Teoria das Estruturas II - Aula 03



Linhas de Influência de Estruturas Isostáticas (3)

- Envoltórias;
- LI's de Treliças;

Prof. Juliano J. Scremin

Universidade POSITIVO

Universidade POSITIVO

Aula 03 - Seção 1: Envoltórias

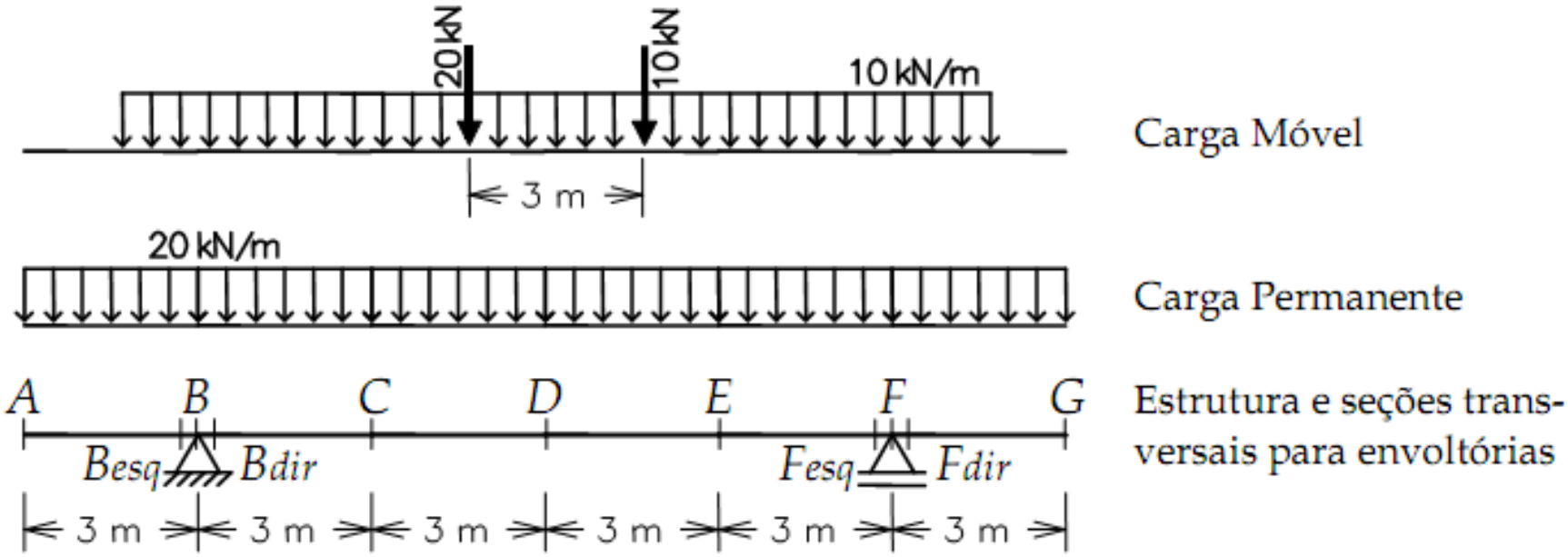
Envoltórias Limites

- As **Envoltórias Limites** de um determinado esforço em uma estrutura descrevem, para um conjunto de cargas móveis ou acidentais, os **valores máximos e mínimos** deste esforço em cada uma das seções da estrutura, de forma análoga a que descreve o diagrama de esforços para um carregamento fixo.

- O objetivo da Análise Estrutural para o caso de cargas móveis ou acidentais é a determinação de envoltórias de máximos e mínimos de momentos fletores, esforços cortantes, etc., o que possibilitará o dimensionamento da estrutura submetida a este tipo de solicitação.

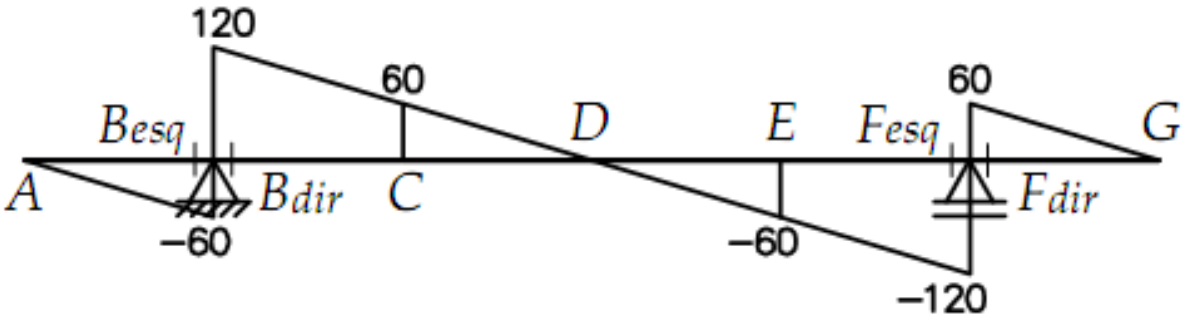
Exemplo de Traçado de Envoltória

- **Enunciado:**
  Traçar as "Envoltórias" de Esforço Cortante e Momento Fletor para a estrutura, trem-tipo e carga permanente indicados abaixo:

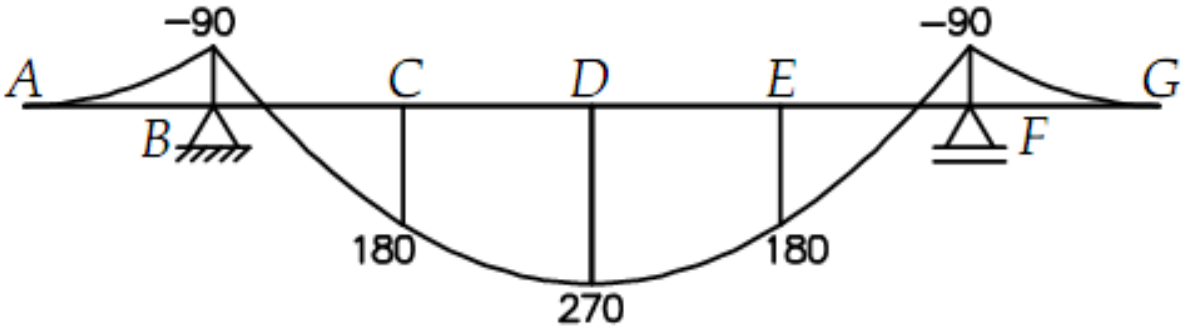


Diagramas

- Opcionalmente pode-se iniciar o processo de traçado de uma envoltória pelo traçado dos “Diagramas” de esforços das cargas permanentes envolvidas.



