Teoria das Estruturas II - Aula 07



Estruturas Hiperestáticas:
Método dos Deslocamentos (2)

- Exemplo de Estrutura com 3 Graus de Hipergeometria;
- Simplificações do Método;

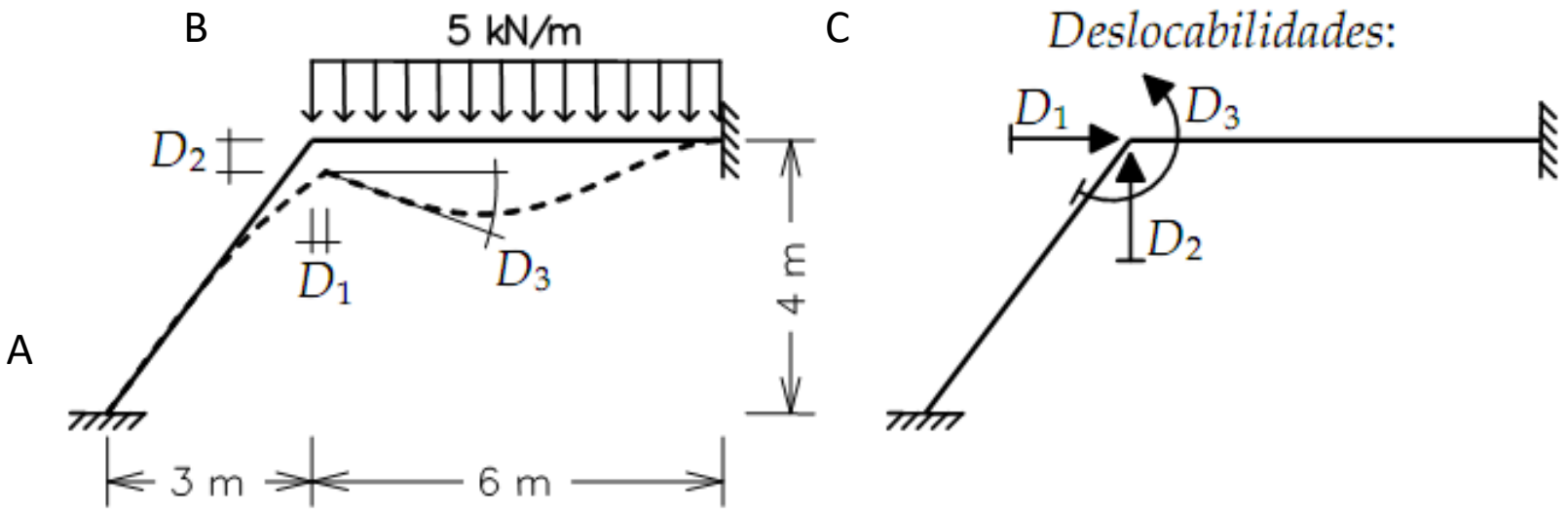
Prof. Juliano J. Scremin

Universidade POSITIVO

Aula 07 - Seção 1:
Exemplo de Estrutura com 3 Graus de Hipergeometria

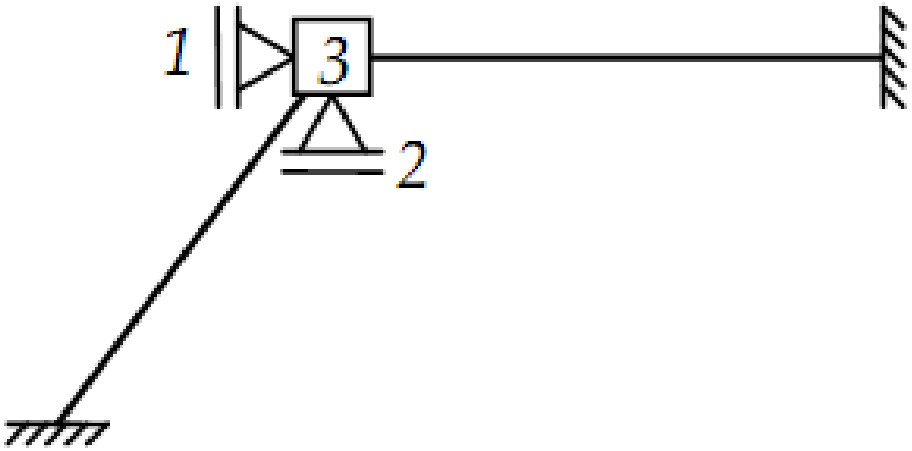
Exemplo com 3 Deslocabilidades

- Na estrutura hiperestática abaixo onde todas as barras têm módulo de elasticidade $E = 1{,}2 \cdot 10^7$ kN/m^2 , área de seção transversal $A = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ m^2 e momento de inércia $I = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ m^4 é aplicado o método dos deslocamentos para determinação dos esforços internos.



