Teoria das Estruturas II - Aula 06



Estruturas Hiperestáticas:
Método dos Deslocamentos (1)

- Conceitos Básicos;
- Descrição do Método;

Prof. Juliano J. Scremin

Universidade POSITIVO

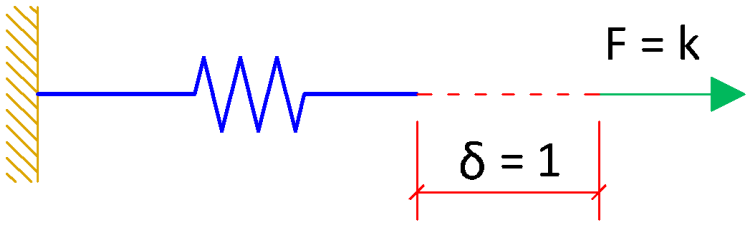
Universidade POSITIVO

Aula 06 - Seção 1: Conceitos Básicos

Analogia de Mola (Relembrando)

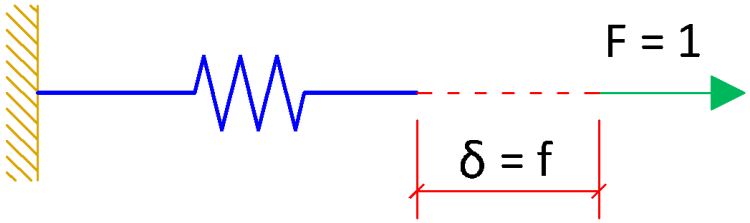
- **k - coeficiente de rigidez:**
  força (ou momento fletor) resultante de um deslocamento unitário relativo de translação (ou rotação) .

- **f - coeficiente de flexibilidade:**
  deslocamento relativo de translação (ou rotação) causado por uma força (ou momento fletor) unitária(o).



$$F = k \cdot \delta$$

Desloc. relativos como incógnitas



$$\delta = f \cdot F$$

Forças (mom.) como incógnitas

Método das Forças x Método dos Deslocamentos

- **Método das Forças:**

Condição de Compatibilidade

$$[\boldsymbol{f}]\{\boldsymbol{H}\} + \{\boldsymbol{\delta_0}\} = \{\mathbf{0}\}$$

$[f]$ - matriz de flexibilidade

Coef. de Flexibilidade → $\left[\frac{deslocamento}{esforço\ unitário}\right]$

$\{H\}$ - esforços redundantes
< incógnitas >

$\{\delta_0\}$ - deslocamentos no Sistema Principal (Caso 0)

- **Método dos Deslocamentos:**

Condição de Equilíbrio

$$[\boldsymbol{K}]\{\boldsymbol{D}\} + \{\boldsymbol{F}\} = \{\mathbf{0}\}$$

$[K]$ - matriz de rigidez

Coef. de Rigidez → $\left[\frac{esforço}{deslocamento\ unitário}\right]$

$\{D\}$ - deslocamentos nodais
< incógnitas >

$\{F\}$ - carregamentos nodais no Sistema Hipergeométrico (Caso 0)

Terminologia

- **Nó** - todo e qualquer vínculo (interno ou externo) de uma estrutura reticulada (em barras);

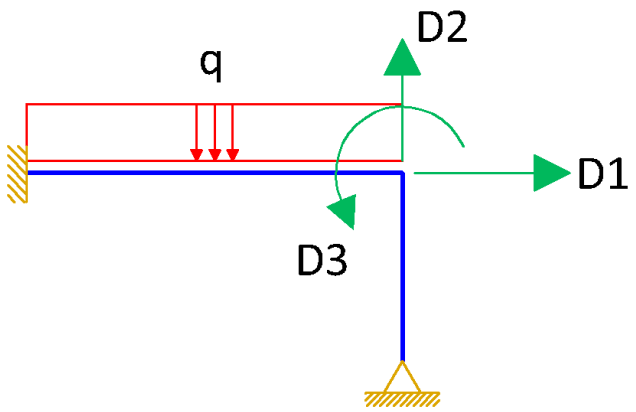
- **Deslocabilidade** – deslocamento nodal ao qual esteja associado um esforço interno;