Carga Permanente:
Esforços Cortantes [kN]



Carga Permanente:
Momentos Fletores [kNm]

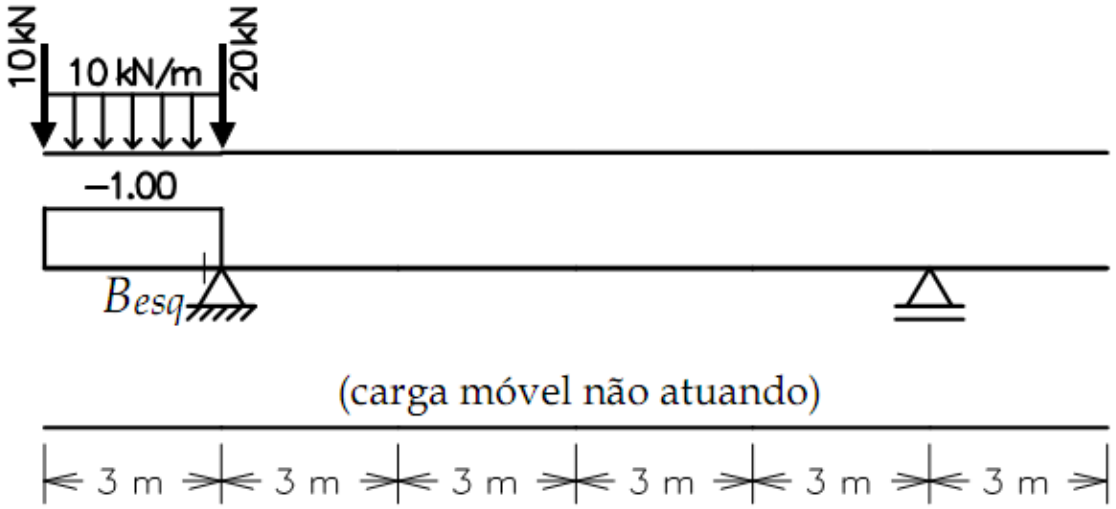
Traçado da Envoltória de Cortantes (1)

- Traçar as LI's de esforço cortante para cada uma das seções (A, B, C, D, E, F e G) determinando o máximo e o mínimo esforço cortante que podem atuar na seção mediante a variação da posição do trem de carga.

- Em nosso exemplo é possível reduzir a quantidade de cálculos dada a simetria da estrutura.

- Atentar para o fato de que a envoltória de esforço cortante será "antisimétrica"

Traçado da Envoltória de Cortantes (2)



Posição da carga móvel para Q_{Besq} mínimo

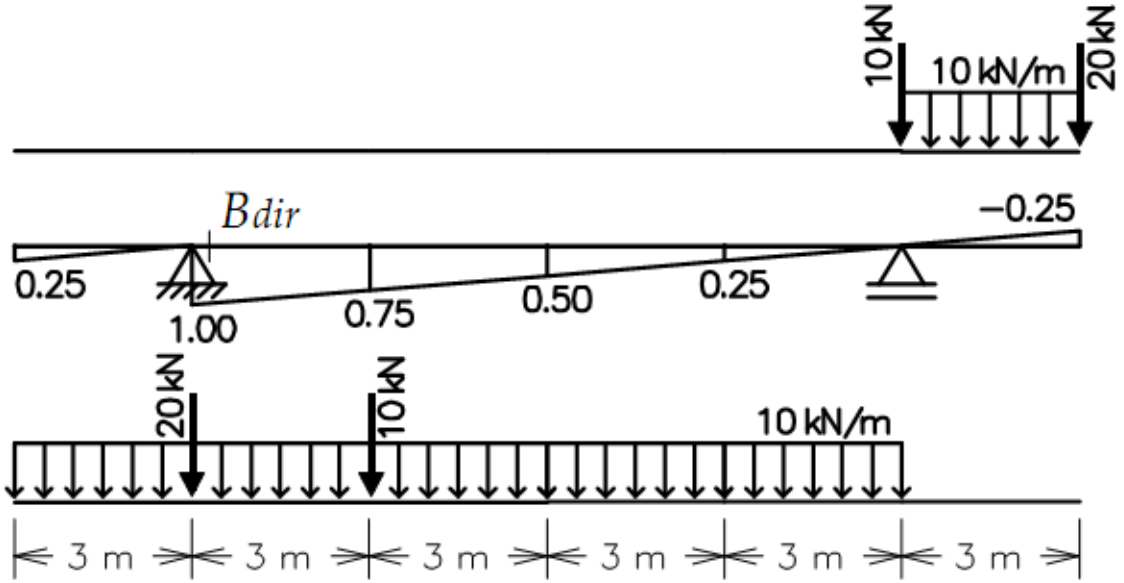
LIQ_{Besq}

Posição da carga móvel para Q_{Besq} máximo

$$\left(Q_{Besq}\right)_{mín.}^{c.m.} = [20 \cdot (-1.00) + 10 \cdot (-1.00) + 10 \cdot 3 \cdot (-1.00)] = -60.00kN$$

