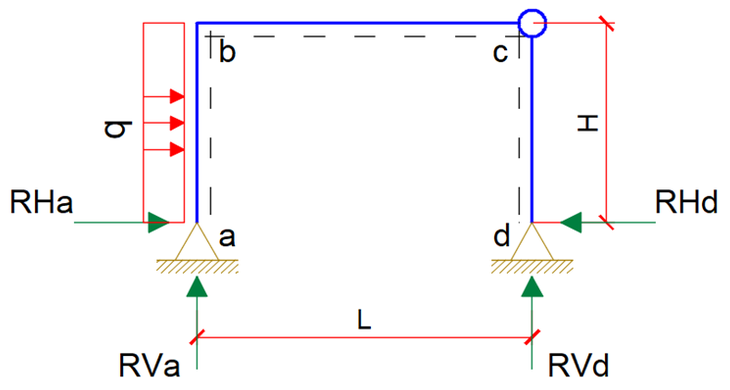
B2T4M0608C

- Considerando somente os efeitos de momentos fletores calcular o deslocamento horizontal e a rotação do ponto "b".



$L := 7,0$ m $\quad q := 30,0$ kN/m

$H := 3,0$ m

- Todas as barras tem seção transversal retangular com dimensões:

$b := 0,20$ m base (entrante no plano do papel)

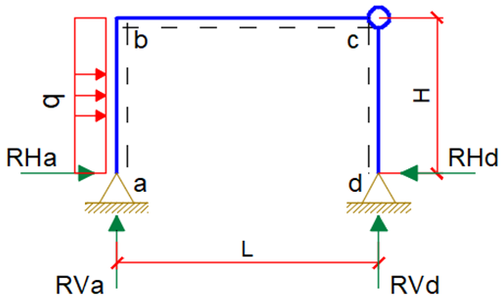
$h := 0,50$ m altura (assente ao plano do papel)

- Módulo de elasticidade e coef. de Poisson para todas as barras:

$E := 25 \cdot 10^{6}$ kN/m² $\quad \nu := 0,2$

Q01 - Qual o valor do deslocamento horizontal do ponto "b" [em "mm" e com positivo para direita] ?
Q02 - Qual o valor da rotação do ponto "b" [em "rad" e com positivo para antihorário] ?

Carregamento Real



Reações de Apoio:

ΣMc = 0 olhando para "d" (+) horário

$RHd := 0$

ΣFv = 0 (+) para cima

$RHa := -q \cdot H = -90$ kN

ΣMd = 0 (+) horário

$RVa \cdot L + q \cdot H \cdot \frac{H}{2} = 0$

$RVa := \frac{1}{L} \cdot \left(-\frac{q \cdot H^{2}}{2} \right) = -19,2857$ kN

Equacionamento de Momentos Fletores:

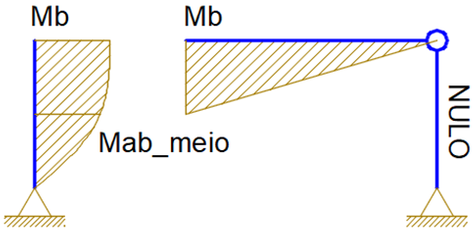
$Mcd(x) := 0$ * a barra "cd" é uma barra do tipo escora tirante

$Mab(x) := -RHa \cdot x - \frac{q \cdot x^{2}}{2} = -(-90) \cdot x - \frac{30 \cdot x^{2}}{2}$

$Mb_bc := Mab(H) = 135$ kN m

$Mbc(x) := Mb_bc + RVa \cdot x = 135 + \left(-\frac{135}{7} \right) \cdot x$

Diagrama e Momentos Fletores do Carregamento Real



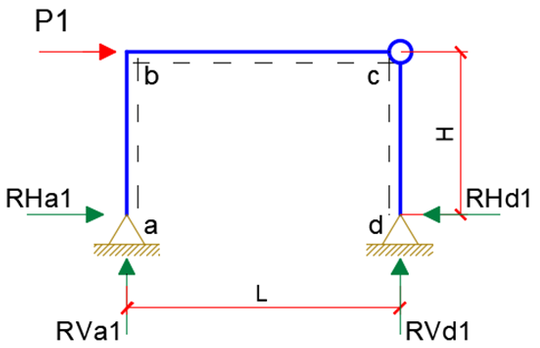
$Mb := -RHa \cdot H - q \cdot H \cdot \frac{H}{2} = 135$ kN m