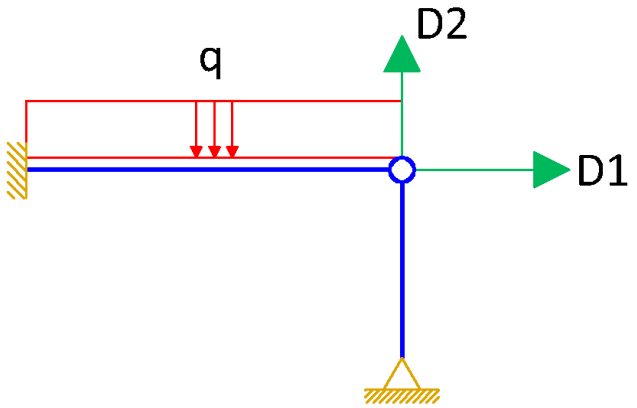
- **Grau de Hiperestaticidade** – número de vínculos (internos ou externos) excedentes ao número de equações de equilíbrio da estática;

- **Grau de Hipergeometria** – número de deslocabilidades da estrutura;

Hiperestaticidade x Hipergeometria (1)

- Exemplos de determinação do Grau de Hipergeometria;



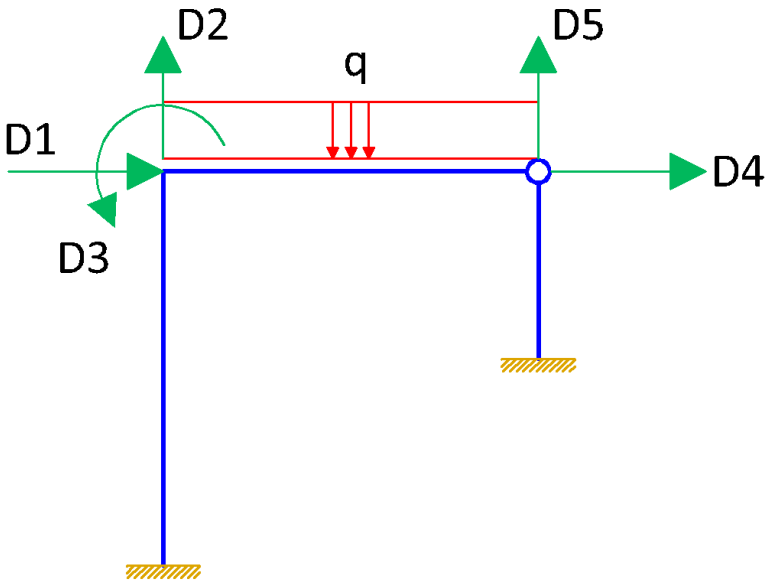


- Grau de Hiperestaticidade = 2
- Grau de Hipergeometria= 3

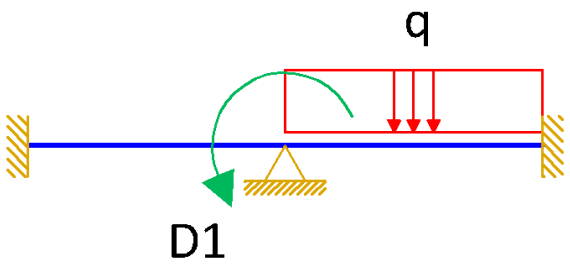
- Grau de Hiperestaticidade = 1
- Grau de Hipergeometria= 2

Hiperestaticidade x Hipergeometria (2)

- Exemplos de determinação do Grau de Hipergeometria;



