UNIVERSIDADE POSITIVO - NOITE

ANDRÉ DI ANGELO TREVIZAN
EDUARDO ALVES DA SILVA

PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA VERIFICAÇÃO DE TRELIÇAS PLANAS EM MADEIRA

Curitiba - PR
2014

UNIVERSIDADE POSITIVO - NOITE

ANDRÉ DI ANGELO TREVIZAN
EDUARDO ALVES DA SILVA

PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA VERIFICAÇÃO DE TRELIÇAS PLANAS EM MADEIRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil, Núcleo de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Positivo, como requisito parcial para obtenção de grau de Engenheiro Civil e orientado pelo professor Juliano J. Scremin.

Curitiba - PR
2014

RESUMO

Este trabalho buscou desenvolver um programa computacional para a análise estrutural de treliças de madeira. A análise contempla a determinação dos esforços axiais e a verificação da estabilidade das barras em relação às solicitações calculadas. O cálculo das solicitações nas barras da treliça foi fundamentado no método da rigidez; a NBR 7190:1997 foi usada para verificação da estabilidade de cada membro da estrutura. O software foi desenvolvido com a plataforma Microsoft Visual Studio e com a linguagem de programação Visual Basic. Os resultados obtidos pelo programa desenvolvido foram confrontados com os resultados oriundos de resoluções manuais, auxiliadas pelo FTOOL, para a validação do programa. A comparação demonstrou a precisão dos resultados obtidos pelo software e comprovou a eficácia do mesmo. O trabalho também reúne conceitos referentes à análise estrutural de treliças planas, enfatizando o método da rigidez; além de procedimentos para o cálculo de estruturas de madeira, em conformidade com a NBR 7190:1997.

Palavras-chave: Programa computacional. Software. Treliça. Madeira. Método da rigidez. Visual Basic

ABSTRACT

This article aimed to develop a computational program for the structural analysis of wood trusses. The analysis contemplates the determination of the axial forces and the verification of the bars stability concerning the calculated solicitations. The calculation of the solicitations on the truss bars was founded on the rigidity method; the NBR 7190:1997 was used to verify the stability of each piece of the structure. The software was developed with Microsoft Visual Studio, with its programming language by Visual Basic. The obtained results in the program were confronted with the results of manual resolutions, helped by FTOOL, to validate the program. The comparison showed precision of the results obtained in the software, proving its efficiency. This work also compiled concepts concerning the structural analysis of plan trusses, emphasizing the rigidity method, as well as procedures of calculation of wood trusses, regarding the NBR 7190:1997.

Key-words: Computational program. Software. Truss. Wood. Rigidity method. Visual Basic

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

A: área da seção transversal

$A_{útil}$: área da seção transversal da peça, desconsiderando eventuais furos e/ou entalhes

D: deslocamento

E: módulo de elasticidade da barra

E_{c0}: módulo de elasticidade na compressão na direção paralela às fibras

E_{c90}: módulo de elasticidade na compressão na direção perpendicular às fibras

E_{cef}: módulo de elasticidade efetivo da madeira;

E_M : módulo de elasticidade na flexão

E_{w0} : módulo de elasticidade na direção paralela às fibras

E_{w90} : módulo de elasticidade na direção perpendicular às fibras

E_{12}: módulo de elasticidade da madeira para o teor de umidade de 12%

$E_{U\%}$: módulo de elasticidade da madeira para o teor de umidade de U%

F: Força

F_E: carga crítica de Euler

I: momento de inércia

K_{mod} : coeficiente de modificação

L : comprimento efetivo da peça

L_0 : comprimento teórico de referência da peça

M_d: momento fletor máximo de projeto

M_{1d}: momento devido às cargas permanentes e variáveis aplicadas na peça.

