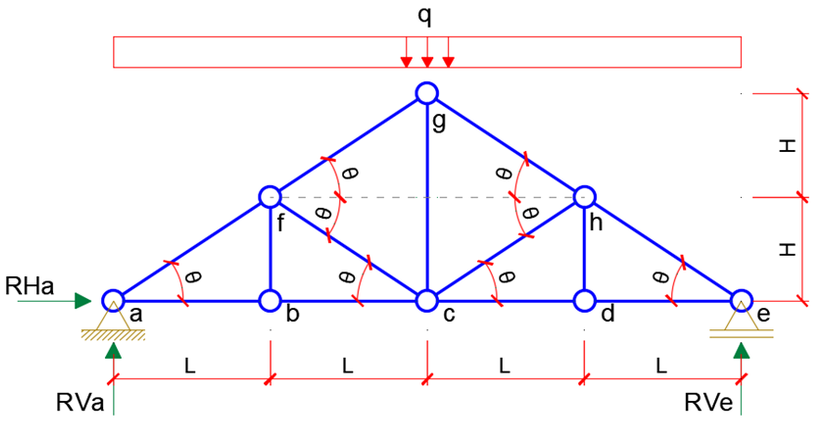
B2T4M0622A

- Calcular o deslocamento vertical do ponto "c".



OBS : para conversão da carga distribuída "q" em cargas pontuais "P" nos nós "a","f","g"," h" e "e" considerar que os nós de extremidade ("a" e "e") recebem apenas 50% da carga por terem somente metade da área de influência dos demais.

- Dados:

$L := 2,4\ m$ $H := 1,2\ m$ $q := 15$ kN/m

- Todas as barras são de seção transversal tubular circular com diâmetro externo "d", espessura "t" e Módulo de Elasticidade "E":

$d := 10$ cm $t := 4$ mm $E := 200 \cdot 10^{6}$ kN/m²

Q01 - Qual o valor do esforço axial na barra "bc" devido ao carregamento real [em kN e com positivo para tração] ?
Q02 - Qual o valor do esforço axial na barra "fg" devido ao carregamento virtual criado para calcular o deslocamento vertical do ponto "c" [em kN e em módulo] ?
Q03 - Qual o valor do deslocamento vertical do ponto "c" [em "mm" e com positivo para cima] ?

Esforços Axiais nas Barras devido ao Carregamento Real:

Conversão da carga distribuída em cargas pontuais: $P := q \cdot L = 36$ kN / m

Propriedades Geométricas:

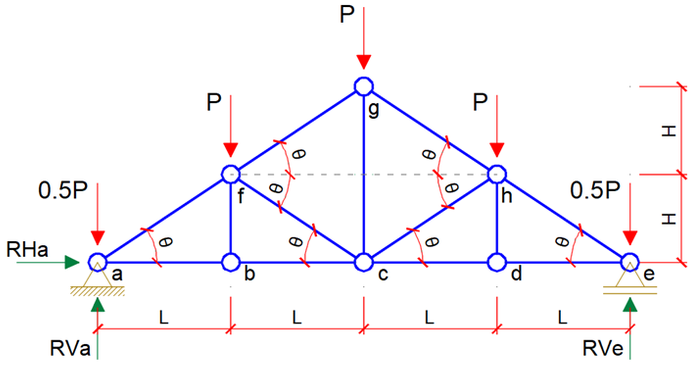
- Comprimento das barras "af", "fg", "gh", "eh", "cf" e "ch":

$Li := \sqrt{L^{2} + H^{2}} = 2,6833$

- Relações Trigonométricas:

$cos\theta := \frac{L}{Li} = 0,89443$

$sen\theta := \frac{H}{Li} = 0,4472$



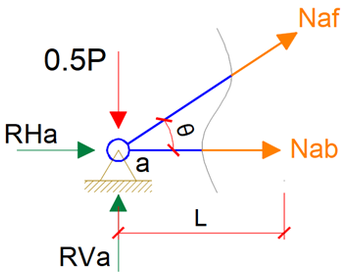
Pela simetria do carregamento e da disposição das barras do modelo, é possível afirmar que os esforços internos serão iguais entre as barras:

Naf = Neh; Nfg = Ngh; Nab = Nde; Nbc = Ncd; Nbf = Ndh; Ncf = Nch; Nbf = Ndh;

Reações de Apoio:

$RHa := 0$ $RVa := 4 \cdot \frac{P}{2} = 72$ $RVe := 4 \cdot \frac{P}{2} = 72$

Equilíbrio do Nó "a":



ΣFv = 0: Naf.senθ + RVa - 0,5.P = 0

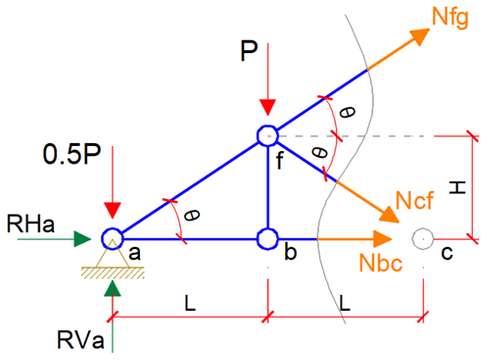
$$Naf := \frac{1}{sen\theta} \cdot (-RVa + 0,5 \cdot P) = -120,75$$