$Ma := 0$

$Mab_meio := \frac{(Ma + Mb)}{2} + \frac{q \cdot H^{2}}{8} = 101,25$ kN m

$Mab\left(\frac{H}{2}\right) = 101,25$

Carregamento Virtual para cálculo do deslocamento de translação horizontal em "b":



Reações de Apoio: $P1 := 1\,kN$

ΣMc = 0 olhando para "d" (+) horário

$RHd1 := 0$

ΣFh = 0 (+) para direita

$RHa1 := -P1 = -1$

ΣMd = 0 (+) horário

$RVa1 \cdot L + P1 \cdot H = 0$

$RVa1 := \frac{1}{L} \cdot (-P1 \cdot H) = -0,4286$

ΣFv = 0 (+) para cima

$RVa1 + RVd1 = 0$ $\quad RVd1 := -RVa1 = 0,4286$

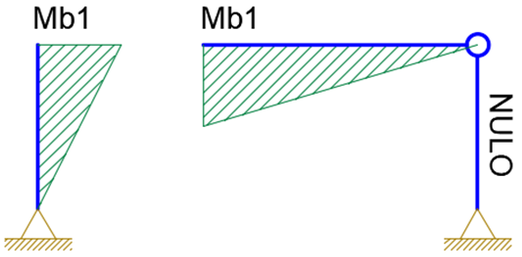
Equacionamento e Momentos Fletores:

$Mcd1(x) := 0$ * barra do tipo escora tirante

$Mab1(x) := -RHa1 \cdot x = x$

$Mbc1(x) := Mb1 + RVa1 \cdot x = 3 + \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot x$

$Mb1 := Mab1(H) = 3\ kN\ m$



$Mb1 := (-RHa1) \cdot H = 3\ kN\ m$

Cálculo do deslocamento horizontal no ponto "b":

Via integração analítica:

$I := \frac{b \cdot h^3}{12} = 0,002083\ m^4$

$E = 2,5 \cdot 10^7\ kN\ m^2$

Como a barra "cd" não apresenta diagrama de momentos fletores (nem no carregamento real e nem no carregamento virtual) não será feita integração em relação à ela.

$\delta hm_ab := \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^H Mab(x) \cdot Mab1(x)\,dx = 0,00972$

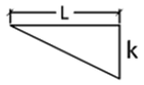
$\delta hm_bc := \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^L Mbc(x) \cdot Mbc1(x)\,dx = 0,01814$

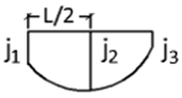
$\delta_horiz_c := (\delta hm_ab + \delta hm_bc) \cdot 1000 = 27,864\ mm$

Via integração por tabelas:



Barra "ab":



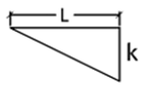


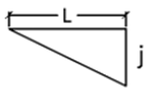
1/6 Lk(2j2+j3)

$k := Mb1 = 3$ $j3 := Mb = 135$ $j2 := Mab_meio = 101,2$

$mab1 := \frac{1}{6} \cdot H \cdot k \cdot (2 \cdot j2 + j3) \cdot \frac{1}{E \cdot I} = 0,00972$

Barra "bc":