M_{igd}: momento devido as ações permanentes

N : força normal

N_d: valor de cálculo do esforço de tração

N_{gk}: esforço normal característico, oriundo do carregamento permanente

N_{qk}: esforço normal característico, oriundo do carregamento variável

P_i: peso inicial da madeira

P_s: peso da madeira seca

U(%): grau de umidade da madeira

X_d : valor de cálculo

X_k : valor característico

$X_{m,12}$: valor médio à umidade de 12%

$X_{k,12}$: valor característico à umidade de 12%

LETRAS ROMANAS MINUSCULAS

b : largura da seção transversal da peça

e_a : excentricidade acidental

e_c: excentricidade devido a fluência da madeira

e_i: excentricidade inicial

e_{ig}: excentricidade inicial oriunda do momento M_{igd}

f : resistência de um material

f_{12}: resistência da madeira para o teor de umidade de 12%

$fu_{\%}$: resistência da madeira para o teor de umidade de U%

f_d : valor de calculo da resistência

f_k : valor característico da resistência

f_m : valor médio da resistência

f_{c0} : resistência à compressão paralela às fibras

f_{c90} : resistência à compressão normal às fibras

f_{e0} : resistência de embutimento paralelo às fibras

f_{e90} : resistência de embutimento normal às fibras

f_{t0} : resistência à tração paralela às fibras

f_{tm} : resistência à tração na flexão

f_{v0} : resistência ao cisalhamento na presença de tensões tangenciais paralelas às fibras

h: altura da seção transversal da peça

i : raio de giração da seção transversal

$i_{mín}$: raio de giração mínimo da seção transversal

LETRAS GREGAS

α: ângulo

β: coeficiente

γ_W: coeficiente de minoração da resistência da madeira

$\rho_{bas,m}$: massa específica básica da madeira

ρ_{ap}: massa específica aparente da madeira

σ: tensão normal

$\boldsymbol{\sigma}_{t0d}$: valor de cálculo da tensão atuante de tração na direção paralela às fibras

$\boldsymbol{\sigma}_{c0,d}$: valor de cálculo da tensão atuante de compressão na direção paralela às fibras

$\boldsymbol{\sigma}_{Nd}$: tensão de compressão normal à seção transversal devido ao esforço de compressão N_d