$$\left(Q_{Besq}\right)_{máx.}^{c.m.} = 0$$

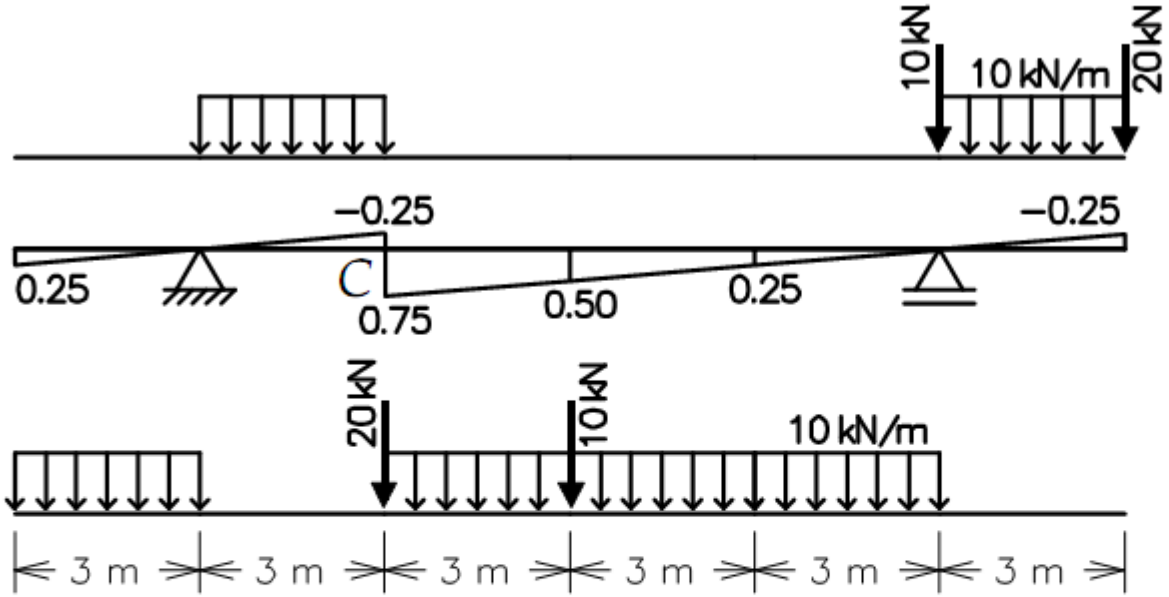
Traçado da Envoltória de Cortantes (3)



$$\left(Q_{Bdir}\right)_{mín.}^{c.m.} = \left[20\cdot(-0.25)+10\cdot 0.5\cdot 3\cdot(-0.25)\right] = -8.75kN$$

$$\left(Q_{Bdir}\right)_{máx.}^{c.m.} = \left[20\cdot(1.00)+10\cdot(0.75)+10\cdot 0.5\cdot 3\cdot(0.25)+10\cdot 0.5\cdot 12\cdot(1.00)\right] = +91.25kN$$

Traçado da Envoltória de Cortantes (4)



Posição da carga móvel para Q_C mínimo

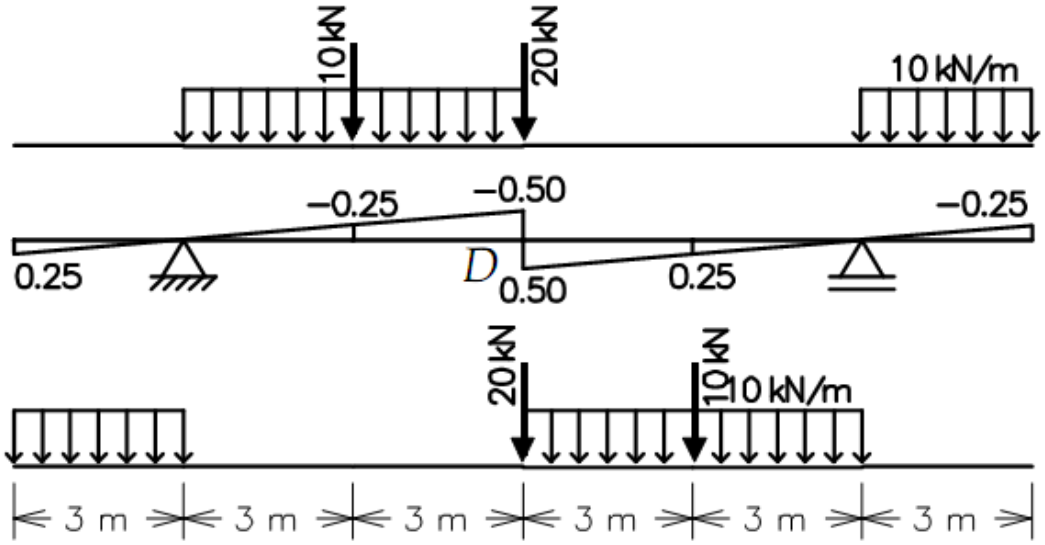
LIQ_C

Posição da carga móvel para Q_C máximo

$$(Q_C)^{c.m.}_{mín.} = [20 \cdot (-0.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-0.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-0.25)] = -12.50kN$$

$$(Q_C)^{c.m.}_{máx.} = [20 \cdot (0.75) + 10 \cdot (0.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (0.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 9 \cdot (0.75)] = +57.50kN$$

Traçado da Envoltória de Cortantes (5)



Posição da carga móvel para Q_D mínimo

LIQ_D

Posição da carga móvel para Q_D máximo

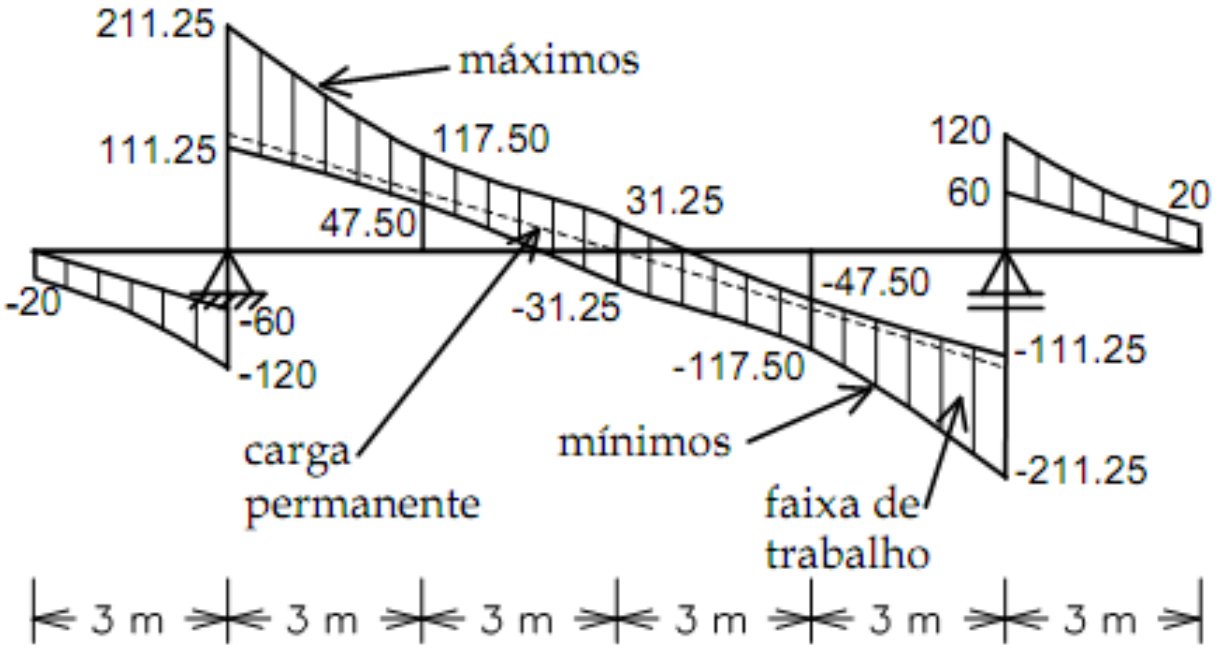
$$(Q_D)^{c.m.}_{mín.} = [20\cdot(-0.50)+10\cdot(-0.25)+10\cdot 0.5\cdot 6\cdot(-0.50)+10\cdot 0.5\cdot 3\cdot(-0.25)] = -31.25kN$$