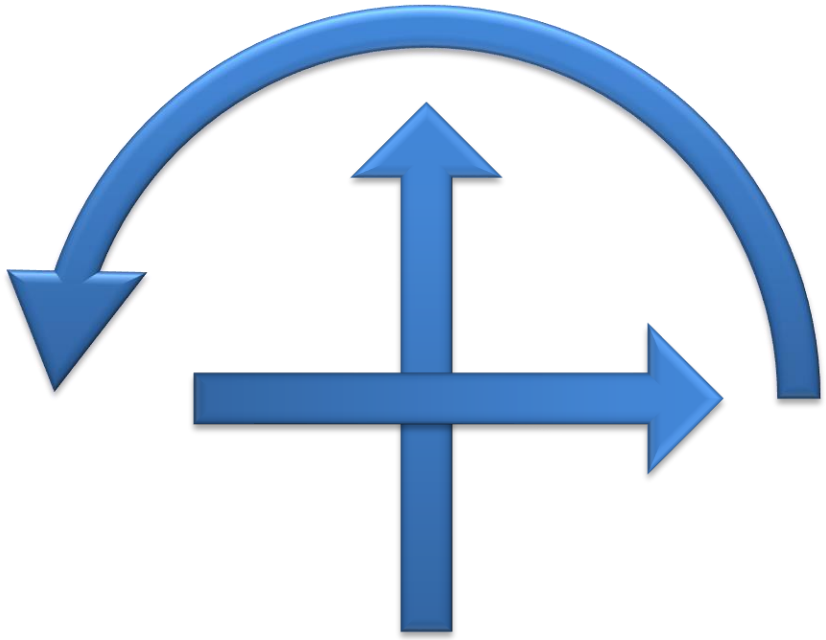
- Grau de Hiperestaticidade = 2
- Grau de Hipergeometria= 5



- Grau de Hiperestaticidade = 5
- Grau de Hipergeometria= 1

Convenção de Green

- No processo de montagem da matriz de rigidez e do vetor de cargas nodais do Método dos Deslocamentos, adota-se como sentidos positivos de deslocamentos (em translação e rotação) a chamada Convenção de Green que é definida abaixo:



Aula 06 - Seção 2:
Descrição do Método

Passos do Método dos Deslocamentos

1. Determinação do **Sistema Hipergeométrico (Caso 0)**;

2. Determinação do **Vetor de Cargas Nodais** $\{F\}$;

3. Determinação dos Coeficientes de Rigidez e consequente composição da **Matriz de Rigidez da Estrutura** $[K]$;

4. Solução do sistema linear $[K]\{D\} = \{-F\}$ para **obtenção dos Deslocamentos Nodais** $\{D\}$;

5. Aplicação do método da sobreposição dos efeitos para **obtenção dos efeitos finais (reações de apoio e esforços internos M, N, v e etc)**;

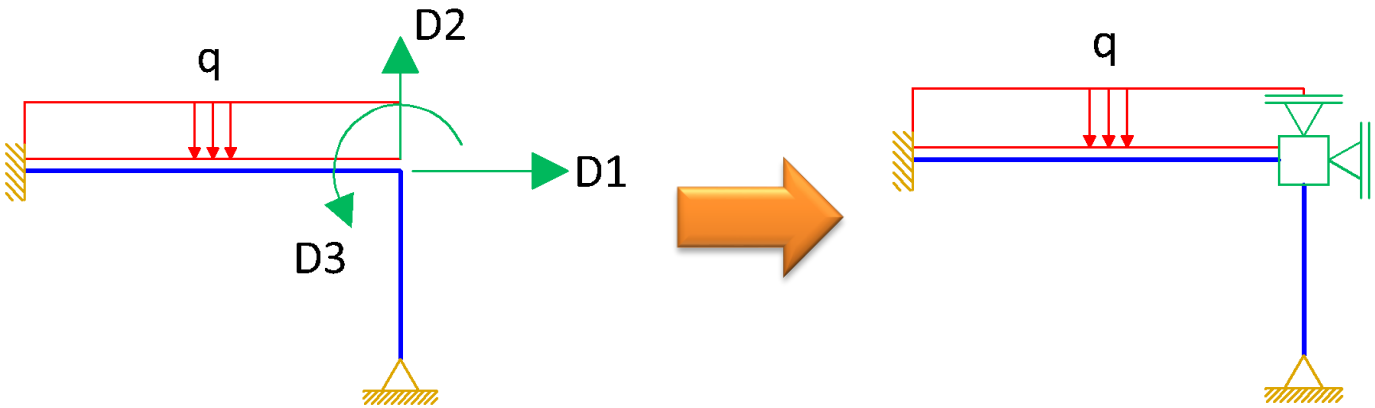
Sistema Hipergeométrico (1)

