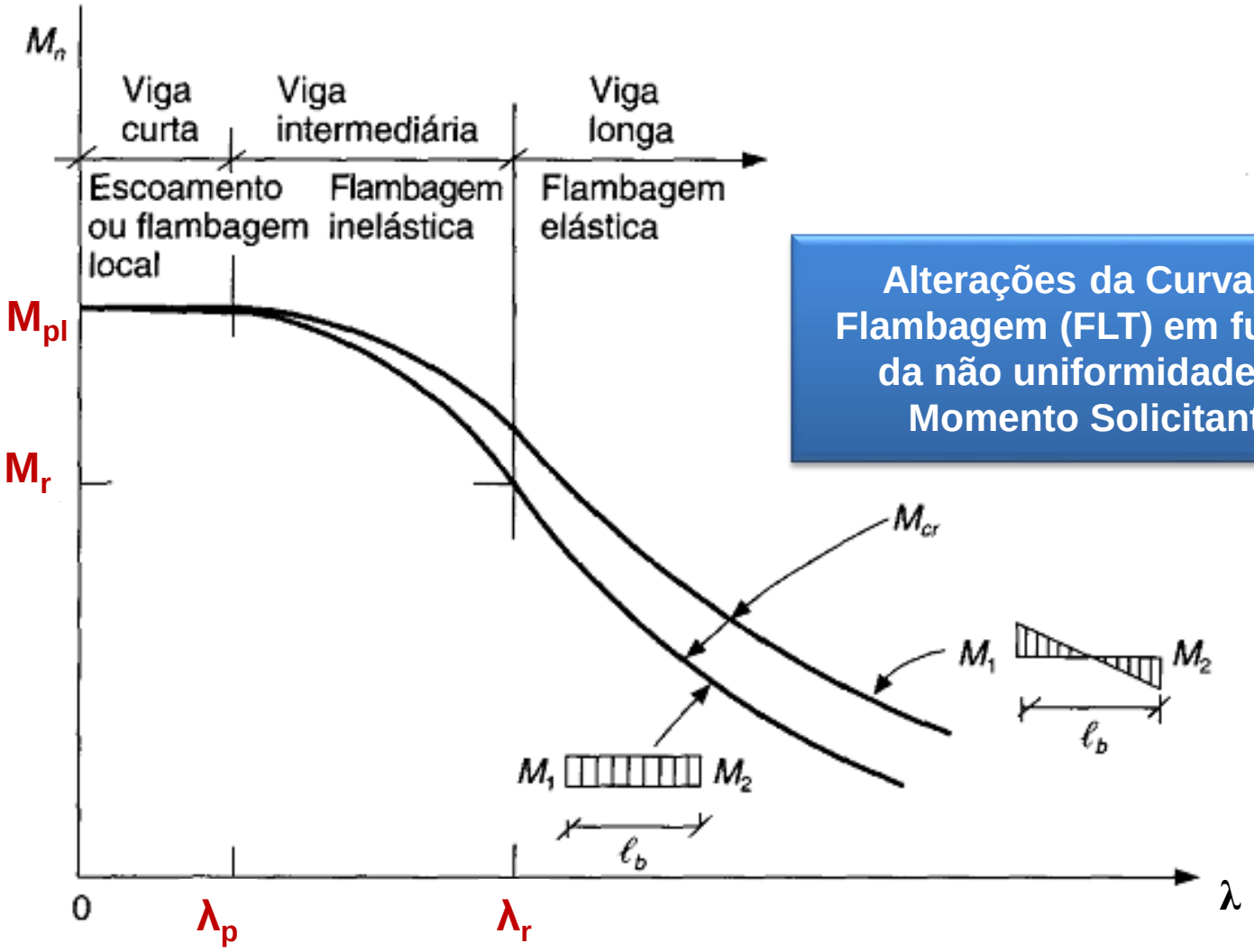
M_{Rd} para FLT (1)

- O momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) para a verificação de FLT, conforme os três tipos de vigas deste caso, é calculado como:

Tipo de Viga	Relação de Parâmetros	Expressão
Viga Curta	$\lambda \leq \lambda_p$	$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$
Viga Intermediária	$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$	$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}}\left[M_{pl} - (Mpl - Mr)\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}\right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$
Viga Longa	$\lambda_r < \lambda$	$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$