$$(Q_D)^{c.m.}_{máx.} = [20\cdot(0.50)+10\cdot(0.25)+10\cdot 0.5\cdot 6\cdot(0.50)+10\cdot 0.5\cdot 3\cdot(0.25)] = +31.25kN$$

Traçado da Envoltória de Cortantes (6)

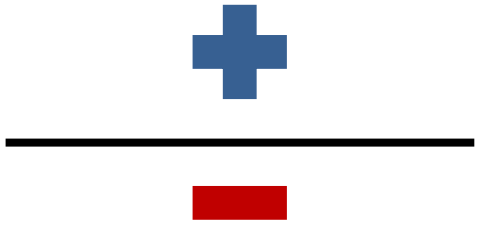
Seção	Carga	Carga Móvel		Envoltórias	
	Permanente	mínimo	máximo	mínimo	máximo
A	0	-20.00	0	-20.00	0
B_{esq}	-60	-60.00	0	-120.00	-60.00
B_{dir}	+120	-8.75	+91.25	+111.25	+211.25
C	+60	-12.50	+57.50	+47.50	+117.50
D	0	-31.25	+31.25	-31.25	+31.25
E	-60	-57.50	+12.50	-117.50	-47.50
F_{esq}	-120	-91.25	+8.75	-211.25	-111.25
F_{dir}	+60	0	+60.00	+60.00	+120.00
G	0	0	+20.00	0	+20.00

Traçado da Envoltória de Cortantes (7)



Envoltórias:
Esforços Cortantes $[kN]$

OBS.:
Convenção de Sinais para Envoltórias de Esforços Cortantes

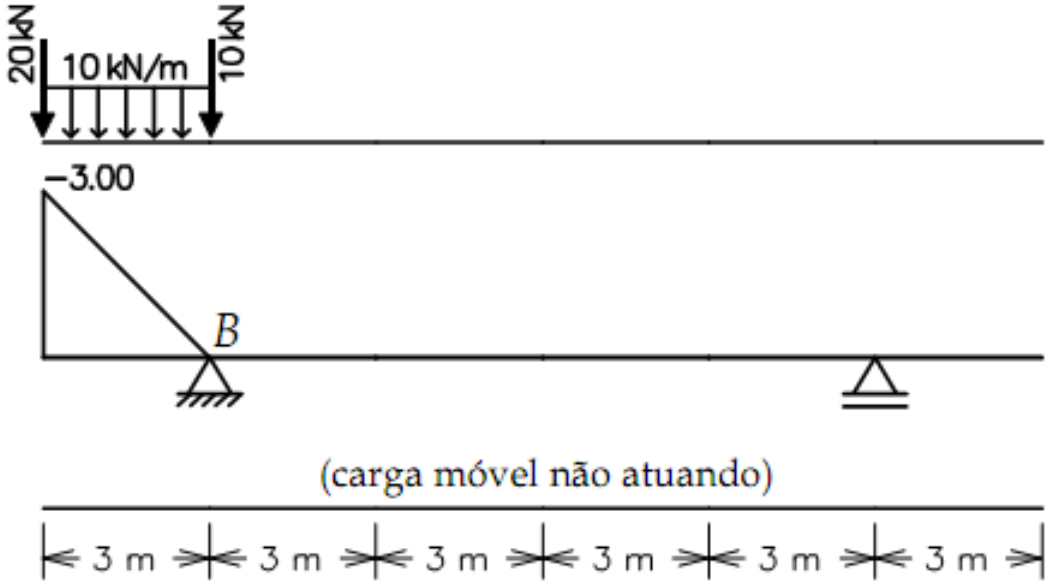


Traçado da Envoltória de Mom. Fletores (1)

- Traçar as LI's de momento fletor para cada uma das seções (A, B, C, D, E, F e G) determinando o máximo e o mínimo momento que podem atuar na seção mediante a variação da posição do trem de carga.

- Atentar para o fato de que a envoltória de esforço cortante será "simétrica" tal como a estrutura também é simétrica.