Sistema Hipergeométrico

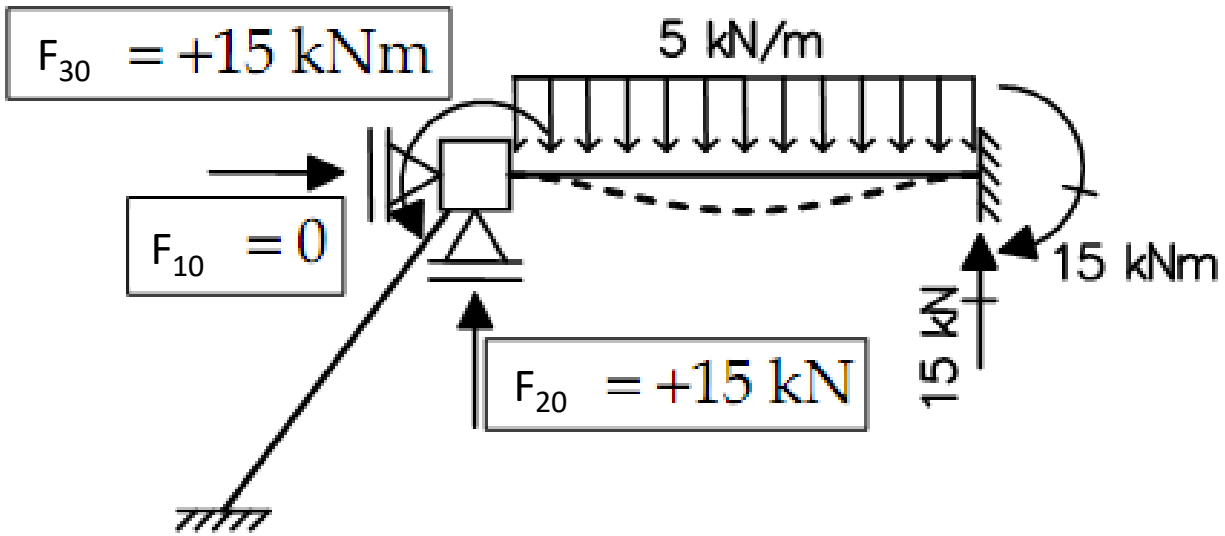
- Deslocabilidades restringidas:



Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

Caso 0 de carregamento:

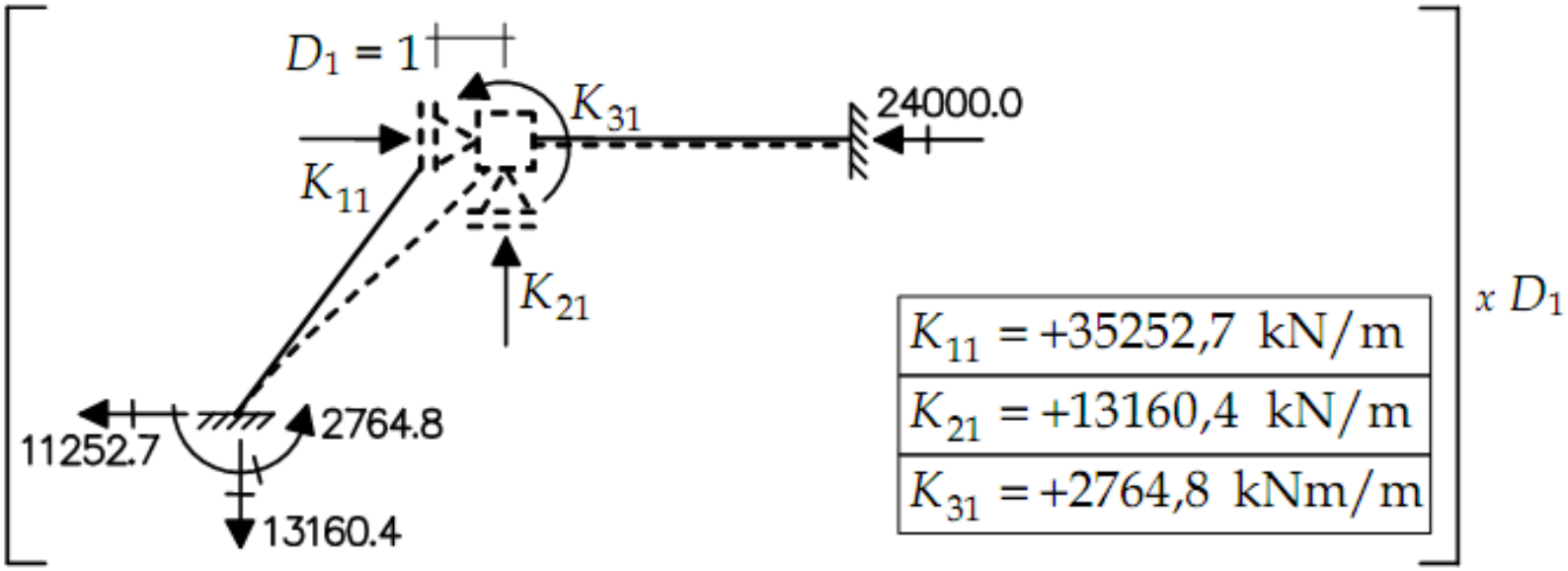
- **Coeficientes do Vetor de Carga {F}** obtidos pela somatória das reações de apoio das barras analisadas individualmente:



Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

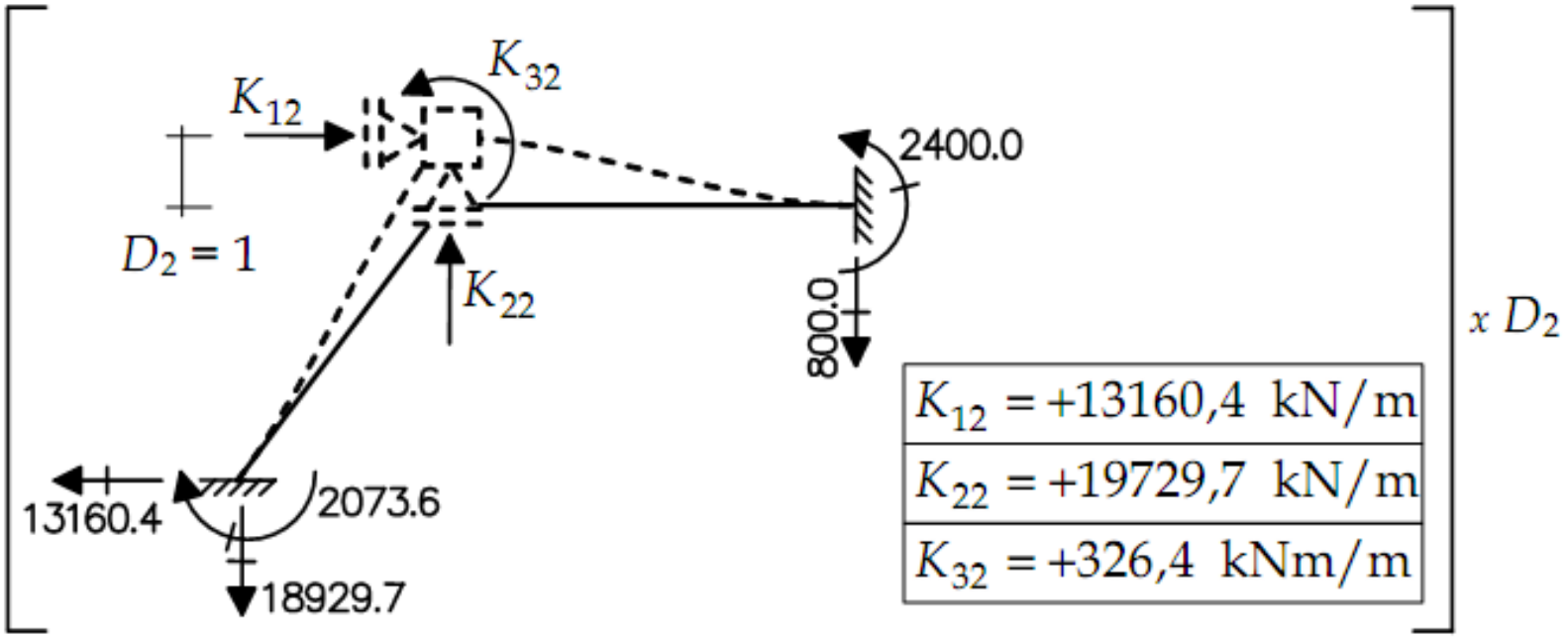
Caso 1 de carregamento:

- **Coeficientes de Rigidez "K_{x1}"** obtidos pela aplicação de um deslocamento unitário relativo a **deslocabilidade "1"**:



Caso 2 de carregamento:

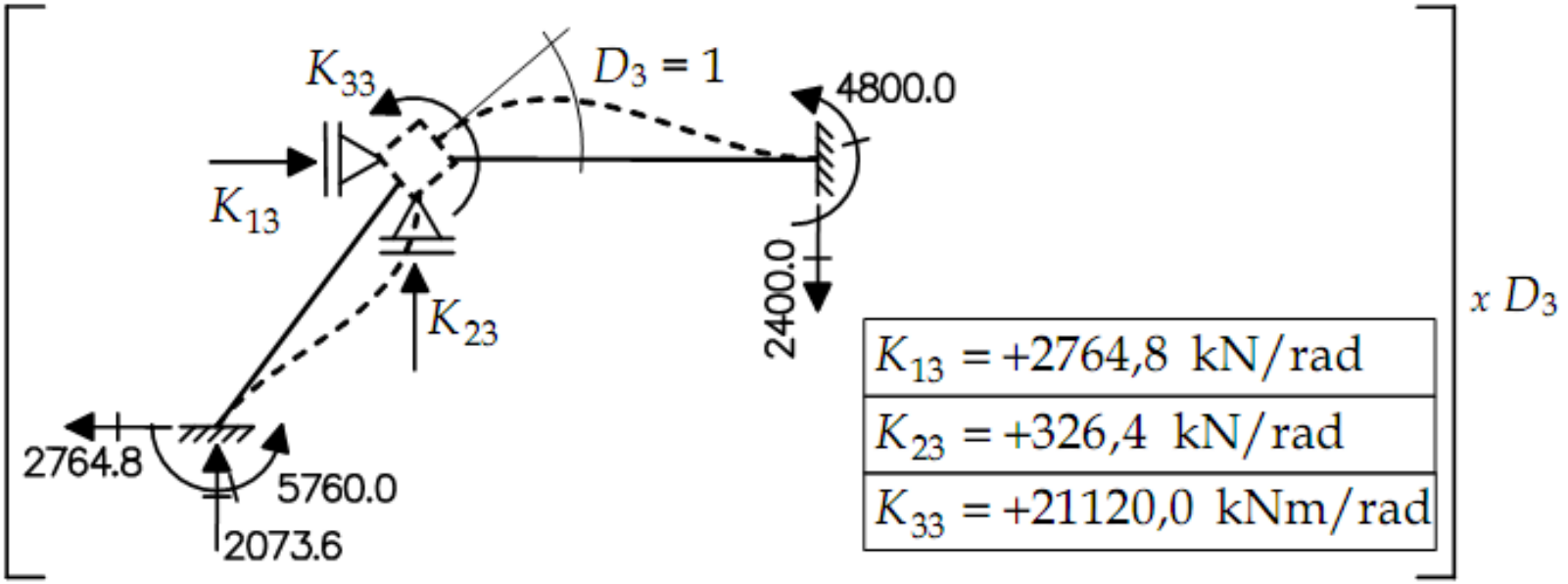
- **Coeficientes de Rigidez "K_{x2}"** obtidos pela aplicação de um deslocamento unitário relativo a **deslocabilidade "2"**:



Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

Caso 3 de carregamento:

- **Coeficientes de Rigidez "K_{x3}"** obtidos pela aplicação de um deslocamento unitário relativo a **deslocabilidade "3"**:



Solução do Sistema Linear (1):

- **Aplicação da Condição de Equilíbrio:**

- Somatório das forças externas horizontais que atuam no nó interior:

F_{10}

$$F_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 + K_{13}D_3 = 0$$

- Somatório das forças externas verticais que atuam no nó interior:

F_{20}

$$F_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 + K_{23}D_3 = 0$$

- Somatório dos momentos externos que atuam no nó interior:

F_{30}

$$F_{30} + K_{31}D_1 + K_{32}D_2 + K_{33}D_3 = 0$$

Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

Solução do Sistema Linear (2):

- **Aplicação da Condição de Equilíbrio:**

$$[K]\{D\} + \{F\} = \{0\} \quad \Rightarrow \quad [K]\{D\} = \{-F\}$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{10} \\ F_{20} \\ F_{30} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F_{10} \\ -F_{20} \\ -F_{30} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 35252{,}7 & 13160{,}4 & 2764{,}8 \\ 13160{,}4 & 19729{,}7 & 326{,}4 \\ 2764{,}8 & 326{,}4 & 21120 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -15 \\ -15 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4{,}5038 \,.\, 10^{-4} m \\ -1{,}0482 \,.\, 10^{-3} m \\ -7{,}5299 \,.\, 10^{-4} rad \end{Bmatrix}$$

Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

Sobreposição dos Efeitos (1):

- Cálculo dos efeitos elásticos (reações de apoio, momentos fletores, esforços cortante, esforços normais e etc.):

$$M = M_0 + M_1 D_1 + M_2 D_2 + M_3 D_3 ,$$

$$N = N_0 + \sum_{j=1}^{j=n} N_j \cdot D_j \; ;$$

$$Q = Q_0 + \sum_{j=1}^{j=n} Q_j \cdot D_j \; ;$$

$$M = M_0 + \sum_{j=1}^{j=n} M_j \cdot D_j \; .$$

Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

Sobreposição dos Efeitos (2):

- Cálculo dos efeitos elásticos (reações de apoio, momentos fletores, esforços cortante, esforços normais e etc.):

$$M_c = M_{c0} + M_{c1}.D_1 + M_{c2}.D_2 + M_{c3}.D_3$$

$$M_c = 15 + 24000.(4{,}5038\,.10^{-4}) + 4800.(-1{,}0482\,.10^{-3}) + 2400.(-7{,}5299\,.10^{-4})$$

$$M_c = 18{,}970\ kNm$$

Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

Universidade POSITIVO

Aula 07 - Seção 2:
Simplificações do Método

Simplificações Possíveis

- Pode-se classificar as simplificações adotadas para diminuir o número de deslocabilidades na solução de uma estrutura reticulada em quatro tipos:

  a. **“Eliminação” de trechos em balanço;**

  b. **Consideração de barras inextensíveis ;**

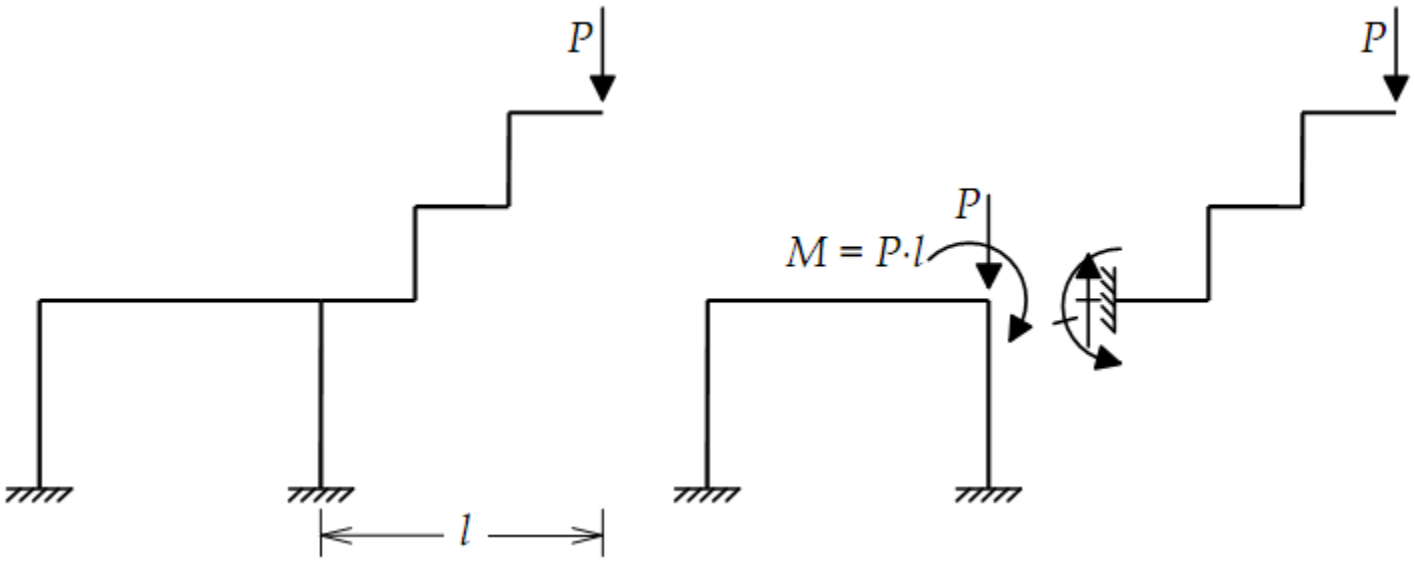
  c. **Eliminação de deslocabilidades do tipo rotação de nós quando todas as barras adjacentes são articuladas no nó;** *(já comentado)*