σ_{Md} : tensão normal à seção transversal devido ao momento fletor M_d

λ : índice de esbeltez

σ_{Md} : tensão normal à seção transversal devido ao momento fletor

φ : o coeficiente de fluência da madeira

σ_N : tensão normal à seção transversal devido à força normal

ψ: coeficiente

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 9

1.1 JUSTIFICATIVA 10

1.2 OBJETIVOS GERAIS 10

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 10

2 REVISÃO DA LITERATURA 11

2.1 PROPRIEDADES DA MADEIRA 11

2.1.1 Classificação das madeiras 11

2.1.2 Propriedades físicas da madeira 11

2.1.2.1 Anisotropia 11

2.1.2.2 Grau de umidade 12

2.1.2.3 Resistência ao fogo 12

2.1.3 Propriedades de Resistência e de Rigidez da Madeira 13

2.1.3.1 Propriedades a serem consideradas no projeto estrutural 13

2.1.4 Caracterização das propriedades das madeiras 15

2.1.4.1 Resistência 15

2.1.4.2 Rigidez 16

2.1.5 Valores representativos 16

2.1.5.1 Valores médios 16

2.1.5.2 Valores característicos 16

2.1.5.3 Valores de cálculo 17

2.1.5.4 Coeficientes de modificação 17

2.1.5.5 Coeficientes de minoração 17

2.1.6 Classes de Resistência 18

2.2 DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE MADEIRA 19

2.2.1 Limites dimensionais 19

2.2.2 Peças tracionadas axialmente 19

2.2.3 Peças solicitadas axialmente por compressão simples 20

2.2.3.1 Índice de esbeltez das peças de madeira 20

2.2.3.2 Verificação de peças curtas ($\lambda \leq 40$) 21

2.2.3.3 Verificação de peças medianamente esbeltas ($40 < \lambda \leq 80$) 21

2.2.3.4 Verificação de peças esbeltas ($80 < \lambda \leq 140$) 22

2.2.4 Ligações em estruturas de madeira 23

2.3 SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES 24

2.3.1.1 Solução de um sistema de equações lineares 24

2.3.1.2 Notação matricial e operações elementares 25

2.4 ANÁLISE ESTRUTURAL DE TRELIÇAS 25

2.4.1 Definição e classificações de treliças. 26

2.4.2 Métodos de Resolução *28*
2.4.2.1 Método dos nós 28
2.4.2.2 Método das seções 29
2.4.2.3 Método de cremona 29
2.4.2.4 Método das Forças 29
2.4.2.5 Método da rigidez com implementação computacional 31
2.5 SOFTWARES EXISTENTES 41
2.5.1 VisualTaco *41*
2.5.2 Estrutura_de_Madeira *42*
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS 43
3.1 PROCESSAMENTO DO SOFTWARE 44
3.1.1 Entrada de dados *44*
3.1.2 Armazenamento dos dados *46*
3.1.3 Coeficientes de fluência e de modificação *47*
3.1.4 Propriedades geométricas *48*
3.1.5 Propriedades da madeira *48*
3.1.6 Deslocabilidades da treliça *49*
3.1.7 Matriz de rigidez *49*
3.1.8 Determinação dos deslocamentos *49*
3.1.9 Reações de apoio *50*
3.1.10 Esforço solicitante nos extremos da barra *50*
3.1.11 Tensão solicitante da barra *51*
3.1.12 Verificação da estabilidade da barra *51*
3.1.12.1 Tração 51
3.1.12.2 Compressão 52
3.2 VALIDAÇÃO 53
4 ANÁLISE DE RESULTADOS 59
5 CONCLUSÃO 66
6 REFERÊNCIAS 68
APÊNDICE A (VALIDAÇÃO DO SOFTWARE) 70
APÊNDICE B (MANUAL DO USUÁRIO) 81

1 Introdução

Segundo ARAUJO (2013), a madeira é um recurso insubstituível na construção civil, pois apresenta um papel decisivo em todos os aspectos da vida desde os primórdios da civilização com a construção de casas, silos, estradas, pontes e etc. Civilizações fizeram da madeira uma referência na sua história, tomando como exemplo a arquitetura japonesa na construção dos seus tradicionais templos.

ARAUJO (2013) afirma que, no Brasil, as primeiras construções de madeira referem-se às malocas indígenas, porém, a construção evoluiu rapidamente para o uso predominante de concreto e aço, criando-se um preconceito com casas de madeira, remetendo-as a moradias de baixo padrão.

Esse preconceito adquirido quanto à utilização de madeira deve ser modificado, pois a madeira é utilizada, atualmente, por muitos arquitetos e engenheiros como um diferencial de beleza e sofisticação. Além disso, a madeira é um produto que pode ser utilizado de maneira sustentável, desde que utilizado de modo racional. (ARAUJO, 2013).

Visando ampliar e incentivar a utilização da madeira, o presente trabalho enfocará o emprego desta para compor sistemas estruturais treliçados a serem calculados computacionalmente, contemplando algumas das diversas vantagens que este material possui.

A NBR 7190:1997 é a norma que especifica, hoje, os parâmetros para desenvolvimento de projetos de estruturas de madeira no Brasil. O trabalho se desenvolverá com base nesta norma, compondo um software capaz de determinar as solicitações axiais em cada elemento estrutural de uma treliça fornecida pelo usuário, e na sequência, verificar a resistência destes elementos quanto à tração e compressão, visando atender as exigências normativas de dimensionamento.

O software determinará os esforços internos do sistema estrutural reticulado e verificará a resistência das peças inicialmente arbitradas quando solicitadas a tais esforços. O programa não entrará na questão de verificação da resistência das ligações em peças de madeira e nem fará a combinação de carregamentos, devendo estes, o usuário informar em valor de projeto.

Como resultado final, propõe-se fornecer, anexo ao trabalho, uma mídia digital contendo o código desenvolvido, o software compilado e pronto para

utilização, além dos arquivos gerados para a produção do programa e um arquivo de dados para análise de um exemplo.