Traçado da Envoltória de Mom. Fletores (2)



Posição da carga móvel para M_B mínimo

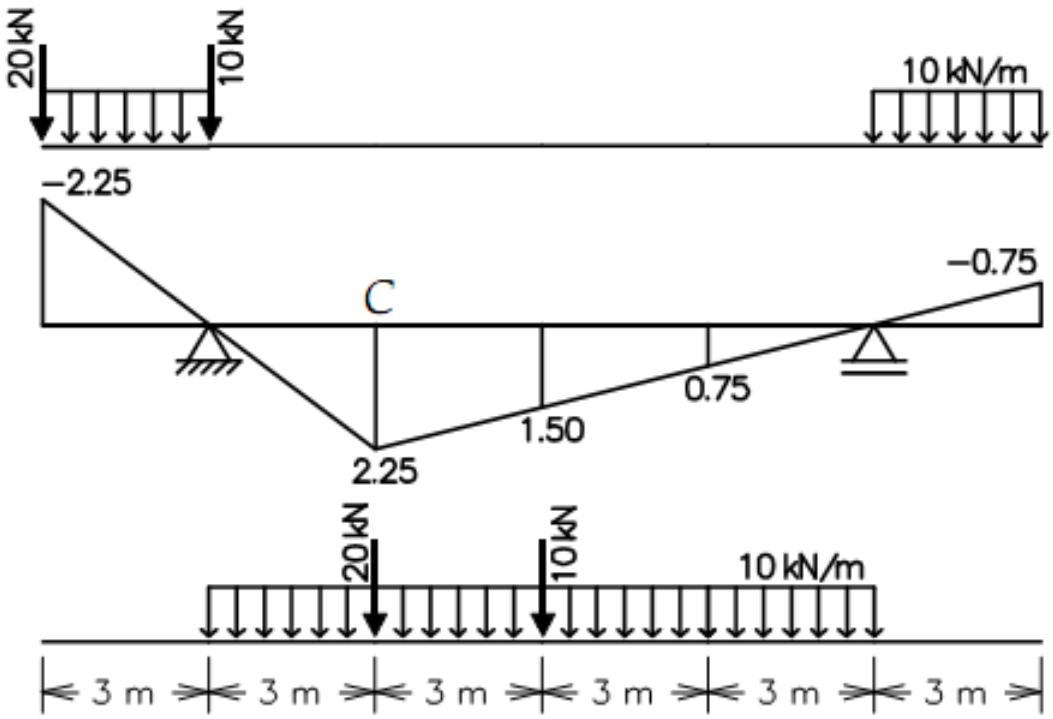
LIM_B

Posição da carga móvel para M_B máximo

$$(M_B)^{c.m.}_{mín.} = [20 \cdot (-3.00) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-3.00)] = -105.00 kNm$$

$$(M_B)^{c.m.}_{máx.} = 0$$

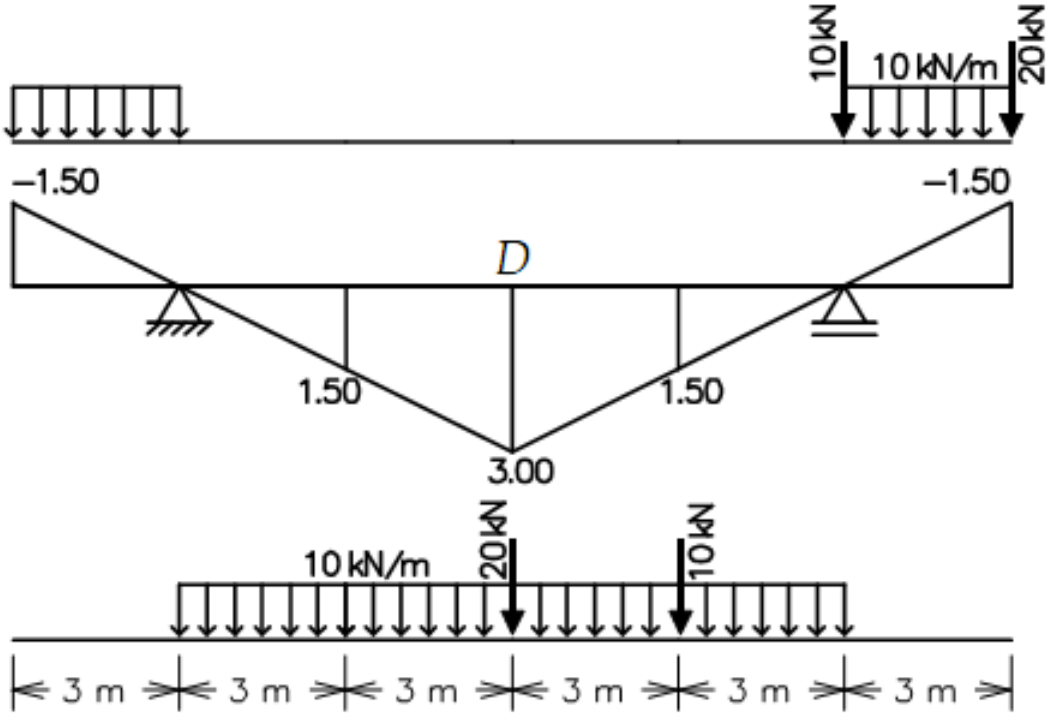
Traçado da Envoltória de Mom. Fletores (3)



$$(M_C)^{c.m.}_{mín.} = [20 \cdot (-2.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-2.25) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-0.75)] = -90.00 kNm$$

$$(M_C)^{c.m.}_{máx.} = [20 \cdot (2.25) + 10 \cdot (1.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 12 \cdot (2.25)] = +195.00 kNm$$

Traçado da Envoltória de Mom. Fletores (4)