- Mcr – momento fletor de flambagem elástica

M_{Rd} para FLT (2)



Alterações da Curva de Flambagem (FLT) em função da não uniformidade do Momento Solicitante

Coeficiente Cb

- Cb - fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme.

$$C_b = \frac{12{,}5\,M_{max}}{2{,}5\,M_{max} + 3\,M_A + 4\,M_B + 3\,M_C} R_m \leq 3{,}0$$

- M_A – momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, na seção situada a um quarto do comprimento destravado, medido a partir da extremidade da esquerda;
- M_B – momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, na seção central do comprimento destravado;
- M_C – momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, na seção situada a três quartos do comprimento destravado, medido a partir da extremidade da esquerda;
- M_{max} – valor do momento fletor máximo solicitante de cálculo, em módulo, no comprimento destravado;
- Rm – parâmetro de monossimetria da seção transversal igual a $0{,}5 + 2\left(\frac{I_{yc}}{I_y}\right)^2$ para serções com um eixo de simetria, fletidas em relação ao eixo que não é de simetria, sujeitas è curvatura reversa, e igual a 1,00 em todos os demais casos.

Tabela G.1 para FLT (1)

- A tabela G.1 da NBR 8800 / 2008 contempla vários tipos de seções transversais, entretanto, na disciplina, ficaremos limitados as seções indicadas abaixo:

Tabela G.1 — Parâmetros referentes ao momento fletor resistente

Tipo de seção e eixo de flexão	Estados-limites aplicáveis	M_r	M_{cr}	λ	λ_p	λ_r
Seções I e H com dois eixos de simetria e seções U não sujeitas a momento de torção, fletidas em relação ao eixo de maior momento de inércia	FLT	$(f_y - \sigma_r)W$ Ver Nota 5	Ver Nota 1	$\frac{L_b}{r_y}$	$1{,}76\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 1
	FLM	$(f_y - \sigma_r)W$ Ver Nota 5	Ver Nota 6	b/t Ver Nota 8	$0{,}38\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 6
	FLA	$f_y W$	Viga de alma esbelta (Anexo H)	$\frac{h}{t_w}$	$3{,}76\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$5{,}70\sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Tabela G.1 para FLT (2)

1) $$\lambda_r = \frac{1{,}38\sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1}\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}}$$

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2}\sqrt{\frac{C_w}{I_y}\left(1+0{,}039\frac{J L_b^2}{C_w}\right)}$$

onde:

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r)W}{E\,J}$$

Obs: Wx (Conforme Pfeil, 2009)

$$C_w = \frac{I_y (d - t_f)^2}{4}, \text{ para seções I}$$

$$J = \frac{1}{3}(2 b_f {t_f}^3 + h_w {t_w}^3)$$

$$C_w = \frac{t_f (b_f - 0{,}5 t_w)^3 (d - t_f)^2}{12}\left[\frac{3(b_f - 0{,}5 t_w) t_f + 2(d - t_f) t_w}{6(b_f - 0{,}5 t_w) t_f + (d - t_f) t_w}\right], \text{ para seções U}$$

Universidade POSITIVO

Aula 08 - Seção 2:
Vigas de Alma Esbelta (ANEXO H da NBR 8800/2008)

Vigas de Alma Esbelta

- Vigas de alma esbelta são as aquelas de **seção I ou H soldada** ***(subentende-se que os perfis laminados não são produzidos com alma esbelta)*** com parâmetro de esbeltez:

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \geq 5,7\sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

- h = distância entre as faces internas das mesas;
- t_w = espessura da alma;

Vigas de Alma Esbelta – Limite de Esbeltez

- As vigas de alma esbelta podem ser dimensionadas conforme o Anexo H da NBR 8800/2008 desde que atendam os seguintes requisitos:

a) **Seções monossimétricas** → a **soma das áreas da menor mesa e da alma** deve ser **superior à área da maior mesa.**

b) **A relação entre a área da alma e da mesa não pode exceder 10;**

c) **A relação h/t_w não pode exceder 260 nem:**

— $11{,}7\sqrt{\frac{E}{f_y}}$ para $a/h \leq 1{,}5$;

— $\frac{0{,}42E}{f_y}$ para $a/h > 1{,}5$.