1.1 Justificativa

Após a análise dos principais softwares livres disponíveis para o dimensionamento de estruturas de madeira, no Brasil, pode-se destacar o VisualTaco, desenvolvido na Universidade de Passo Fundo, e o Estrutura_de_Madeira, desenvolvido na Universidade Comunitária da Região de Chapecó. O VisualTaco efetua o dimensionamento da estrutura de madeira, sendo necessário o usuário do software fornecer os esforços solicitantes na estrutura. Já o Estrutura_de_Madeira faz a análise estrutural, determinando as solicitações na estrutura, e o dimensionamento da estrutura em madeira, porém não englobando estruturas treliçadas. Sendo assim, tendo em vista tornar mais prático o processo de análise estrutural e verificação de treliças de madeira, propõe-se a criação de um software capaz de alcançar tais objetivos.

1.2 Objetivos Gerais

Desenvolvimento de um código computacional para cálculo de esforços internos e conseguinte verificação de elementos componentes de treliças em madeira.

1.3 Objetivos Específicos

- Criar um software capaz de analisar estruturalmente uma treliça plana.
- Criar um software capaz verificar a resistência de peças de treliças de madeira.

2 Revisão da Literatura

Para este trabalho foram reunidas algumas bibliografias que apoiarão a fundamentação e o desenvolvimento do projeto. Serão apresentados conceitos que englobam a temática de resistência dos materiais, análise estrutural, álgebra linear e dimensionamento de estruturas em madeira.

2.1 Propriedades da Madeira

Segundo CALIL JUNIOR et al. (2003), existem alguns conhecidos preconceitos inerentes à madeira, proporcionados pela divulgação insuficiente das informações tecnológicas já disponíveis acerca de seu comportamento sob as diferentes condições de serviços, bem como a falta de projetos específicos. Porém, o emprego da madeira na construção de estruturas, e em outras aplicações, vem crescendo constantemente no Brasil.

2.1.1 Classificação das madeiras

PFEIL (2003) classifica as madeiras utilizadas na construção em duas categorias distintas, a saber:

> ***madeiras duras*** *- provenientes de árvores frondosas (**dicotiledôneas**, da classe Angiosperma, com folhas achatadas e largas), de crescimento lento, como peroba, ipê, aroeira, carvalho etc.; as madeiras duras de melhor qualidade são também chamadas de madeira de lei;*
> ***madeiras macias –*** *provenientes em geral das árvores **coníferas** (da classe Gimnosperma, com folhas em forma de agulhas ou escamas, e sementes agrupadas em forma de cones), de crescimento rápido, como pinheiro-do-paraná e pinheiro-bravo, ou pinheirinho, pinheiros europeus, norte americanos etc.*

2.1.2 Propriedades físicas da madeira

2.1.2.1 Anisotropia

As madeiras são materiais que apresentam em sua estrutura três direções bem definas, sendo elas a longitudinal, radial e tangencial, onde são verificadas propriedades diferentes em cada direção. Essa característica da madeira é chamada de anisotropia. Tendo em vista a baixa diferença de propriedades entre as direções radial e tangencial, na prática, basta-se diferenciar as propriedades na direção das

fibras principais (direção longitudinal) e na direção perpendicular às mesmas (PFEIL, 2003).

2.1.2.2 Grau de umidade

Segundo PFEIL (2003), o grau de umidade U da madeira é o peso de água contido na madeira expresso como uma porcentagem do peso da madeira seca em estufa $P_{S:}$

$$U(\%) = \frac{P_i - P_S}{P_S} \times 100 \qquad \text{Eq. (2.1)}$$

Onde:
P_i é o peso inicial da madeira; e
Ps é o peso da madeira seca.

Ainda segundo PFEIL (2003), o grau de umidade da madeira influencia as propriedades da mesma. Sendo assim, é comum referenciar as propriedades da madeira a um grau de umidade padrão, adotando-se no Brasil e nos Estados Unidos o valor de 12%.