- No **Método das Forças** o primeiro passo era a “escolha” do chamado **“Sistema Principal” (Caso 0 de carregamento)** onde de fato era necessário arbitrar quais seriam os vínculos excedentes ao número de equações de equilíbrio da estática para então retirá-los e assim **compor uma geometria isostática**;

- No **Método dos Deslocamento** o primeiro passo não recai em uma “escolha”, mas sim, na mera constatação de quais são as deslocabilidades da estrutura para que então**, por meio da restrição destas deslocabilidades** seja composto um **Sistema Hipergeométrico (Caso 0)**;

Sistema Hipergeométrico (2)

- Exemplos de Sistemas Hipergeométricos:



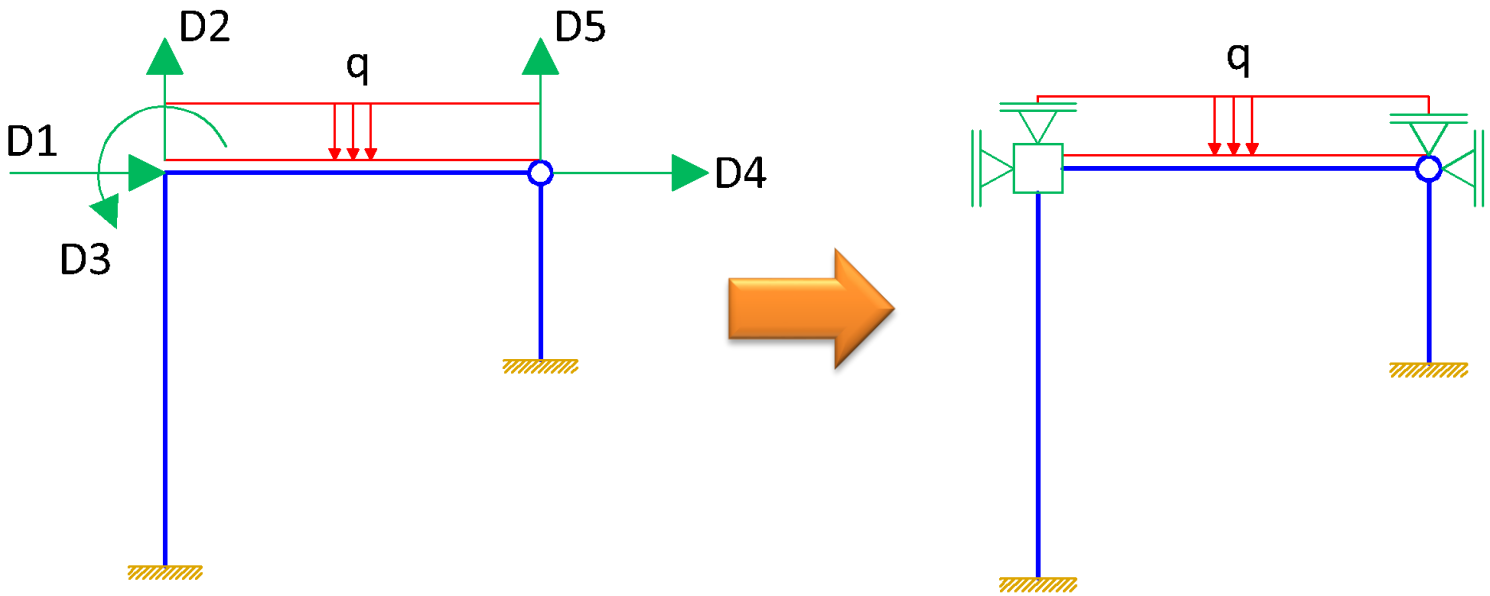
ou - restrição à deslocamento de translação vertical

ou - restrição à deslocamento de translação horizontal

- restrição à deslocamento de rotação

Sistema Hipergeométrico (3)

- Exemplos de Sistemas Hipergeométricos:



ou - restrição à deslocamento de translação vertical

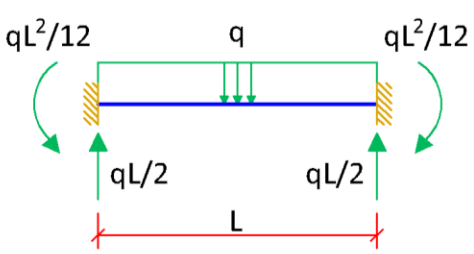
ou - restrição à deslocamento de translação horizontal