a = distância entre enrijecedores
h = altura da alma

Estados Limites para Viga de Alma Esbelta

1. **Esbeltez Limite da Alma**
   - conforme os limites já definidos;
2. **Escoamento da Mesa Tracionada**
   - caso a mesa não sofra flambagem a resistência última da seção como um todo estará no escoamento da mesa dado que a resistência da alma esbelta é desprezada
3. **FLT (Flambagem Lateral com Torção)**
   - procedimento de cálculo diferente do utilizado para alma não-esbelta (a seguir)
4. **FLM (Flambagem Local da Mesa)**
   - procedimento de cálculo diferente do utilizado para alma não-esbelta (a seguir)

Escoamento da Mesa Tracionada

- Caso não ocorra flambagem local da mesa, o M_{Rd} desta deve ser limitado por:

$$M_{Rd} = \frac{W_{xt}\, fy}{\gamma_{a1}}$$

- sendo W_{xt} o módulo de resistência elástico do lado tracionado da seção, relativo ao eixo de flexão.

M_{Rd} para FLT em viga de alma esbelta (1)

a) para $\lambda \le \lambda_p$: $M_{Rd} = \dfrac{k_{pg}\, W_{xc}\, f_y}{\gamma_{a1}}$

b) para $\lambda_p < \lambda \le \lambda_r$: $M_{Rd} = \dfrac{1}{\gamma_{a1}} C_b\, k_{pg} \left[1 - 0{,}3 \left(\dfrac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] W_{xc}\, f_y \le \dfrac{k_{pg}\, W_{xc}\, f_y}{\gamma_{a1}}$

c) para $\lambda > \lambda_r$: $M_{Rd} = \dfrac{1}{\gamma_{a1}} \dfrac{C_b\, k_{pg}\, \pi^2 E\, W_{xc}}{\lambda^2} \le \dfrac{k_{pg}\, W_{xc}\, f_y}{\gamma_{a1}}$

$$\lambda = \frac{L_b}{r_{yT}}$$

$$k_{pg} = 1 - \frac{a_r}{1200 + 300\, a_r} \left(\frac{h_c}{t_w} - 5{,}70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \right) \le 1{,}0$$

$$\lambda_p = 1{,}10 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_r = \pi \sqrt{\frac{E}{0{,}7\, f_y}}$$

M_{Rd} para FLT em viga de alma esbelta (2)

L_b é a distância entre duas seções contidas lateralmente;

C_b é o fator de modificação para diagrama de momento fletor não-uniforme, definido em 5.4.2.3 e 5.4.2.4, o que for aplicável;

r_{yT} é o raio de giração, relativo ao eixo de menor momento de inércia, da seção formada pela mesa comprimida mais um terço da alma comprimida.

a_r igual à relação entre a área da alma e da mesa comprimida, sendo que a seção não pode ter esta relação com valor superior a 10;

h_c igual a duas vezes a distância do centro geométrico da seção transversal à face interna da mesa comprimida;

W_{xc} é o módulo de resistência elástico do lado comprimido da seção, relativo ao eixo de flexão.

M_{Rd} para FLM em viga de alma esbelta

a) para $\lambda \le \lambda_p$: $M_{Rd} = \dfrac{k_{pg}\, W_{xc}\, f_y}{\gamma_{a1}}$

b) para $\lambda_p < \lambda \le \lambda_r$: $M_{Rd} = \dfrac{1}{\gamma_{a1}} k_{pg} \left[1 - 0{,}3 \left(\dfrac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] W_{xc}\, f_y$

c) para $\lambda > \lambda_r$: $M_{Rd} = \dfrac{1}{\gamma_{a1}} \dfrac{0{,}90\, k_{pg}\, E\, k_c W_{xc}}{\lambda^2}$

$$\lambda = \frac{b_f}{2 t_f}$$

kc = é o mesmo coeficiente utilizado no Anexo F de flambagem em peças comprimidas