2.1.2.3 Resistência ao fogo

É frequente a associação de estruturas de madeira à baixa resistência ao fogo, verificando-se, devido a esse preconceito, certa limitação ao uso desse tipo de estrutura. Porém, segundo PFEIL (2003), apesar de a madeira ser combustível, as estruturas de madeira projetadas e construídas de forma adequada apresentam ótimo desempenho sob ação do fogo.

MANRIQUEZ e MORAIS (2009) explicam que a combustão da madeira ocorre por um processo em cadeia, no qual gases combustíveis são liberados durante o aquecimento da mesma. Porém, as camadas carbonizadas, formadas durante esse processo, são isolantes térmicos que retardam o avanço da carbonização para o interior da seção.

Portanto, os elementos estruturais de madeira, quando submetidos ao fogo, apresentam uma camada externa carbonizada, que, apesar de ter resistência desprezível, preservam as propriedades das camadas internas. Sendo assim, ainda

segundo MANRIQUEZ e MORAIS (2009), são verificadas, após a camada carbonizada da estrutura de madeira, uma primeira camada estreita e aquecida, cujas propriedades mecânicas são afetadas e por fim um núcleo inalterado.

A Figura 2.1, apresentada a seguir, ilustra o desempenho de uma estrutura de madeira frente ao desempenho de uma estrutura de aço em uma situação de incêndio.

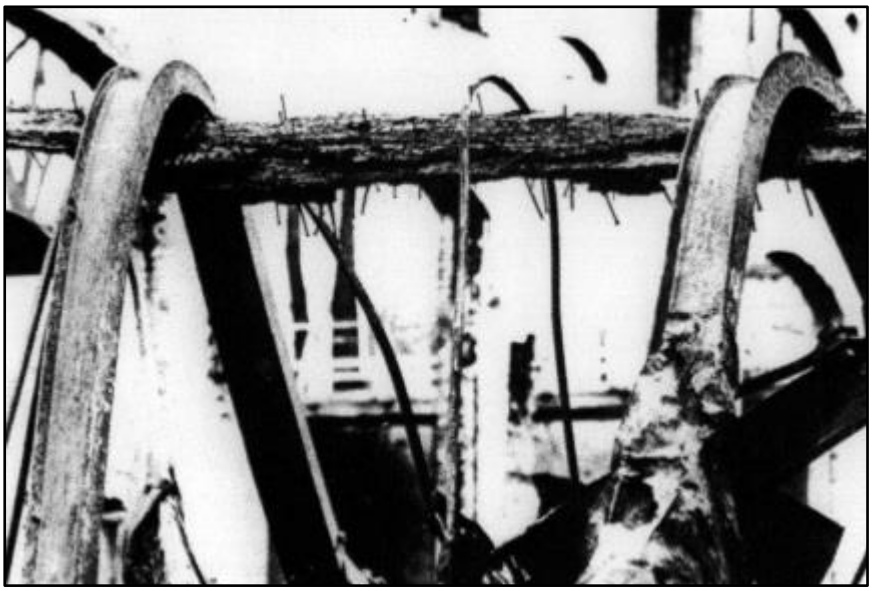


Figura 2.1 – Resistência ao Fogo da Madeira X Aço
Fonte: Site Felipe Rodrigues

2.1.3 Propriedades de Resistência e de Rigidez da Madeira

Segundo CALIL JUNIOR et al. (2003), as propriedades de resistência e de elasticidade da madeira são influenciadas pela disposição dos seus elementos anatômicos, ou seja, pela direção das fibras, no caso de dicotiledôneas, ou direção dos traqueídes, no caso de coníferas . Desta forma, a resistência e a rigidez da madeira são referenciadas a duas direções: paralela às fibras e perpendicular às fibras.

Conforme CALIL JUNIOR et al. (2003), as propriedades de resistência e rigidez na direção paralela às fibras são indicadas pelo índice “0”, enquanto que na direção perpendicular às fibras são indicadas pelo índice “90”. Sendo esta última a direção de menor resistência e rigidez.

2.1.3.1 Propriedades a serem consideradas no projeto estrutural

CALIL JUNIOR et al. (2003) enumera quatro propriedades da madeira que devem ser consideradas no projeto de estruturas:

- Densidade;
- Resistência;
- Módulo de Elasticidade; e
- Grau de umidade.