Posição da carga móvel para M_D mínimo

LIM_D

Posição da carga móvel para M_D máximo

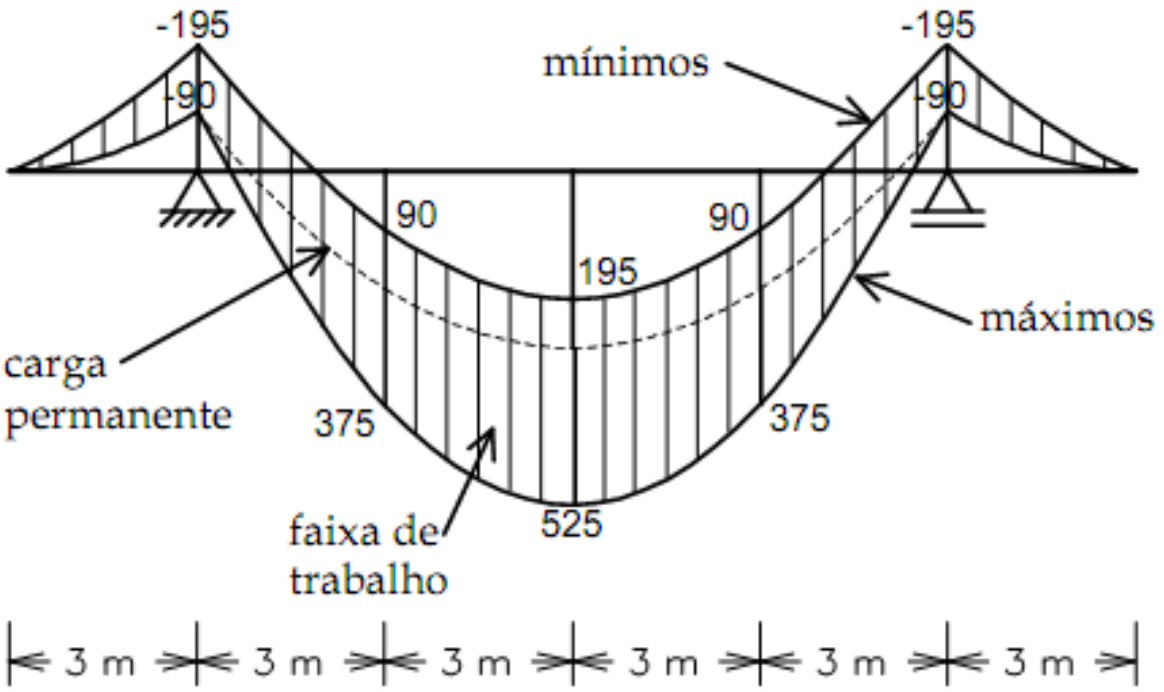
$$(M_D)^{c.m.}_{mín.} = [20 \cdot (-1.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-1.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot (-1.50)] = -75.00 kNm$$

$$(M_D)^{c.m.}_{máx.} = [20 \cdot (3.00) + 10 \cdot (1.50) + 10 \cdot 0.5 \cdot 12 \cdot (3.00)] = +255.00 kNm$$

Traçado da Envoltória de Mom. Fletores (5)

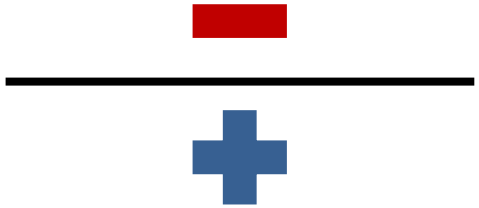
Seção	Carga	Carga Móvel		Envoltórias	
	Permanente	mínimo	máximo	mínimo	máximo
A	0	0	0	0	0
B	-90	-105	0	-195	-90
C	+180	-90	+195	+90	+375
D	+270	-75	+255	+195	+525
E	+180	-90	+195	+90	+375
F	-90	-105	0	-195	-90
G	0	0	0	0	0

Traçado da Envoltória de Mom. Fletores (6)



Envoltórias:
Momentos Fletores [kNm]

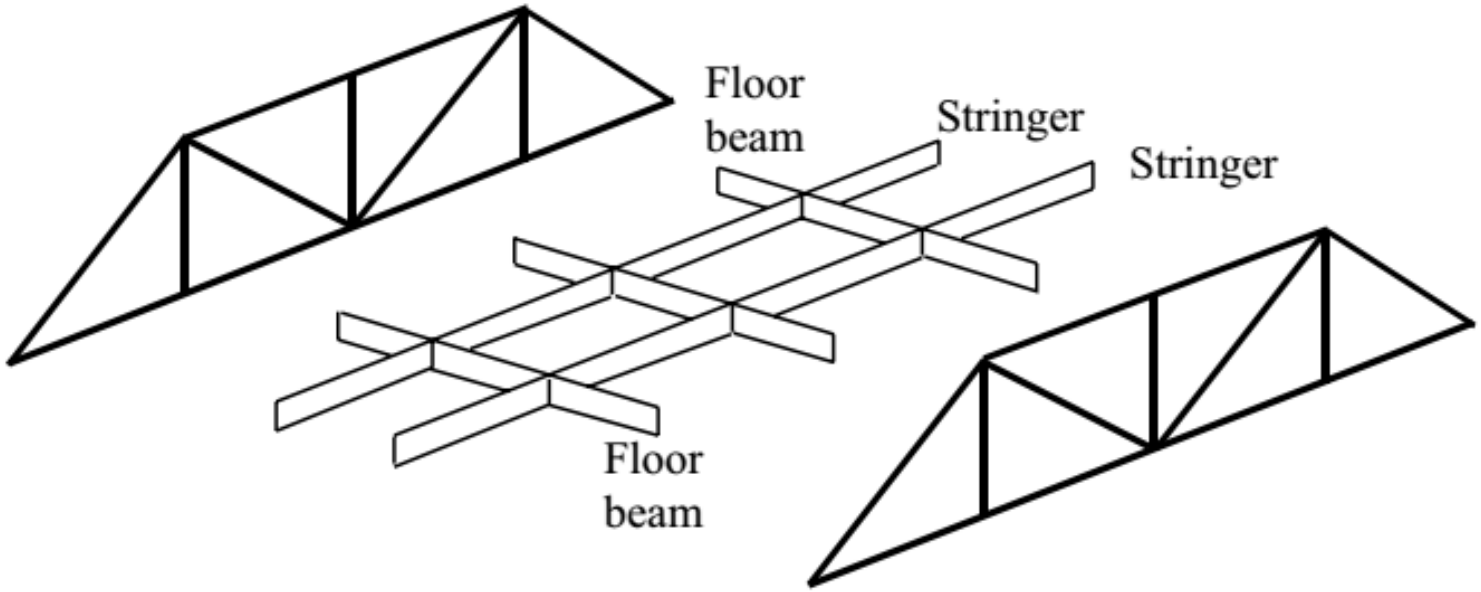
OBS.:
Convenção de Sinais para Envoltórias de Momentos Fletores