ΣFh = 0: Nab + Naf.cosθ + RHa = 0

$$Nab := -Naf \cdot cos\theta - RHa = 108$$

$$Neh := Naf = -120,75 \qquad Nde := Nab = 108$$

Aplicação do Método das Seções:



ΣMf = 0 (+ anti-horário) :

Nbc.H + RHa.H + 0,5.P.L - RVa.L = 0

$$Nbc := \frac{1}{H} \cdot (-RHa \cdot H - 0,5 \cdot P \cdot L + RVa \cdot L) = 108$$

ΣMc = 0 (+ horário) :

Nfg.cosθ.H + Nfg.senθ.L - P.L - 0.5.P.2.L + RVa.2.L = 0

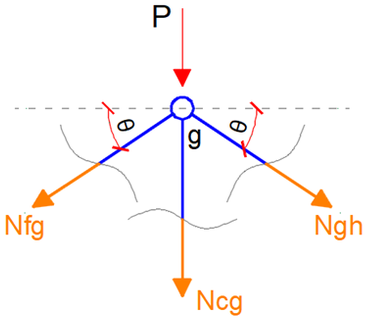
$$Nfg := \frac{(P \cdot L + 0,5 \cdot P \cdot 2 \cdot L - RVa \cdot 2 \cdot L)}{(cos\theta \cdot H + sen\theta \cdot L)} = -80,498$$

ΣFh = 0 (+ para direita) : Nfg.cosθ + Ncf.cosθ + Nbc + RHa = 0

$$Ncf := \frac{1}{cos\theta} \cdot (-Nfg \cdot cos\theta - Nbc - RHa) = -40,249$$

$$Nch := Ncf = -40,249 \qquad Ngh := Nfg = -80,498 \qquad Ncd := Nbc = 108$$

Equilíbrio do Nó "g":



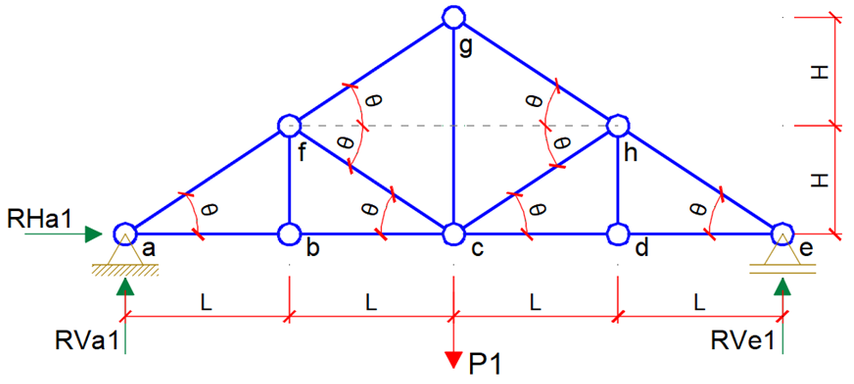
ΣFv = 0: - P - Ncg - Nfg.senθ - Ngh.senθ = 0

$$Ncg := -P - Nfg \cdot sen\theta - Ngh \cdot sen\theta = 36$$

* Por inspeção o esforço na barra "bf" é necessariamente nulo pois caso contrário não há equilíbrio no nó "b".

$$Nbf := 0 \qquad Ndh := Nbf = 0$$

Esforços Axiais nas Barras devido ao Carregamento Virtual aplicado para Cálculo do Deslocamento Vertical em "c":



Reações de Apoio: $P1 := 1$

$$RHa1 := 0$$

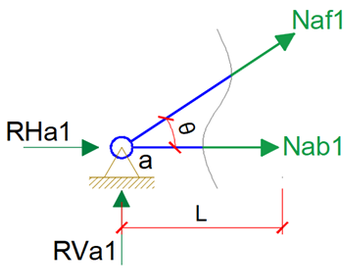
$$RVa1 := \frac{P1}{2} = 0,5$$

$$RVe1 := \frac{P1}{2} = 0,5$$

De igual forma, pela simetria do carregamento e da disposição das barras do modelo, é possível afirmar que os esforços internos serão iguais entre as barras:

Naf1 = Neh1; Nfg1 = Ngh1; Nab1 = Nde1; Nbc1 = Ncd1; Nbf1 = Ndh1; Ncf1 = Nch1; Nbf1 = Ndh1;

Equilíbrio do Nó "a":