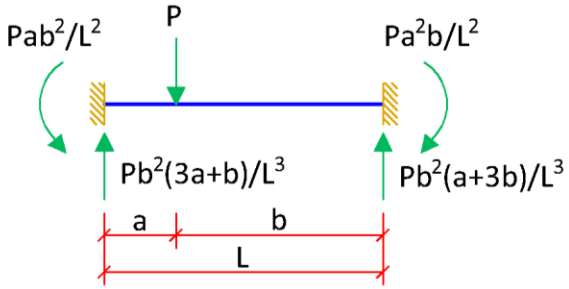
- restrição à deslocamento de rotação

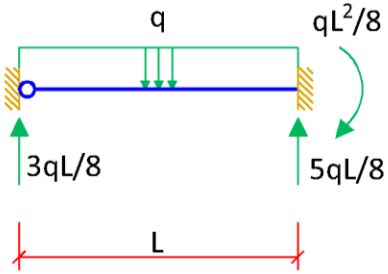
Vetor de Cargas Nodais {F} (1)

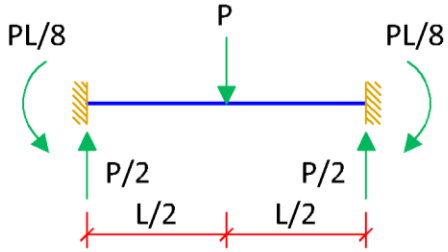
- Como visto, o **Caso 0 do Método dos Deslocamentos** é uma estrutura com todas as suas deslocabildiades restringidas onde é aplicado o carregamento original.
- O método baseia-se nos “efeitos nodais”, buscando o equilíbrio entre forças e deslocamentos nos nós da estrutura.
- Assim sendo, todos os carregamentos que sejam aplicados nas barras componentes devem ser “resumidos” às suas respectivas reações nodais de modo a compor o chamado **Vetor de Cargas Nodais**.
- Estes resultados de reações nodais são tabelados para diferentes cargas em barras com diferentes vinculações em seus extremos.

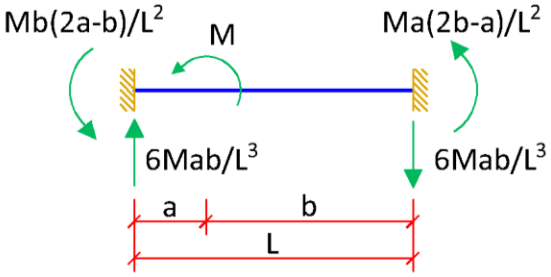
Vetor de Cargas Nodais {F} (2)