$$\lambda_p = 0{,}38 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

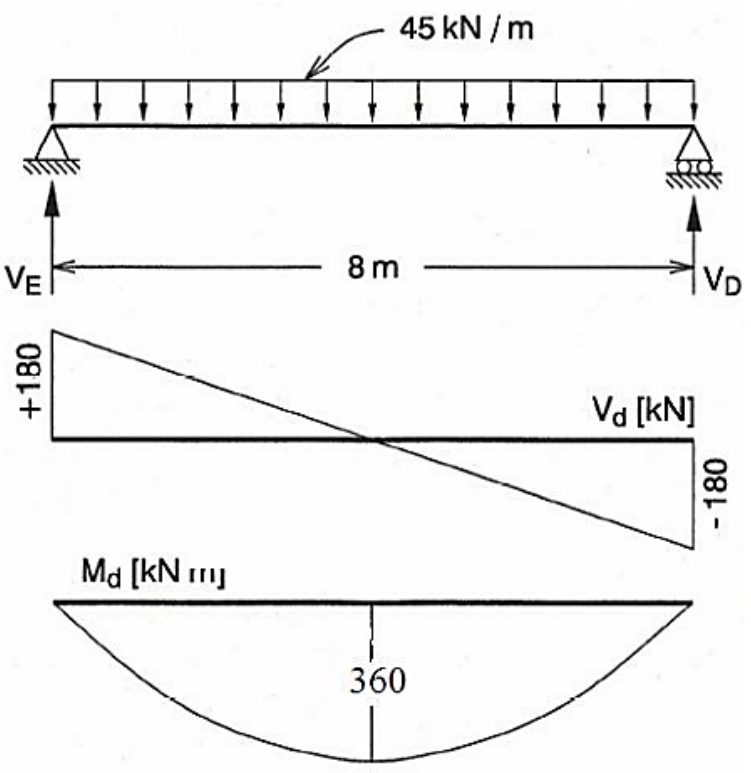
$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}, \text{ sendo } 0{,}35 \le k_c \le 0{,}76$$

$$\lambda_r = 0{,}95 \sqrt{\frac{k_c E}{0{,}7 f_y}}$$

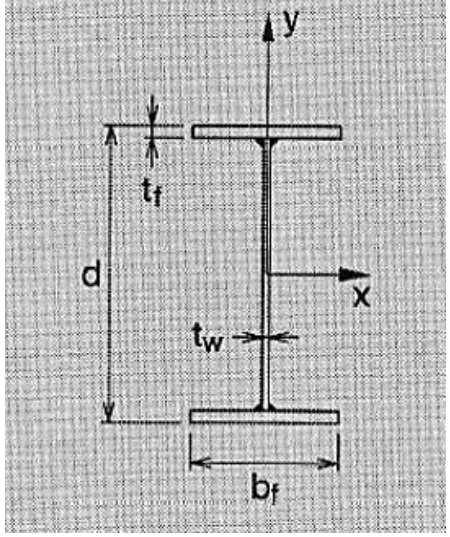
FIM

Exercício 8.1

- **Verificar** a **viga de piso** constituída de um perfil **VS 550 x 88** em aço **MR 250** da figura ao lado;
- Apenas os apoios são travados lateralmente;
- A carga majorada é toda permanente tendo sido utilizado coeficiente de majoração de cargas $\gamma_g = 1,4$;
- Flexão em torno do eixo perpendicular à alma e combinação normal de ações para ELU e quase-permanente para ELS;
- Realizar todas as verificações necessárias.



Perfil VS



VS	d [mm]	b_f [mm]	t_f [mm]	t_w [mm]
400 × 49	400	200	9,5	6,3
450 × 51	450	200	9,5	6,3
500 × 61	500	250	9,5	6,3
550 × 64			9,5	
550 × 75	550	250	12,5	6,3
550 × 88			16,0	