  d. **Consideração de barras infinitamente rígidas.**

Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

Eliminação de Balanço

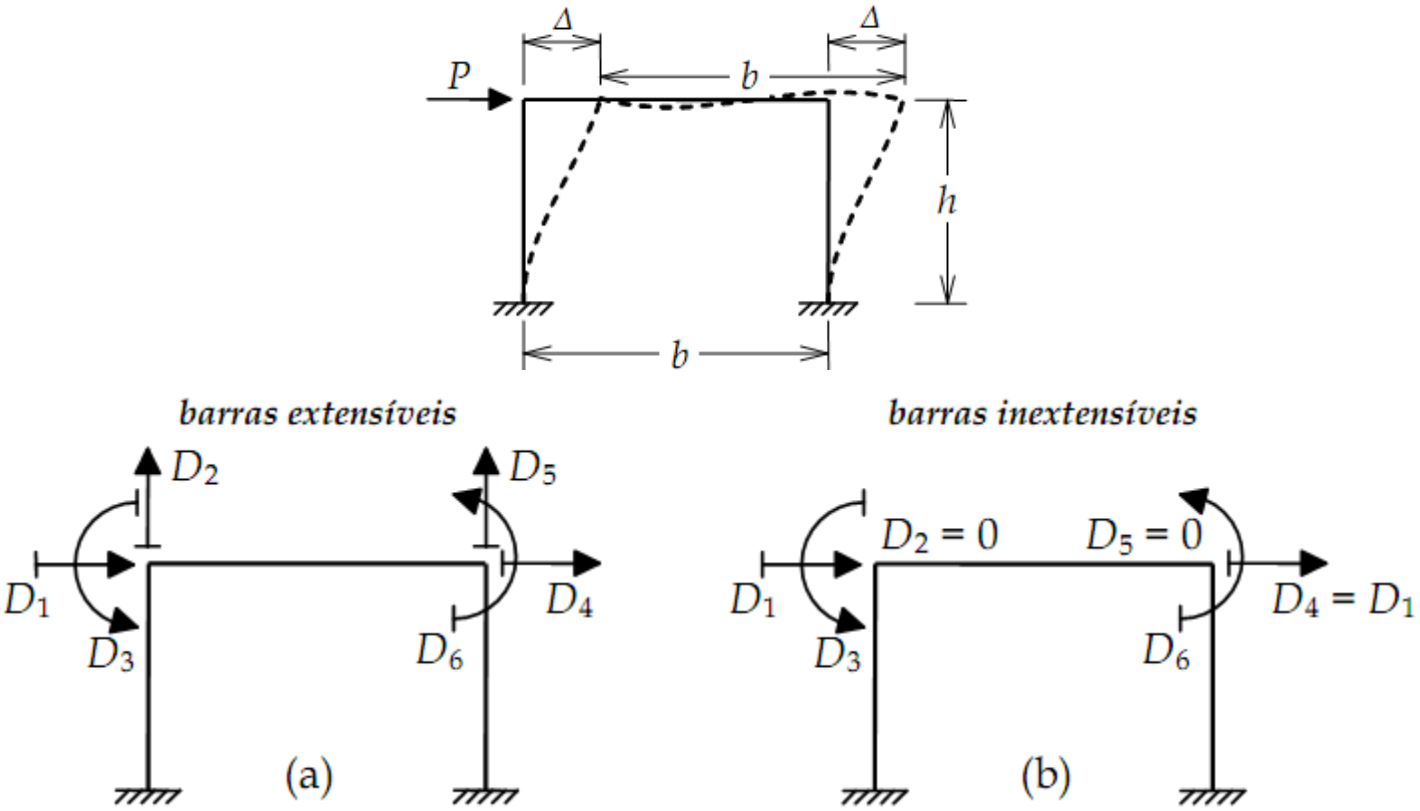
- Transferência dos esforços internos relativos ao balanço como cargas no restante da estrutura;



Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

Consideração de barras inextensíveis

- **Hipótese de barras inextensíveis (com pequenos deslocamentos):** os dois nós extremos de uma barra só podem se deslocar relativamente na direção transversal ao eixo da barra.

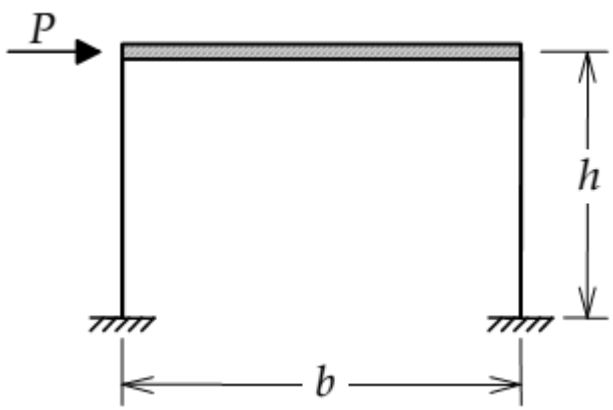


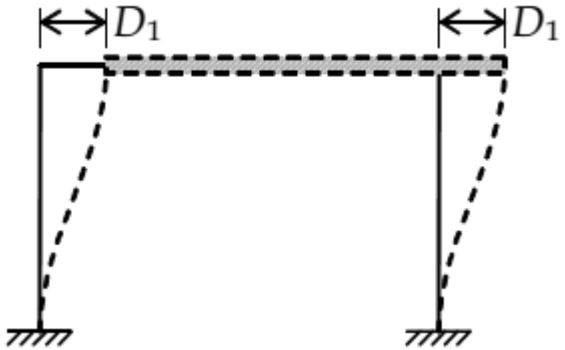
Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

Barras de Rigidez Infinita sem Giro de Corpo Rígido

- **Hipótese de barras com rigidez infinita (com rotação como corpo rígido restringida):**

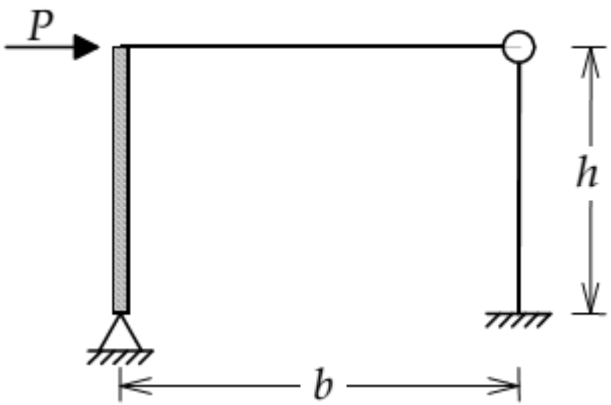
***** Caso os pilares abaixo sejam inextensíveis, e a viga seja infinitamente rígida, o sistema terá somente u1 grau de liberdade

