B2T4M0601A

Considerando o modelo estrutural esboçado (contendo um arco parabólico de segundo grau no trecho "abc"), responda os questionamentos.

$L1 := 4\ m$

$L2 := 5\ m$

$H1 := 9\ m$

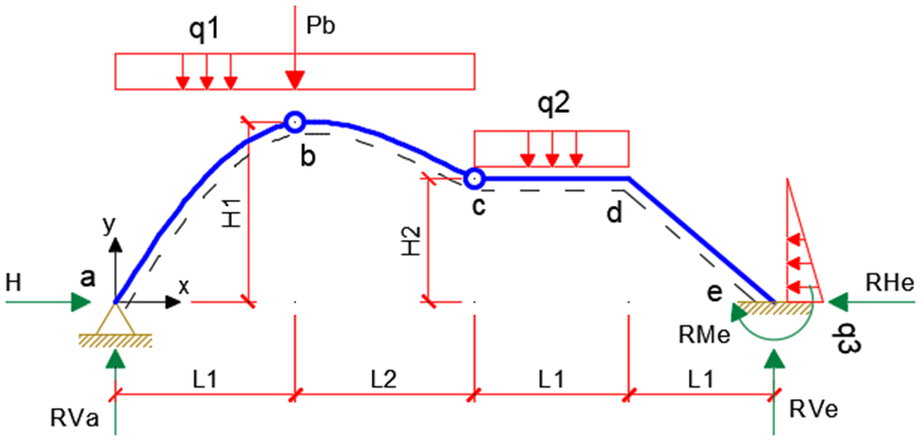
$H2 := 3\ m$

$q1 := 30\ \frac{kN}{m}$

$q2 := 20\ \frac{kN}{m}$

$q3 := 25\ \frac{kN}{m}$

$Pb := 70\ kN$



OBS: Todas as respostas relativas à esforços internos devem ser dadas com sinal respeitando a convenção de diagramas

Q01) Qual o valor do momento fletor em x = L1 / 2 m ? [em kNm]

Q02) Qual o valor do esforço cortante em x = L1 / 2 m? [em kN]

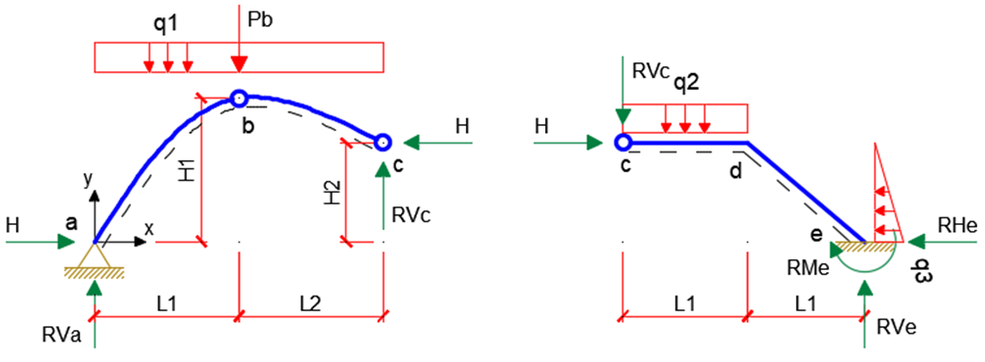
Q03) Qual o valor do esforço axial em x = L1 + L2 / 2 m? [em kN]

Q04) Qual o valor do momento fletor no ponto "d"? [em kNm]

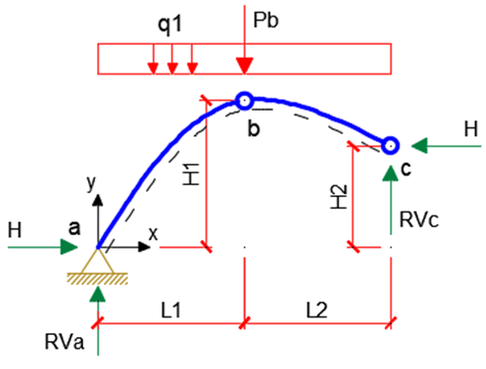
Q05) Qual o valor do esforço cortante no ponto "d" da barra "de"? [em kN]

Q06) Qual o valor do esforço axial no ponto "d" da barra "de"? [em kN]

Decomposição :



Reações de Apoio no Arco (Sistema de Equações):



ΣMc = 0 (+) horário

$$RVa \cdot (L1 + L2) - H \cdot H2 - Pb \cdot L2 - \frac{q1 \cdot (L1 + L2)^2}{2} = 0$$