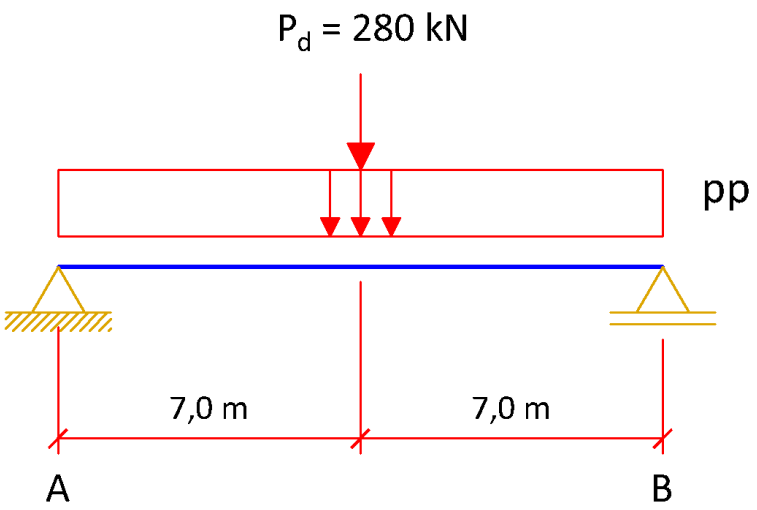
VS	A [cm^2]	I_x [cm^4]	W_x [cm^3]	r_x [cm]	Z_x [cm^3]	I_y [cm^4]	W_y [cm^3]	r_y [cm]	Z_y [cm^3]	I_t [cm^4]	C_w [cm^6]
400 × 49	62,0	17390	870	16,7	971	1270	127	4,52	194	14,7	482900
450 × 51	65,2	22640	1010	18,6	1130	1270	127	4,41	194	15,0	614500
500 × 61	77,8	34420	1380	21,0	1530	2470	198	5,64	302	18,3	1488000
550 × 64	81,0	42560	1550	22,9	1730	2480	198	5,53	302	18,7	1807000
550 × 75	95,6	52750	1920	23,5	2110	3260	261	5,84	396	36,9	2351000
550 × 88	113	64350	2340	23,9	2560	4170	333	6,08	505	72,6	2970000

Exercício 8.2

- Dimensionar a **viga de cobertura** ao lado esquematizada utilizando **perfil tipo VS** e aço **ASTM A36 (fy = 25 kN/cm2, fu = 40 kN/cm2)** para as seguintes condições:
  a) viga continuamente **travada lateralmente**;
  b) viga **travada nos apoios** e **no ponto de aplicação da carga**;
  c) após determinar o perfil para a situação b) verificar se o mesmo perfil resistiria a situação da viga ser **travada apenas nos apoios**;

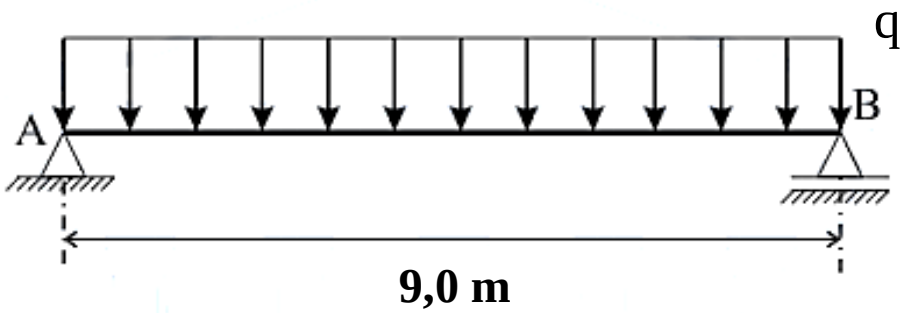
- Considerar **combinações normais para ELU** e **quase-permanentes em ELS** com **ações agrupadas** (**γg = γq = 1,4**) e **Ψ_2 = 0,4**;

- A carga **Pd** aplicada **(já em valor de cálculo)** é **acidental** e a única carga permanente será o peso próprio do perfil adotado;



Exercício 8.3

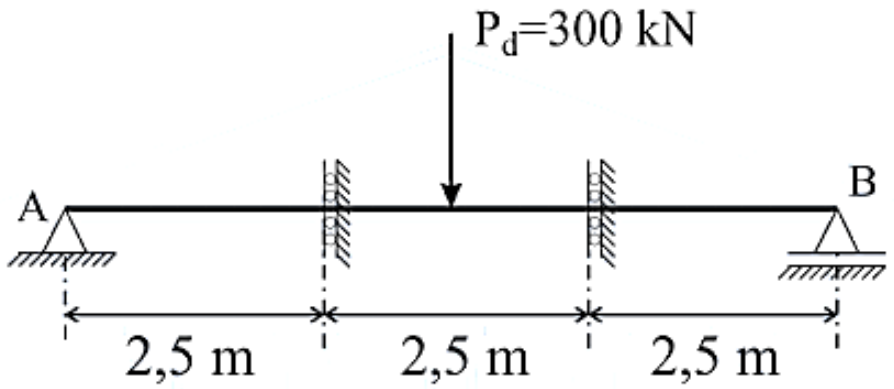
- **Calcule o máximo carregamento distribuído** que pode ser aplicado na viga da figura, sabendo que **a viga não tem travamento lateral intermediário**.
  - Perfil Aço A 36, tipo **VS 550x64**;
  - **bf = 250 mm; tf = 9,5 mm; tw = 6,3 mm;**
  - **Ag = 81 cm²; Ix = 42500cm⁴; Wx = 1550 cm³; rx = 22,9 cm;**
  - **Zx = 1730 cm³;**
  - **Iy = 2480 cm⁴; ry = 5,53 cm;**
  - **Cw = 1807000 cm⁶; It ou J = 18,7 cm⁴.**
  - **Combinação normal em ELU** e **quase-permanente em ELS** sendo a viga parte de um edificação residencial de acesso restrito compondo uma cobertura;
  - Combinações com ações agrupadas (**γg = γq = 1,4**);
  - Considerar que a **única carga permanente será o peso próprio do perfil**;