A *densidade* determina a quantidade de madeira por volume, e é utilizada para determinar o peso próprio do madeiramento da estrutura. Quanto maior for a densidade, maior será a resistência da madeira (CALIL JUNIOR; LAHR; DIAS, 2003).

A *resistência* da madeira pode ser definida por ensaios de caracterização de espécies, por valores definidos pela norma brasileira, a qual apresenta as propriedades de várias espécies, ou por classes de resistência (CALIL JUNIOR; LAHR; DIAS, 2003).

De acordo com a NBR 7190:1997, o módulo de *elasticidade* da madeira é determinado nas direções paralela às fibras e perpendicular às fibras através de ensaios de compressão nas duas direções. O módulo de elasticidade da madeira representa o seu comportamento na fase elástico-linear.

Na falta de determinação experimental específica, a norma brasileira permite adotar:

$$E_{W90} = \frac{1}{20} E_{W0} \qquad \text{Eq (2.2)}$$

Sendo:

E_{w0} : Módulo de elasticidade na direção paralela às fibras;

E_{w90} : Módulo de elasticidade na direção perpendicular às fibras.

Conforme já citado anteriormente, o *grau de umidade* influencia as propriedades da madeira, sendo necessário referenciar as suas propriedades de resistência e rigidez ao respectivo teor de umidade.

A NBR 7190:1997 especifica que os valores de resistência e elasticidade da madeira, obtidos por ensaios de laboratório com grau de umidade diferente de 12% (umidade padrão de referência), devem ter seus valores de resistência e elasticidade corrigidos conforme as equações 2.3 e 2.4, respectivamente.

$$f_{12} = f_{U\%}\left[1 + \frac{3\times(U\%-12)}{100}\right] \quad \text{Eq. (2.3)}$$

$$E_{12} = E_{U\%}\left[1 + \frac{2\times(U\%-12)}{100}\right] \quad \text{Eq. (2.4)}$$

Onde:

f_{12} é a resistência da madeira para o teor de umidade de 12%

$fu_{\%}$ é a resistência da madeira para o teor de umidade de U%

E_{12} é o módulo de elasticidade da madeira para o teor de umidade de 12%

$E_{U\%}$ é o módulo de elasticidade da madeira para o teor de umidade de U%

2.1.4 Caracterização das propriedades das madeiras

2.1.4.1 Resistência

A NBR 7190:1997 define os procedimentos para caracterização da resistência das madeiras, possibilitando a utilização de um método simplificado de caracterização para espécies usuais, espécies estas, descritas no Anexo E da NBR 7190:1997.

Para madeira serrada de espécies usuais, os valores característicos de resistências podem ser obtidos a partir do ensaio de compressão paralela às fibras, utilizando-se as seguintes relações de acordo com a NBR 7190:1997:

Tabela 2.1 – Relação de Resistência da Madeira Serrada

					Conífera	**Dicotiledonea**
$\mathbf{f_{c0,k}/f_{t0,k}}$	$\mathbf{f_{tM,k}/f_{t0,k}}$	$\mathbf{f_{c90,k}/f_{c0,k}}$	$\mathbf{f_{e0,k}/f_{c0,k}}$	$\mathbf{f_{e90,k}/f_{c0,k}}$	$\mathbf{f_{v0,k}/f_{c0,k}}$	$\mathbf{f_{v0,k}/f_{c0,k}}$
0,77	1,00	0,25	1,00	0,25	0,15	0,12

Fonte: NBR 7190:1997

Onde:

$f_{c0,k:}$ Resistência característica à compressão paralela às fibras;

$f_{t0,k:}$ Resistência característica à tração paralela às fibras;

$f_{tM,k:}$ Resistência característica à tração na flexão;

$f_{c90,k:}$ Resistência característica à compressão normal às fibras;

$f_{e0,k:}$ Resistência característica de embutimento paralelo às fibras;

$f_{e90,k:}$ Resistência característica de embutimento normal às fibras; e
$f_{v0,k:}$ Resistência característica ao cisalhamento na presença de tensões tangenciais paralelas às fibras.

