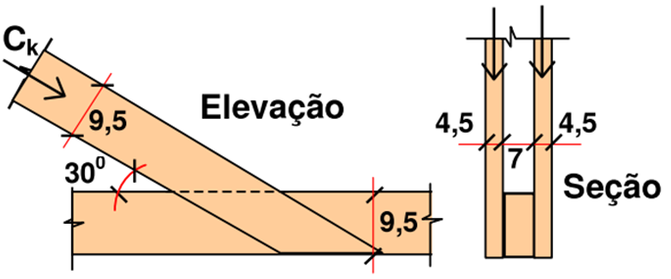
SE2_E17-05

Projetar a ligação entre as peças do nó de uma treliça de madeira (indicado nas figuras), usando pregos como meio ligante, segundo o critério da NBR-7190/1997, considerando :

1) Dimensões indicadas em centímetros.
2) ELU – combinação normal e carregamentos de longa duração.
3) Madeira DICOTILEDÔNEA, C-30 de 2a. categoria.
4) Ambiente Classe 2 de umidade.
5) Esforços atuantes :



$C_{Gk} := 7\ kN$ (permanente)

$C_{Qk} := 7\ kN$ (sobrecarga)

Propriedades da Madeira:

$fc0k := 30\ MPa = 3\ \frac{kN}{cm^2}$

$kmod1 := 0,7$ Carregamentos de longa duração
$kmod2 := 1,0$ Classe 2 de umidade
$kmod3 := 0,8$ Peça de 2a. categoria

$kmod := kmod1 \cdot kmod2 \cdot kmod3 = 0,56$

$fc0d := kmod \cdot \frac{fc0k}{1,4} = 1,2\ \frac{kN}{cm^2}$

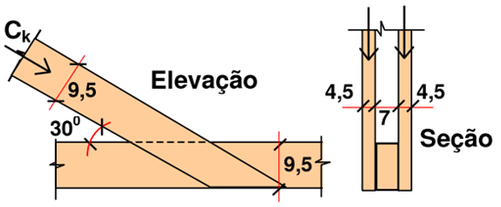
Combinações de Ações (ELU):

$\gamma g := 1,4$ $\gamma q := 1,4$ $Csd := \gamma g \cdot C_{Gk} + \gamma q \cdot C_{Qk} = 19,6\ kN$

Escolha do Prego e Determinação das Resistências de Embutimento:

Espessura das laterais: $t1 := 4,5\ cm$

Espessura da peça central: $t2 := 7,0\ cm$



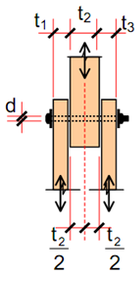
Espessura convencional das laterais: $tc_laterais := t1 = 4,5\ cm$

Espessura convencional da peça central:

$tc_central_2planos := \frac{t2}{2} = 3,5\ cm$ * caso sejam instalados parafusos longos onde ocorram 2 planos de corte

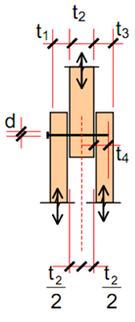
$tc_central_1planos := t2 = 7\ cm$ * caso sejam instalados parafusos curtos onde ocorra apenas 1 plano de corte em cravação que não seja de topo.

Escolha do diâmetro dos pregos:



parafusos :
$t \geq 2d$

$t = \begin{cases} t_1, \\ t_2/2 \text{ ou } * \\ t_3 \end{cases}$



pregos :
$t \geq 5d$ ou $4d$ * *
* *se $d_{ef} = d_0$

$t = \begin{cases} t_1, \\ t_2/2 \text{ ou } * \\ t_3 \end{cases}$

$t_4 \begin{cases} \geq 12.d \\ = t_3 \end{cases}$

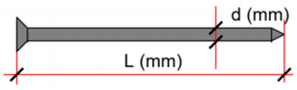
pelo critério exposto na figura ao lado:

t >= 4d (furação não ajustada - a ligação é uma rótula) logo, na condição limite t = 4d assim sendo, 1/4 * t = d (máximo)