Exercício 8.4

- **Verifique** se o **perfil Ip 550x106 (laminado – bf = 210 mm, tf = 17,8 mm e tw = 11,1 mm)** selecionado para a viga da figura é adequado. A viga tem **travamento lateral intermediário a cada terço do vão**.
  A carga está aplicada no meio do vão.

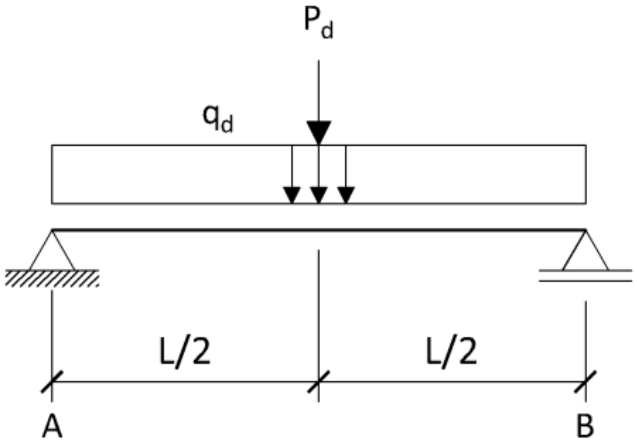
  - **Dados do perfil : Aço A36**
  - **Zx = 2780 cm³; Wx = 2440 cm³; ry = 4,45 cm;**
  - **Iy = 2670 cm⁴; Cw = 1884000 cm⁶; J = 124 cm⁴;**
  - **Viga de piso com carga Pd em valor de cálculo onde 50% é permanente e 50 % é acidental. (ϒg= ϒq=1,4)**
  - **Considerar combinação quase-permanente para ELS com ψ_2 = 0,3**
  - **Desprezar o peso próprio da viga;**



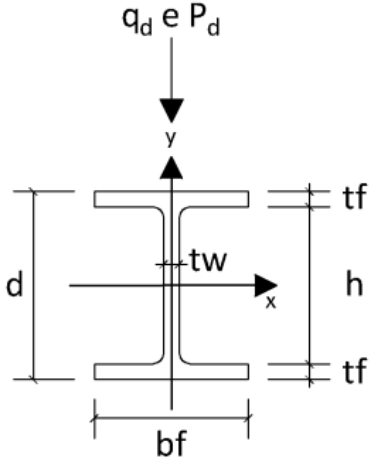
Exercício 8.5

- A viga ao lado será construída em um **perfil W (laminado)** com as características abaixo:

A	= 83,6 cm²	**Ix**	= 34971 cm⁴
d	= 525 mm	**Iy**	= 857 cm⁴
tw	= 8,9 mm	**Zx**	= 1558 cm³
h	= 502 mm	**J**	= 28,09 cm⁴
tf	= 11,4 mm	**bf**	= 165 mm



- Considerando os seguintes dados:
  - **vão L = 5,0 m;**
  - **carga distribuída em valor de cálculo q_d = 20 kN/m**;
  - **travamentos laterais somente nos apoios A e B;**
  - **aço MR250** sendo que o perfil laminado indicado tem **seção compacta para FLA e FLM;**



- Determine qual é o máximo valor da **carga Pd (já em valor de cálculo)** que pode ser aplicada de modo que a **viga passe na verificação FLT**.