ΣFv = 0: Naf1.senθ + RVa1 = 0

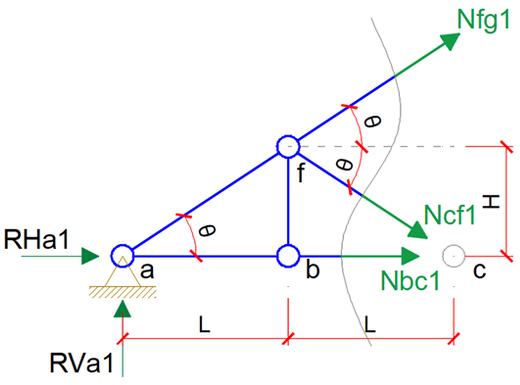
$Naf1 := \frac{1}{sen\theta} \cdot (-RVa1) = -1,118$

ΣFh = 0: Nab1 + Naf1.cosθ + RHa1 = 0

$Nab1 := -Naf1 \cdot cos\theta - RHa1 = 1$

$Neh1 := Naf1 = -1,118$ $Nde1 := Nab1 = 1$

Aplicação do Método das Seções:



ΣMf = 0 (+ anti-horário) :

Nbc1.H + RHa1.H - RVa1.L = 0

$Nbc1 := \frac{1}{H} \cdot (-RHa1 \cdot H + RVa1 \cdot L) = 1$

ΣMc = 0 (+ horário) :

Nfg1.cosθ.H + Nfg1.senθ.L + RVa1.2.L = 0

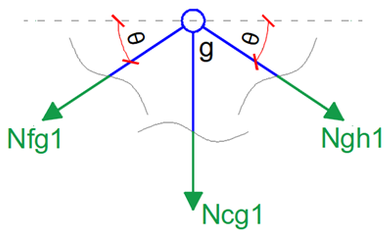
$Nfg1 := \frac{(-RVa1 \cdot 2 \cdot L)}{(cos\theta \cdot H + sen\theta \cdot L)} = -1,118$

ΣFh = 0 (+ para direita) : Nfg1.cosθ + Ncf1.cosθ + Nbc1 + RHa1 = 0

$Ncf1 := \frac{1}{cos\theta} \cdot (-Nfg1 \cdot cos\theta - Nbc1 - RHa) = -1,655 \cdot 10^{-15}$

$Nch1 := Ncf1 = -1,655 \cdot 10^{-15}$ $Ngh1 := Nfg1 = -1,118$ $Ncd1 := Nbc1 = 1$

Equilíbrio do Nó "g":



ΣFv = 0: - Ncg1 - Nfg1.senθ - Ngh1.senθ = 0

$Ncg1 := -Nfg1 \cdot sen\theta - Ngh1 \cdot sen\theta = 1$

* Por inspeção o esforço na barra "bf1" é necessariamente nulo pois caso contrário não há equilíbrio no nó "b".

$Nbf1 := 0$ $Ndh1 := Nbf1 = 0$

Cálculo do Deslocamento:

Rigidez axial das barras: $d := \frac{d}{100} = 0,1$ m $t := \frac{t}{1000} = 0,004$ m

$A_ext := \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 0,007854$ m² $A_int := \frac{\pi \cdot (d - 2 \cdot t)^2}{4} = 0,0066476$ m²

$A := A_ext - A_int = 0,0012064$ m²

$EA := E \cdot A = 2,4127 \cdot 10^5$ kN

$Nreal := [Nab\ Nbc\ Ncd\ Nde\ Naf\ Nfg\ Ngh\ Neh\ Nbf\ Ncf\ Ncg\ Nch\ Ndh]$

$Nreal = [108\ 108\ 108\ 108\ -120,75\ -80,498\ -80,498\ -120,75\ 0\ -40,249\ 36\ -40,249\ 0]$

$Nvirtual := [\ Nab1\ \ Nbc1\ \ Ncd1\ \ Nde1\ \ Naf1\ \ Nfg1\ \ Ngh1\ \ Neh1\ \ Nbf1\ \ Ncf1\ \ Ncg1\ \ Nch1\ \ Ndh1\ ]$

$Nvirtual = [\ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ -1,118\ \ -1,118\ \ -1,118\ \ -1,118\ \ 0\ \ -1,655 \cdot 10^{-15}\ \ 1\ \ -1,655 \cdot 10^{-15}\ \ 0\ ]$

$Lbarra := [\ L\ \ L\ \ L\ \ L\ \ Li\ \ Li\ \ Li\ \ Li\ \ H\ \ Li\ \ 2 \cdot H\ \ Li\ \ H\ ]$

$Lbarra = [\ 2,4\ \ 2,4\ \ 2,4\ \ 2,4\ \ 2,6833\ \ 2,6833\ \ 2,6833\ \ 2,6833\ \ 1,2\ \ 2,6833\ \cdots]$

$$\delta_vert_c := -1000 \cdot \sum_{i=1}^{13} \frac{Nvirtual_i \cdot Nreal_i \cdot Lbarra_i}{EA} = -9,6599$$

$Q01 := Nbc = 108,00$

$Q02 := |Nfg1| = 1,1180$

$Q03 := \delta_vert_c = -9,6599$