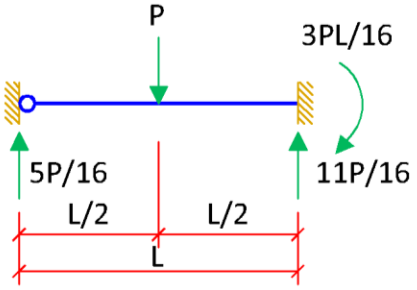


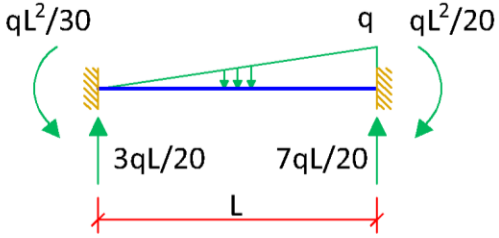


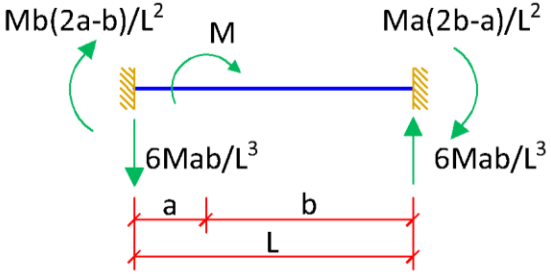


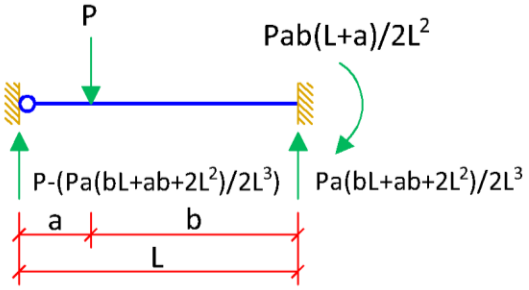








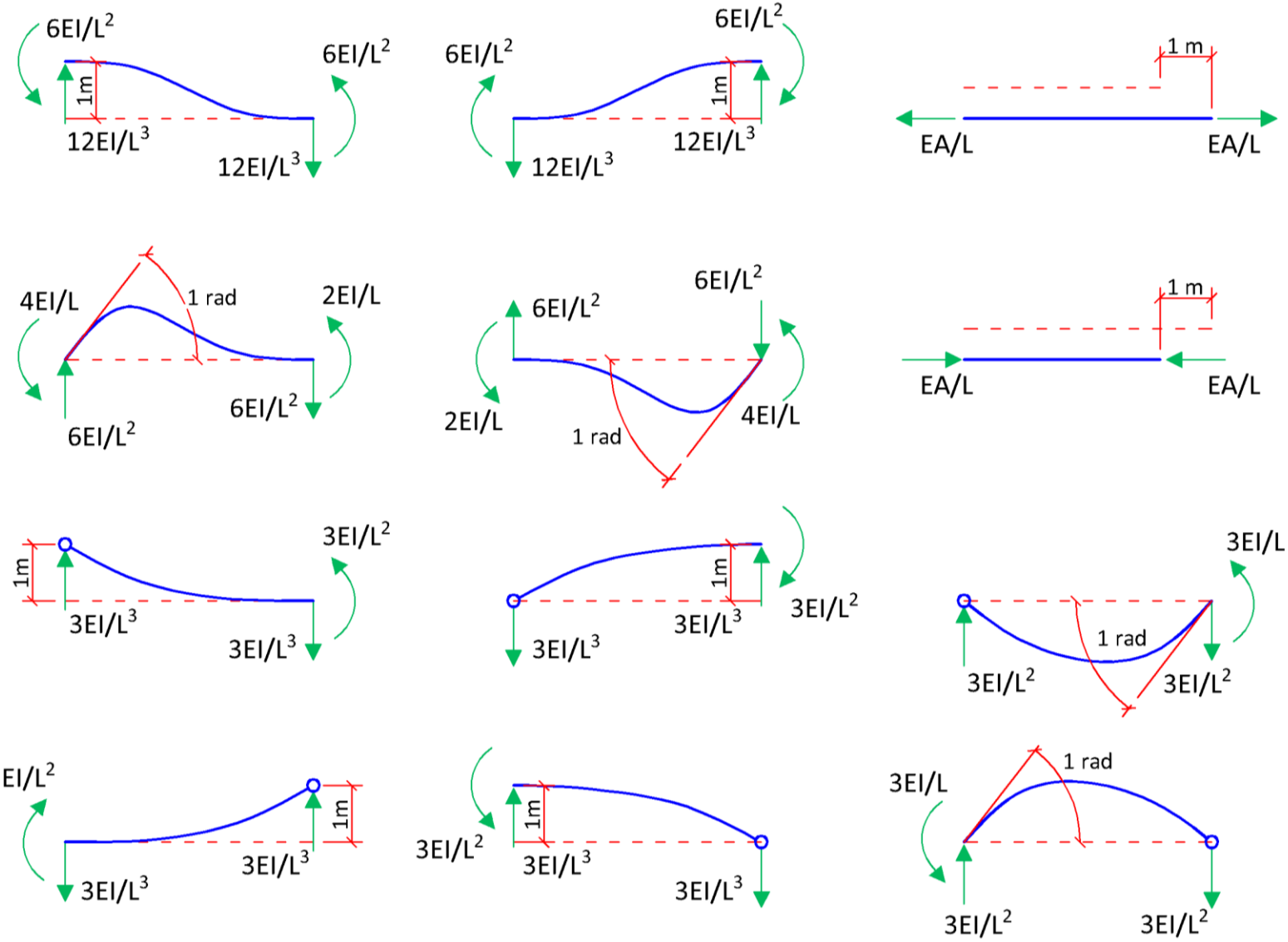




Coeficientes de Rigidez “K” (1)