Universidade POSITIVO

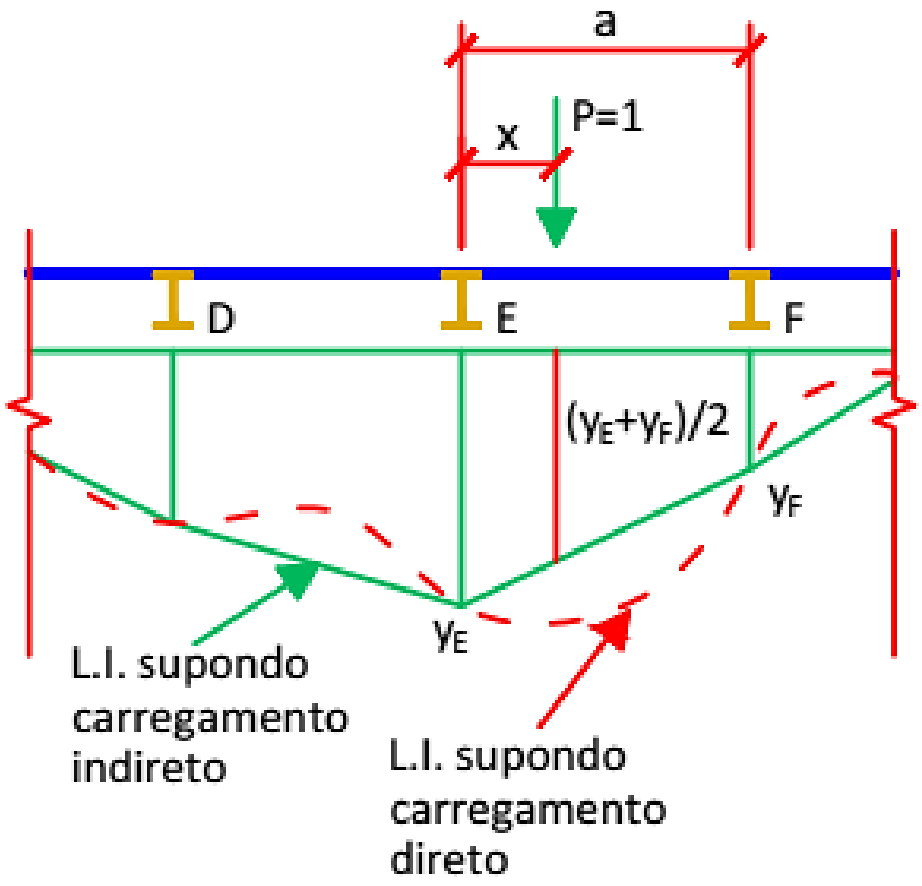
Aula 03 - Seção 2:
Linhas de Influência em Treliças

Exemplo de Modelo de Ponte em Treliça

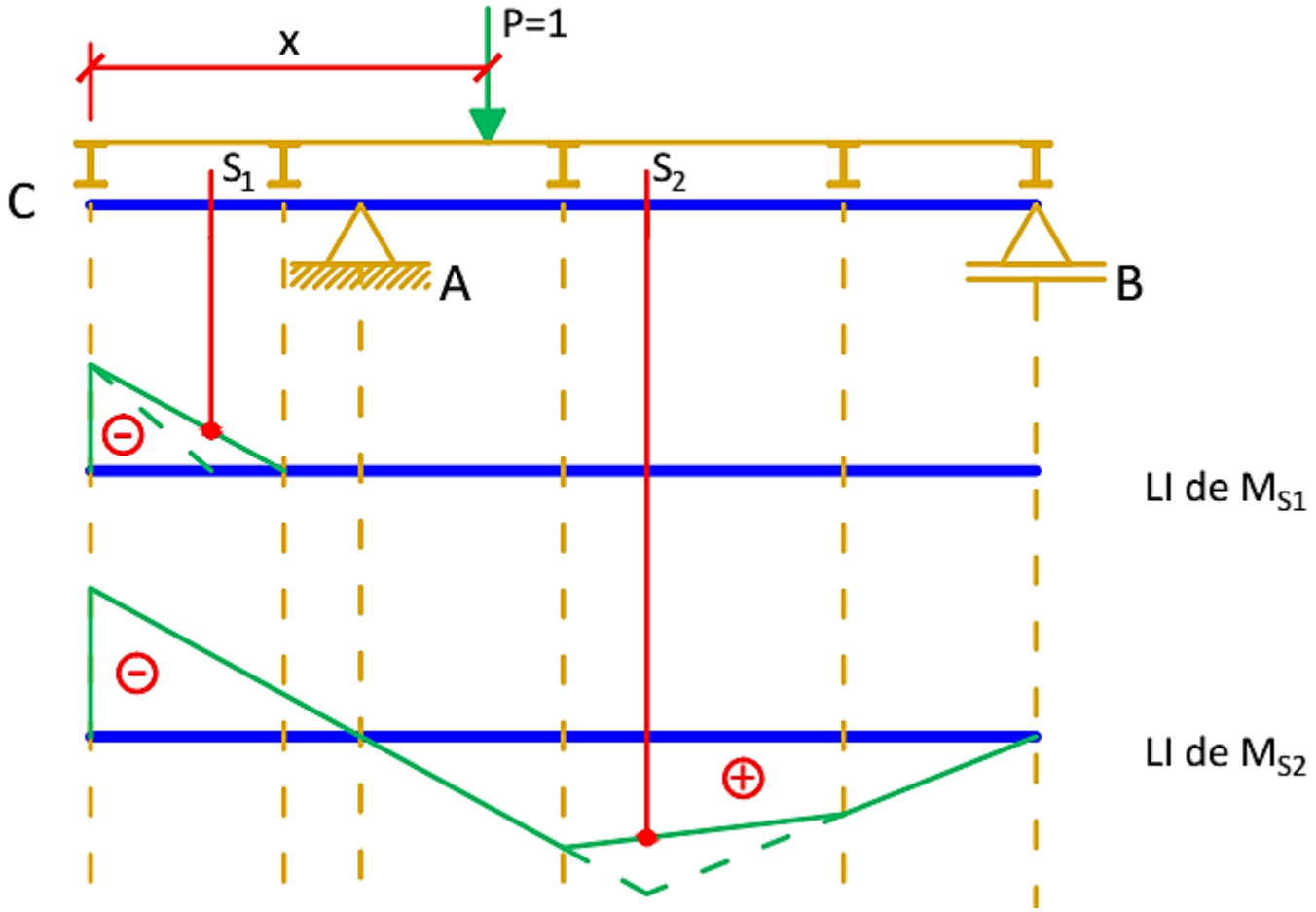


- Cargas em treliças são sempre aplicadas nos nós. No caso do modelo de ponte acima, os nós que recebem as cargas são os dos banzos inferiores das treliças por estarem conectados ao vigamento da prancha da ponte.