ΣMb = 0 (+) horário

$$RVa \cdot L1 - H \cdot H1 - \frac{q1 \cdot L1^2}{2} = 0$$

Equação 1:

$$RVa \cdot (L1 + L2) - H \cdot H2 = Pb \cdot L2 + \frac{q1 \cdot (L1 + L2)^2}{2}$$

Equação 2: $RVa \cdot L1 - H \cdot H1 = \frac{q1 \cdot L1^2}{2}$

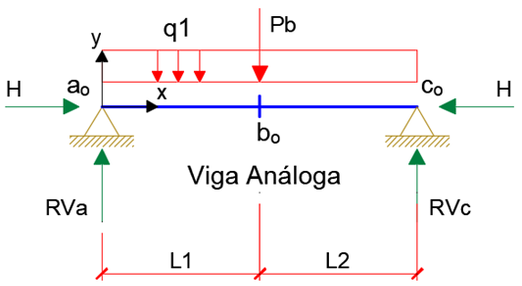
$$matrizA := \begin{bmatrix} L1 + L2 & -H2 \\ L1 & -H1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9\ m & -3\ m \\ 4\ m & -9\ m \end{bmatrix} \qquad vetorB := \begin{bmatrix} Pb \cdot L2 + \frac{q1 \cdot (L1 + L2)^2}{2} \\ \frac{q1 \cdot L1^2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1565 \\ 240 \end{bmatrix} kN\ m$$

$$RAs := matrizA^{-1} \cdot vetorB = \begin{bmatrix} 193,7 \\ 59,42 \end{bmatrix} kN \qquad RVa := RAs_1 = 193,7\ kN \qquad H := RAs_2 = 59,42\ kN$$

ΣFv = 0 (+) para cima

$$RVc + RVa - Pb - q1 \cdot (L1 + L2) = 0 \qquad RVc := -RVa + Pb + q1 \cdot (L1 + L2) = 146,3\ kN$$

Equações da Viga Análoga:

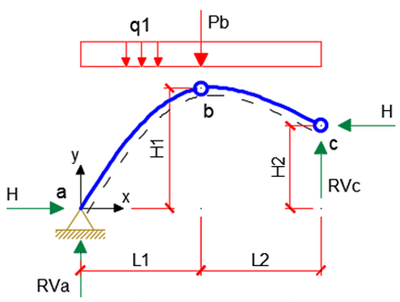


OBS : as reações de apoio devem ser calculadas pelo sistema de equações pois a viga análoga falha no caso do cálculo destas para apoios desnivelados, porém, uma vez conhecidas as reações é possível escrever as equações de momentos e cortantes desta viga sem prejuízo nos resultados para o equacionamento do arco.

$$Mabo(x) := RVa \cdot x - \frac{q1 \cdot x^2}{2} \qquad Vabo(x) := RVa - q1 \cdot x$$

$$Mbco(x) := RVa \cdot x - \frac{q1 \cdot x^2}{2} - Pb \cdot (x - L1) \qquad Vbco(x) := RVa - q1 \cdot x - Pb$$

Equação do Formato do Arco:



$xa := 0$ $\qquad ya := 0$

$xb := L1 = 4\ m$ $\qquad yb := H1 = 9\ m$

$xc := L1 + L2 = 9\ m$ $\qquad yc := H2 = 3\ m$

ya = A + B.xa + C.xa^2
yb = A + B.xb + C.xb^2
yc = A + B.xc + C.xc^2

$$matrizA := \begin{bmatrix} 1 & xa & xa^2 \\ 1 & xb & xb^2 \\ 1 & xc & xc^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4\ m & 16\ m^2 \\ 1 & 9\ m & 81\ m^2 \end{bmatrix} \qquad vetorB := \begin{bmatrix} ya \\ yb \\ yc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9\ m \\ 3\ m \end{bmatrix}$$

$$coefABC := matrizA^{-1} \cdot vetorB = \begin{bmatrix} 0 \\ 3,7833 \\ -0,3833 \cdot \frac{1}{m} \end{bmatrix}$$

$$A := coefABC_1 = 0 \qquad B := coefABC_2 = 3,7833 \qquad C := coefABC_3 = -0,3833 \cdot \frac{1}{m}$$

$$y(x) := A + B \cdot x + C \cdot x^2 = \frac{x \cdot (227\ \text{m} - 23 \cdot x)}{60\ \text{m}}$$