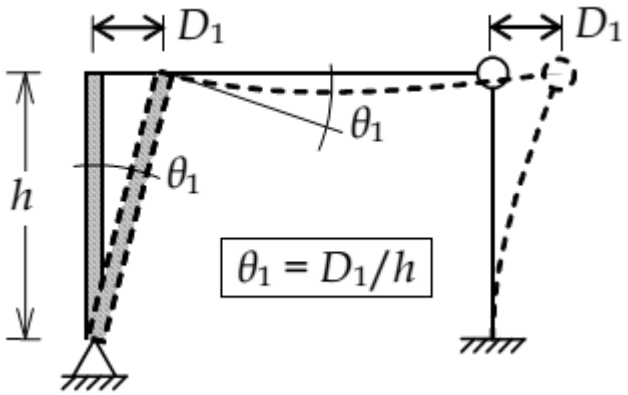




Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

Barras de Rigidez Infinita com Giro de Corpo Rígido





*** A rotação como corpo rígido do pilar da esquerda (θ1) precisa ser considerada no processo de cálculo.**

*** Esta hipótese não será utilizada em nossa disciplina**

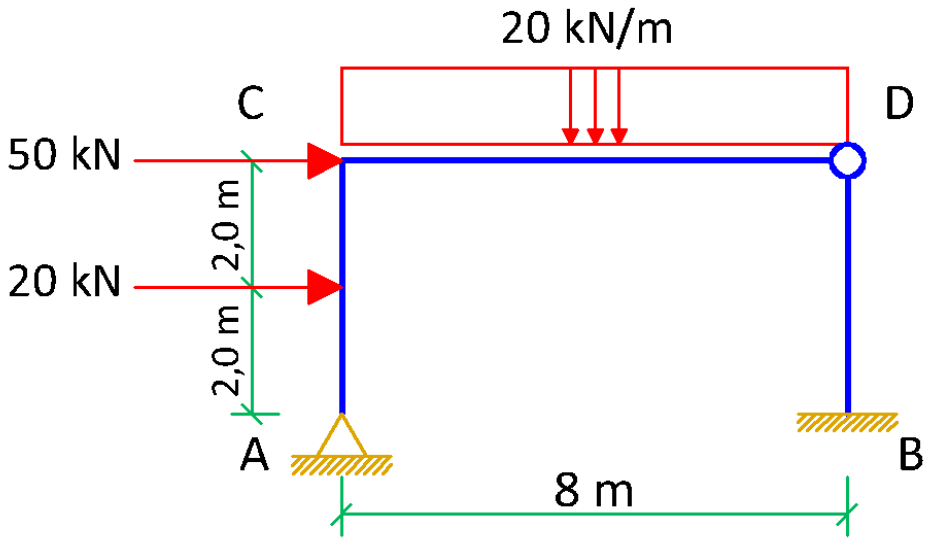
Extraído de : Métodos Básicos de Análise de Estruturas – Luiz Fernando Martha

FIM

Exercício TE2-7.1

- Traçar o diagrama de momentos fletores para a estrutura hiperestática abaixo.

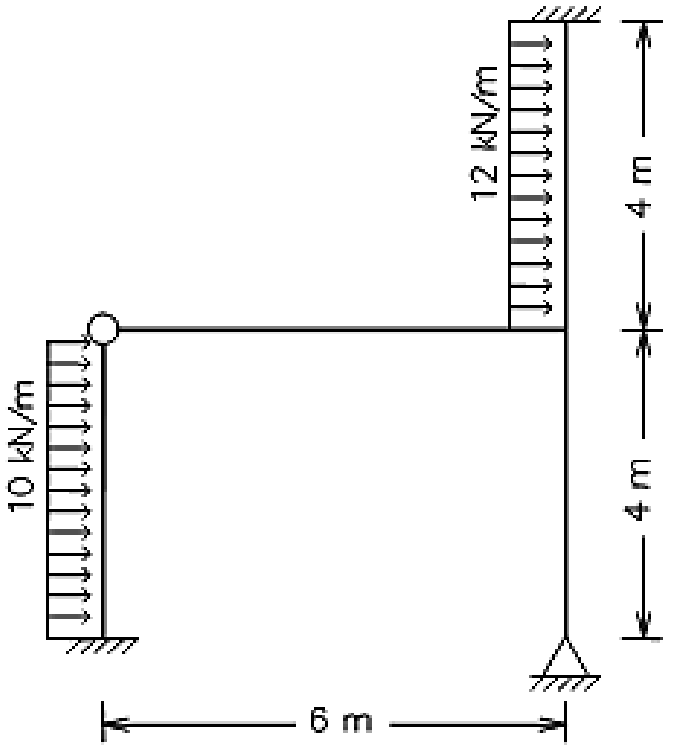
  - Considerar barras inextensíveis;
  E = 20 GPa
  I = 1,538x10^{-2} m^4



Exercício TE2-7.2

- Traçar o diagrama de momentos fletores para a estrutura hiperestática abaixo.

  - Considerar barras inextensíveis;
  - Todas as barras possuem EI



Exercício TE2-7.3

- Traçar o diagrama de momentos fletores para a estrutura hiperestática abaixo.

  - Considerar barras inextensíveis com EI igual para todas exceto a barra FG que é infinitamente rígida;