Carregamento Indireto (1)



Carregamento Indireto (2)



LI's de Treliças

- **Em uma treliça a linha de influência é traçada em relação a uma BARRA de interesse** e não uma "seção de interesse" sendo que alterar a posição de um corte ao longo de uma mesma barra não altera a linha de influência.

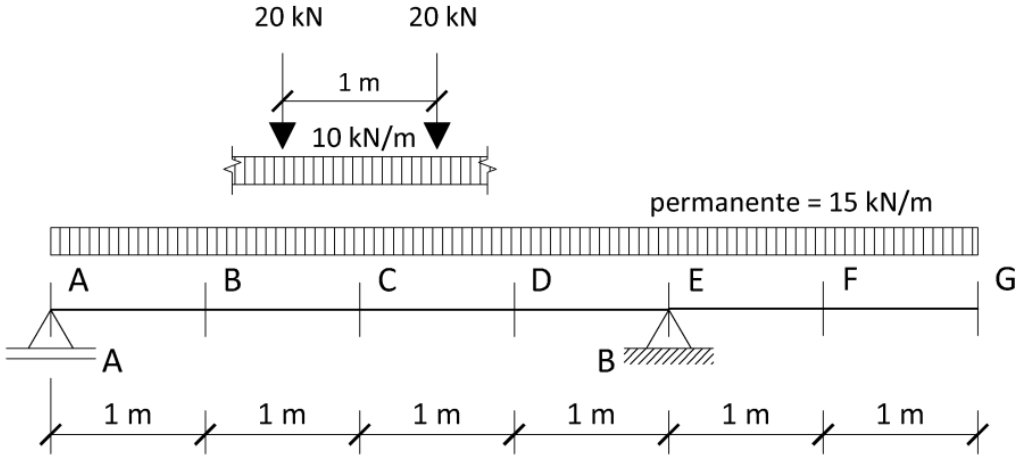
- É necessária a **aplicação do Método das Seções** para obtenção das LI's de esforços axiais nas barras – *as LI's de reações de apoio são determinadas da mesma forma que em vigas bi-apoiadas*;

- A determinação das equações das LI's de esforços axiais deve ser feita em função do **posicionamento da carga à esquerda e à direita** da **barra "cortada" que pertença ao caminho de carga**.

FIM

Exercício TE2-3.1

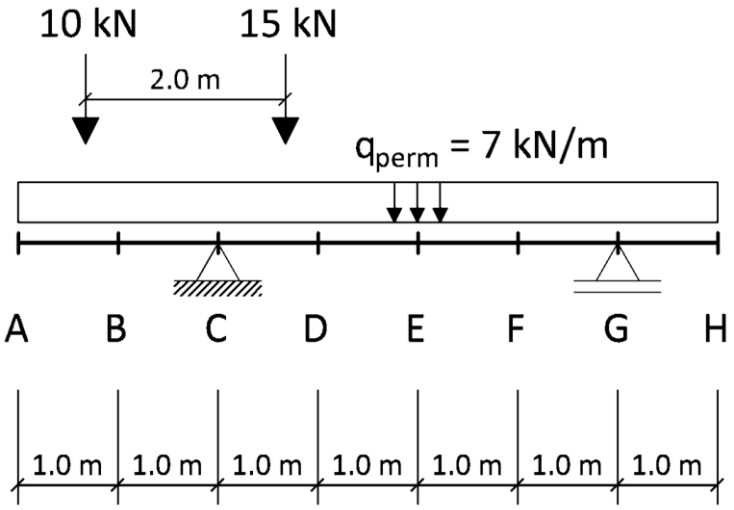
- Complete a tabela da envoltória de momentos fletores para a viga ao lado:



(kN.m)	Permanente	M(-)	M(+)	M mínimo	M máximo
A	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B	+15,00	-20,0	+40,0	-5,00	+55,0
C	+15,00	-40,0	+50,0	-25,0	+65,0
D	0,00				
E	-30,0				
F	-7,50	-25,0	0,00	-32,5	-7,50
G	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Exercício TE2-3.2

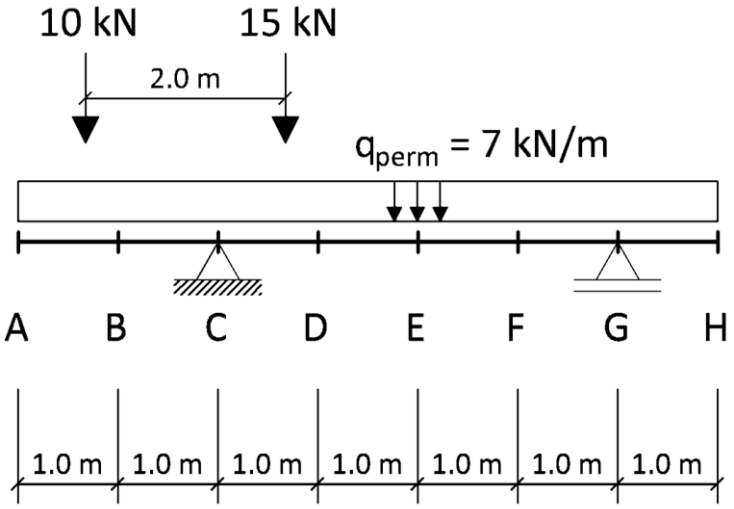
- Complete a tabela da envoltória de momentos fletores para a viga ao lado:



(kN.m)	Permanente	$M_{móvel\ min.}$	$M_{móvel\ máx.}$	$M_{mín.\ total}$	$M_{máx.\ total}$
A					
B					
C					
D					
E					
F					
G					
H					

Exercício TE2-3.3

- Complete a tabela da envoltória de esforços cortantes para a viga ao lado:



(kN)	Permanente	Q $_{\text{móvel min.}}$	Q $_{\text{móvel máx.}}$	Q $_{\text{mín. total}}$	Q $_{\text{máx. total}}$
A					
B					
C					
D					
E					
F					
G					
H					

Exercício TE2-3.4

- Traçar as LI's de esforços axiais para as barras CD, DI, CI e IJ;

  OBS: o caminho de carga é ABCDEFG;