Equações de Esforços do Arco:

$$M_s(x) = M_{so}(x) - H.y(x)$$

$$Mab(x) := Mabo(x) - H \cdot y(x)$$

$$Mbc(x) := Mbco(x) - H \cdot y(x)$$

$$M(x) := \text{if } x \le L1 \quad Mab(x) \quad \text{else} \quad Mbc(x)$$

$$Q01 := M\left(\frac{L1}{2}\right) = -31{,}11\ \text{kN m}$$

$$\alpha(x) = arctg\left(\frac{dy(x)}{dx}\right)$$

$$\alpha(x) := \text{atan}\left(\frac{\text{d}}{\text{d}\,x} y(x)\right)$$

$$V_s(x) = V_{so}(x).cos(\alpha(x)) - H.sen(\alpha(x))$$
$$N_s(x) = -V_{so}(x).sen(\alpha(x)) - H.cos(\alpha(x))$$

$$Vab(x) := Vabo(x) \cdot \cos(\alpha(x)) - H \cdot \sin(\alpha(x))$$

$$Vbc(x) := Vbco(x) \cdot \cos(\alpha(x)) - H \cdot \sin(\alpha(x))$$

$$V(x) := \text{if } x \le L1 \quad Vab(x) \quad \text{else} \quad Vbc(x)$$

$$Q02 := V\left(\frac{L1}{2}\right) = -9{,}390 \cdot 10^{-15}\ \text{kN}$$

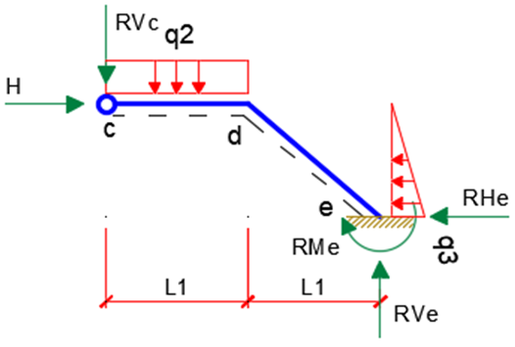
$$Nab(x) := (-Vabo(x)) \cdot \sin(\alpha(x)) - H \cdot \cos(\alpha(x))$$

$$Nbc(x) := (-Vbco(x)) \cdot \sin(\alpha(x)) - H \cdot \cos(\alpha(x))$$

$$N(x) := \text{if } x \le L1 \quad Nab(x) \quad \text{else} \quad Nbc(x)$$

$$Q03 := N\left(L1 + \frac{L2}{2}\right) = -92{,}82\ \text{kN}$$

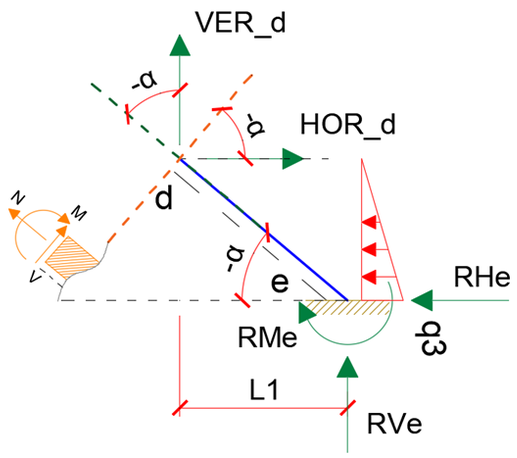
Esforços no Trecho "cde":



$$Md := -RVc \cdot L1 - \frac{q2 \cdot L1^2}{2} = -745{,}2\ \text{kN m}$$

$$Q04 := Md = -745{,}2\ \text{kN m}$$

$$Vd_cd := -RVc - q2 \cdot L1 = -226{,}3\ \text{kN}$$



$Lde := \sqrt{L1^{2} + H2^{2}} = 5\ m$

$cos\alpha := \frac{L1}{Lde} = 0,8$

$sen\alpha := \frac{H2}{Lde} = 0,6$ OBS : α é negativo

$N_a = -HOR \cdot cos\alpha + VER \cdot sen\alpha$

$V_a = +HOR \cdot sen\alpha + VER \cdot cos\alpha$

$VER := Vd_cd = -226,3\ kN$

$HOR := H = 59,42\ kN$

$Vd_de := HOR \cdot sen\alpha + VER \cdot cos\alpha = -145,4\ kN$

$Q05 := Vd_de = -145,4\ kN$

$Nd_de := -HOR \cdot cos\alpha + VER \cdot sen\alpha = -183,3\ kN$

$Q06 := Nd_de = -183,3\ kN$

$Q01 = -31,11\ kN\ m$

$Q02 = -9,390 \cdot 10^{-15}\ kN$

$Q03 = -92,82\ kN$

$Q04 = -745,2\ kN\ m$

$Q05 = -145,4\ kN$

$Q06 = -183,3\ kN$