2.1.4.2 Rigidez

De acordo com a NBR 7190:1997, a rigidez da madeira pode ser obtida por caracterização completa ou por caracterização simplificada. Na caracterização completa é necessário a realização de pelo menos dois ensaios, através dos quais são determinados o valor médio do módulo de elasticidade na compressão paralela às fibras ($E_{c0,m}$), e o módulo de elasticidade na compressão normal às fibras ($E_{c90,m}$), admitindo-se que sejam iguais os valores médios dos módulos de elasticidade à compressão e à tração. Já na caracterização simplificada é feito apenas um ensaio de compressão na direção paralela às fibras, admitindo-se a relação : $E_{c90} = \frac{1}{20} E_{c0}$.

Na impossibilidade da realização do ensaio de compressão simples, a NBR 7190:1997 permite adotar correlações com valores do módulo de elasticidade na flexão (E_M), descritas nas equações 2.5 e 2.6 para as coníferas e dicotiledôneas, respectivamente.

$$E_M = 0{,}85 \times E_{c0} \qquad \text{Eq. (2.5)}$$

$$E_M = 0{,}90 \times E_{c0} \qquad \text{Eq. (2.6)}$$

2.1.5 Valores representativos

2.1.5.1 Valores médios

Os valores médios que caracterizam as propriedades da madeira são determinados pela realização de ensaios de laboratório, com base na análise estatística dos resultados obtidos (CALIL JUNIOR; LAHR; DIAS, 2003).

2.1.5.2 Valores característicos

Segundo CALIL et al. (2003), os valores médios (X_m) das propriedades da madeira devem ser transformados em valores característicos (X_k) para o cálculo de estruturas.

A NBR 7190:1997 determina que os valores característicos sejam determinados segundo a teoria da probabilidade, que pressupõe condição de normalidade nos dados analisados e os valores médios obtidos em laboratório, devendo ser utilizada a seguinte relação:

$X_{k,12} = 0{,}7 \times X_{m,12}$, para tração e compressão; e Eq. (2.7)

$X_{k,12} = 0{,}54 \times X_{m,12}$, para cisalhamento. Eq. (2.8)

É importante ressaltar que todos os valores devem ser expressos para o grau de umidade padrão de 12%.

2.1.5.3 Valores de cálculo

Segundo CALIL JUNIOR et al (2003), os valores de cálculo (X_d) das propriedades da madeira são determinados, aplicando-se o coeficiente de modificação (K_{mod}) e o coeficiente de minoração (γ_w):

$$X_d = K_{mod} \times \frac{X_k}{\gamma_w}. \quad \text{Eq. (2.9)}$$

2.1.5.4 Coeficientes de modificação

De acordo com a NBR 7190:1997, o coeficiente de modificação é determinado pelo produto de três coeficientes parciais. Todos estes coeficientes consideram o tipo de material empregado e, além disso, o primeiro coeficiente considera a classe de carregamento da madeira, o segundo coeficiente parcial considera a classe de umidade do ambiente onde será utilizada a estrutura, e, por fim, o terceiro coeficiente considera a categoria da madeira, ou seja, a sua qualidade na produção.

2.1.5.5 Coeficientes de minoração

A NBR 7190:1997 define para o Estado Limite Último (ELU) os seguintes valores para o coeficiente de minoração da resistência da madeira:

γ_w = 1,4 para compressão paralela às fibras;

γ_w = 1,8 para tração paralela às fibras; e

γ_w = 1,8 para cisalhamento paralelo às fibras.

No Estado Limite de Serviço (ELS), adota-se o coeficiente de minoração básico, ou seja, o valor é tomado igual a 1,0.

2.1.6 Classes de Resistência

A NBR 7190:1997 adota o conceito de classes de resistência, cujo objetivo é padronizar as propriedades das madeiras utilizadas em estruturas.