$dmax1 := \frac{1}{4} \cdot tc_laterais = 11,25\ mm$

$dmax2 := \frac{1}{4} \cdot tc_central_2planos = 8,75\ mm$

b) pregos :



prego	d	L	pr/kg
17 X21	3,0	48	291
17 X 24		56	260
17 X 27		62	240
17 X 30		69	208

prego	d	L	pr/kg
18 X 24	3,4	55	224
18 X 27		62	198
18 X 30		69	187
18 X 33		76	171
18 X 36		83	153

prego	d	L	pr/kg
19 X 27	3,9	62	150
19 X 30		69	140
19 X 33		76	136
19 X 36		83	125
19 X 39		90	108

prego	d	L	pr/kg
20 X 30	4,4	69	106
20 X 33		76	98
20 X 39		90	85
20 X 42		97	77
20 X 48		110	67

prego	d	L	pr/kg
21 X 45	4,9	104	59
21 X 48		110	53
21 X 54		124	49

prego	d	L	pr/kg
22 X 42	5,4	97	49
22 X 45		104	47
22 X 48		110	46
22 X 51		117	43
22 X 54		124	38

prego	d	L	pr/kg
23 X 54	5,9	124	32
23 X 60		138	29
23 X 66		152	26

prego	d	L	pr/kg
24 X 60	6,4	138	25
24 X 66		152	22
25 X 72	7,0	166	18

prego	d	L	pr/kg
26 X 72	7,6	166	18
26 X 78		179	16
26 X 84		193	14

Buscando na tabela de meios ligantes os pregos abaixo dos diâmetros máximos é possível constatar que toda a tabela ao lado encaixa-se no limite calculado.

Regra Prática:

Costuma-se adotar o diâmetro dos pregos (bitola) como sendo algo entre 1/10 e 1/7 da espessura da peça mais delgada da ligação.

$\frac{t1}{10} = 4,5\ mm$

$\frac{t1}{7} = 6,4286\ mm$

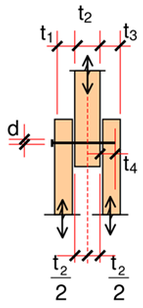
Dentro dos limites acima temos 4 possibilidades, a saber: 4,9 mm; 5,4 mm; 5,9 mm e 6,4 mm.

Adotando: $d := 6,4\ mm$

Duas possibildiades de cravação:

Possibilidade 1:

prego longo o suficiente para atravessar as 3 peças cumprindo ainda com a mínima cravação t4 na última peça



pregos :

t≥5d ou 4d * *

* *se $d_{ef} = d_0$

$t = \begin{cases} t_1, \\ t_2/2 \text{ ou } * \\ t_3 \end{cases}$

$t_4 \begin{cases} \geq 12.d \\ = t_3 \end{cases}$

$Lnec1 := t1 + t2 + 12 \cdot d = 191,8\ mm$

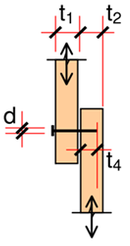
$Lnec2 := t1 + t2 + t1 = 160\ mm$

$Lnec := \min([\ Lnec1\ \ Lnec2\ ]) = 160\ mm$

* o máximo comprimento de um prego com d=6,4 mm é de 152 mm, logo a cravação com 2 planos de corte é impossível.

Possibilidade 2:

pregos com apenas um plano de corte em cravação de topo desencontrada.



pregos :

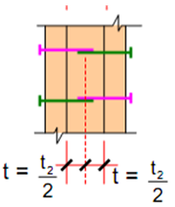
t≥5d ou 4d * *

* *se $d_{ef} = d_0$

$t = \begin{cases} t_1 \text{ ou } * \\ t_2 \end{cases}$

$t_4 \begin{cases} \geq 12.d \\ = t_2 \end{cases}$

$t1 + t2 = 115\ mm$



Prego Adotado: 24 x 60

$d = 6,4\ mm \qquad L := 138\ mm$

*Cravação dos pregos de topo e desencontrados.

$tc_central := tc_central_2planos = 3,5\ cm$

Resistência ao embutimento nas peças laterais (ângulo de 0° da solicitação em relação à fibras):

$$f_{e0d} = f_{c0d}$$

$fe0d := fc0d$

$fed_laterais := fe0d = 1,2\ \frac{kN}{cm^2}$

Resistência ao embutimento na peça central (ângulo de 30° da solicitação em relação à fibras):

$$f_{e90d} = 0,25 \cdot f_{c0d} \cdot \alpha_E$$

$fe30d$ ---> Fórmular Hankinson

$$f_{c\alpha} = \frac{f_{c0} \cdot f_{c90}}{f_{c0} \cdot sen^2\alpha + f_{c90} \cdot cos^2\alpha}$$

Tabela para determinação do αE:

d(cm)	≤0,62	0,95	1,25	1,6	1,9	2,2	2,5	3,1	3,8	4,4	5,0	≥7,5
α_E	2,5	1,95	1,68	1,52	1,41	1,33	1,27	1,19	1,14	1,1	1,07	1,0

Da tabela acima: $\alpha_E := 1,95$ * Dado que d > 0,62 cm porém menor do que 0,95 cm, conservadoramente adota-se o valor relativo à 0,95 cm