- Os **Coeficientes de Rigidez** são obtidos para cada barra isolada e em função das vinculações existentes nos extremos (engaste-engaste; engaste-rótula);
- Para obtê-los aplica-se o Método das Forças porém considerando-se um carregamento nulo na barra e a aplicação de deslocamentos unitários relativos a cada deslocabilidade;
- Logo, para cada tipo de vinculação de barra e consequentemente para cada “deslocabilidade” nos extremos das barras é possível calcular uma **relação força / deslocamento unitário** → coef. de rigidez.

Coeficientes de Rigidez “K” (2)



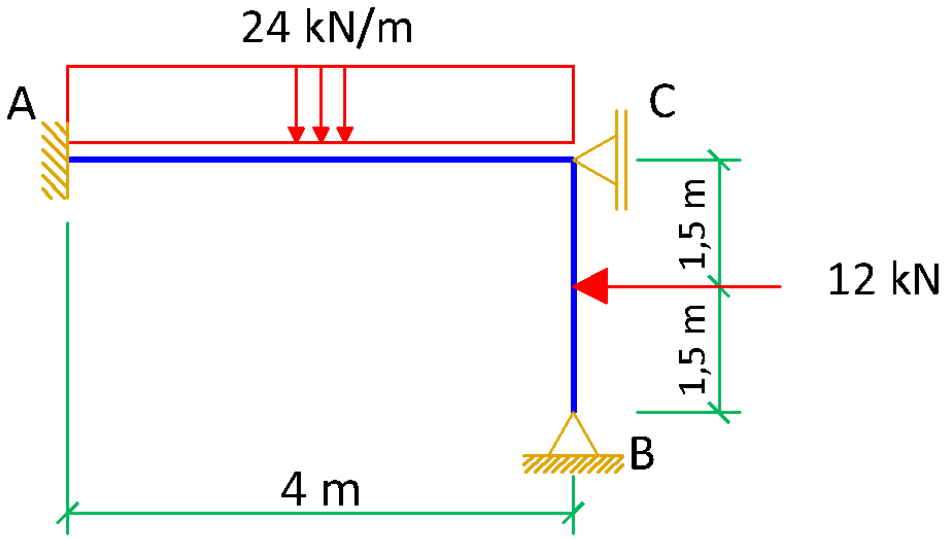
FIM

Exercício TE2-6.1

- Determinar os esforços nodais para a estrutura hiperestática abaixo.

  Dados:

  E = 20000 MPa
  b = 15 cm
  h = 40 cm

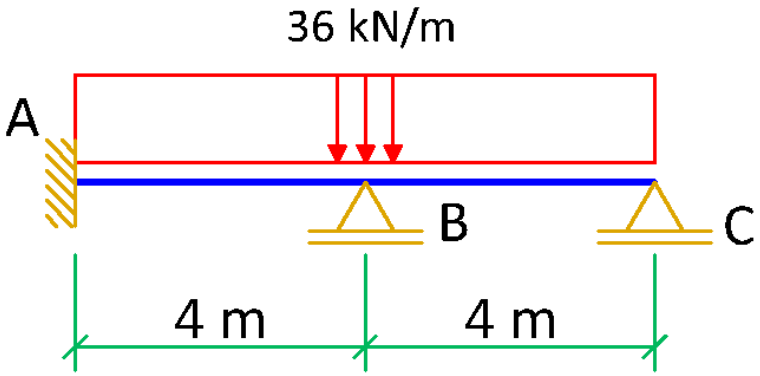


Exercício TE2-6.2

- Determinar os esforços nodais para a estrutura hiperestática abaixo.

  Dados:

  E = 25000 MPa
  b = 15 cm
  h = 40 cm



Exercício TE2-6.3

- Calcular a rotação, o deslocamento horizontal e o deslocamento vertical do ponto C do modelo estrutural abaixo via Método dos Deslocamentos.

Dados:

E = 25000 MPa
b = 15 cm
h = 40 cm