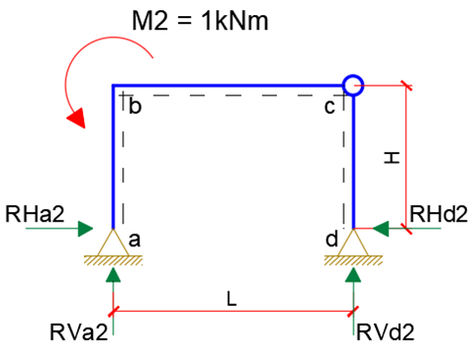
1/3 Ljk

$k := Mb1 = 3,000$ $j := Mb = 135,0$

$mbc1 := \frac{1}{3} \cdot L \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{E \cdot I} = 0,01814$

$\delta_horiz_b := 1000 \cdot (mab1 + mbc1) = 27,864$ mm

Carregamento Virtual para cálculo do deslocamento de rotação em "b":



Reações de Apoio: $M2 := 1$

ΣMc = 0 olhando para "d" (+) horário

$RHd2 := 0$

ΣFh = 0 (+) para direita

$RHa2 := 0$

ΣMd = 0 (+) horário

$RVa2 \cdot L - M2 = 0$

$RVa2 := \frac{M2}{L} = 0,1429$ kN

ΣFv = 0 (+) para cima

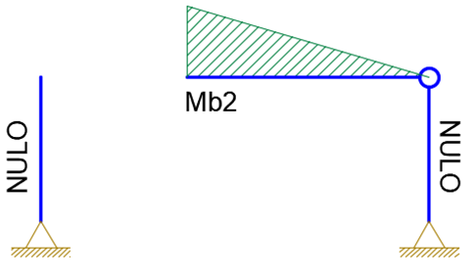
$RVa2 + RVd2 = 0$ $RVd2 := -RVa2 = -0,1429$ kN

Equacionamento e Momentos Fletores:

$Mcd2(x) := 0$ barra do tipo escora tirante;

$Mab2(x) := -RHa2 \cdot x = 0$

$Mbc2(x) := -M2 + RVa2 \cdot x = -1 + \frac{1}{7} \cdot x$



$Mb2 := -M2 = -1$

Cálulo da Rotação em "b":

Via integração normal:

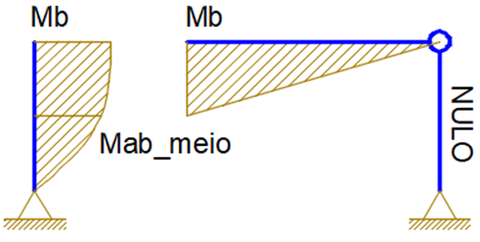
Como a barra "cd" não apresenta diagrama de momentos fletores (nem no carregamento real e nem no carregamento virtual) não será feita integração em relação à ela.

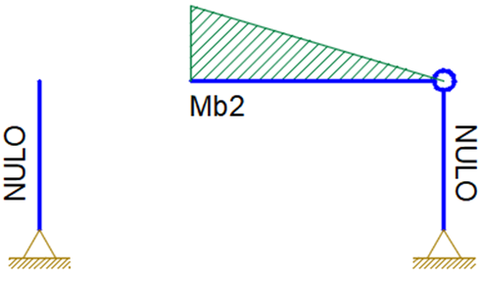
$$\varphi b_ab := \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^H Mab(x) \cdot Mab2(x)\, dx = 0$$

$$\varphi b_bc := \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^L Mbc(x) \cdot Mbc2(x)\, dx = -0,0060480$$

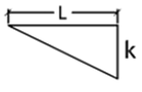
$\varphi b := (\varphi b_ab + \varphi b_bc) = -0,006048$ rad

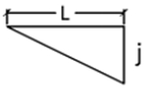
Via tabelas de integração:





Barra "bc":





1/3 Ljk

$k := Mb2 = -1,0000$ $\quad j := Mb = 135,0000$

$$\varphi b_bc := \frac{1}{3} \cdot L \cdot j \cdot k \cdot \frac{1}{E \cdot I} = -0,006048$$

$\varphi b := \varphi b_bc = -0,006048$

$Q01 := \delta_horiz_b = 27,864$

$Q02 := \varphi b = -0,006048$