$fe90d := 0,25 \cdot fc0d \cdot \alpha_E = 0,5850 \ \frac{kN}{cm^2}$

Por Hankinson: $fe30d := \frac{fe0d \cdot fe90d}{fe0d \cdot \sin(30\ °)^2 + fe90d \cdot \cos(30\ °)^2} = 0,9503 \ \frac{kN}{cm^2}$

$fed_central := fe30d = 0,9503 \ \frac{kN}{cm^2}$

Determinação da Resistência por Prego Cravado:

Esforço Resistente por Plano de Corte da Peça Central - RVd1_central:

$\boldsymbol{\beta = \frac{t}{d}}$ $\boldsymbol{\beta_{lim} = 1,25\sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{ed}}}}$ $\boldsymbol{f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,1}}$ $fyd := \frac{600\ MPa}{1,1} = 54,5455 \ \frac{kN}{cm^2}$

$\beta_central := \frac{tc_central}{d} = 5,4688$ $\beta lim_central := 1,25 \cdot \sqrt{\frac{fyd}{fed_central}} = 9,4704$

Como β_central < βlim_central ---> Modo de Falha: EMBUTIMENTO DA MADEIRA

$\boldsymbol{R_{Vd1} = 0,40.\frac{t^2}{\beta} \cdot f_{ed}}$ $RVd1_central := 0,40 \cdot \frac{tc_central^2}{\beta_central} \cdot fed_central = 0,8514\ kN$

Esforço Resistente por Plano de Corte das Peças Laterais - RVd1_laterais:

$\boldsymbol{\beta = \frac{t}{d}}$ $\boldsymbol{\beta_{lim} = 1,25\sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{ed}}}}$ $\boldsymbol{f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,1}}$

$\beta_laterais := \frac{tc_laterais}{d} = 7,0312$ $\beta lim_laterais := 1,25 \cdot \sqrt{\frac{fyd}{fed_laterais}} = 8,4275$

Como β_laterais < βlim_laterais ---> Modo de Falha: EMBUTIMENTO DA MADEIRA

$\boldsymbol{R_{Vd1} = 0,40.\frac{t^2}{\beta} \cdot f_{ed}}$ $RVd1_laterais := 0,40 \cdot \frac{tc_laterais^2}{\beta_laterais} \cdot fed_laterais = 1,3824\ kN$

Esforço Resistente por Plano de Corte da Ligação (Valor Final):

$RVd1 := \min([\ RVd1_central\ \ RVd1_laterais\ ]) = 0,8514\ kN$

Esforço Resistente por Prego:

Os pregos instalados na ligação atravessam as 3 peças, porém na última peça não ocorre transpasse e nem uma cravação mínima de 12d, logo, cada prego em efetivo possui gera apenas 1 plano de corte.

$n_planos := 1$

$RVd_prego := n_planos \cdot RVd1 = 0,8514\ kN$

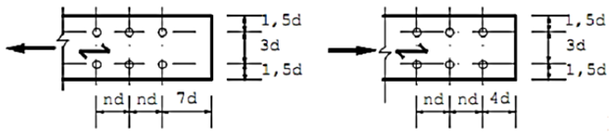
Cálculo da Quantidade de Pregos Necessários e Detalhamento da Ligação:

$N_pregos := \frac{Csd}{RVd_prego} = 23,0202$

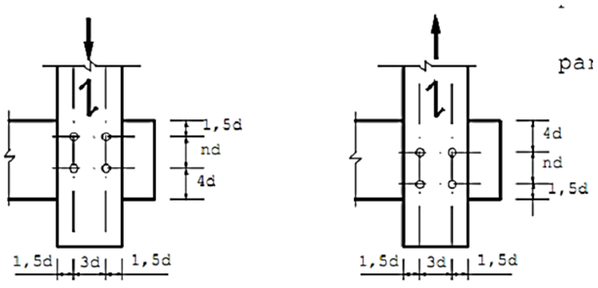
Como não é possível instalar "frações de pregos" na ligação adota-se o próximo número inteiro superior ao calculado.

$N_pregos := 24$

--> Dada a cravação de topo desencontrada é possível instalar metade dos pregos em cada face, ou seja, 12 para cada face;



Pregos, cavilhas e parafusos ajustados: n = 6
pregos, cavilhas e parafusos não-ajustados: n = 4



* como não é uma ligação ajustada (é uma rótula) n = 4;

$3 \cdot d = 1,92$ cm $e2 := 2$ cm

$4 \cdot d = 2,56$ cm $e3 := 2,5$ cm

$7 \cdot d = 4,48$ cm $e4 := 4,5$ cm

$1,5 \cdot d = 0,96$ cm $e5 := 1$ cm