Segundo CALIL JUNIOR et al. (2003), para a adequada utilização das classes de resistência, o revendedor da madeira deve garantir as propriedades do lote dentro de uma das classes de resistência especificada pela norma brasileira, apresentadas nas tabelas 2.2 e 2.3.

Tabela 2.2 – Classe de Resistência das Coníferas

CONÍFERAS (VALORES NA CONDIÇÃO-PADRÃO DE REFERÊNCIA U=12%)					
Classe	f_{c0k} (MPa)	f_{vk} (MPa)	$E_{c0,m}$ (MPa)	$\rho_{bas,m}$ (kg/m³)	ρ_{ap} (kg/m³)
C20	20	4	3500	400	500
C25	25	5	8500	450	550
C30	30	6	14500	500	600

Fonte NBR 7190:1997

Tabela 2.3 – Classe de Resistência das Dicotiledôneas

DICOTILEDÔNEAS (VALORES NA CONDIÇÃO-PADRÃO DE REFERÊNCIA U=12%)					
Classe	f_{c0k} (MPa)	f_{vk} (MPa)	$E_{c0,m}$ (MPa)	$\rho_{bas,m}$ (kg/m³)	ρ_{ap} (kg/m³)
C20	20	4	9500	500	650
C30	30	5	14500	650	800
C40	40	6	19500	750	950
C60	60	8	24500	800	1000

Fonte NBR 7190:1997

2.2 Dimensionamento de Elementos Estruturais de Madeira

O dimensionamento de peças de madeira é feito conforme a NBR 7190:1997, a qual considera que os esforços nos elementos estruturais devem ser calculados de acordo com os princípios da Estática das Construções, admitindo-se em geral a hipótese de comportamento elástico-linear dos materiais.

2.2.1 Limites dimensionais

CALIL JUNIOR et al. (2003) comentam sobre alguns valores mínimos de área e largura da seção transversal de elementos estruturais de madeira, a saber:

Para peças principais isoladas: A=50 cm² e b = 5 cm;

Peças principais múltiplas: A = 35 cm² e b = 2,5 cm;

Peças secundárias: A = 18 cm² e b = 2,5 cm;

Peças secundárias múltiplas: A = 18 cm² e b = 1,8 cm;

2.2.2 Peças tracionadas axialmente

Segundo CALIL JUNIOR et al. (2003), peças tracionadas axialmente ocorrem, sobretudo, em estruturas treliçadas. A NBR 7190:1997 determina que essas peças devem ser verificadas quanto ao estado limite último, segundo a seguinte expressão:

$$\sigma_{td} = \frac{N_d}{A_{útil}} \leq f_{t0,d}. \qquad \text{Eq. (2.10)}$$

Onde:

$\boldsymbol{\sigma}_{t0d}$ é o valor de cálculo da tensão atuante de tração;

N_d é o valor de cálculo do esforço de tração;

$A_{útil}$ é a área da seção transversal da peça, descontando eventuais furos; e

$f_{t0,d}$ é o valor de cálculo da resistência à tração paralela às fibras.

Importante destacar que a existência de furos, nas peças tracionadas, diminui a área da seção transversal da peça sujeita ao esforço. Essa redução na área útil deve-se ao fato de, ao estar sujeita à tração, os pinos metálicos, não interagem na transmissão de esforços, pois há um alargamento do furo quando tracionado, afastando a madeira do contato com o pino, diferentemente do ocorrido

em peças comprimidas. Essa área diminuída, como pode ser observada na Eq. (2.10), afeta de maneira desfavorável a verificação de estabilidade da madeira à tração, pois aumenta a tensão solicitante na seção transversal que contém o furo.

2.2.3 Peças solicitadas axialmente por compressão simples

Segundo CALIL JUNIOR et al. (2003), peças solicitadas por compressão axial podem ocorrer em barras de treliça, em pilares e em elementos componentes de contraventamentos ou travamentos de conjuntos estruturais, solicitados apenas por compressão centrada.

2.2.3.1 Índice de esbeltez das peças de madeira

O índice de esbeltez de uma peça, segundo PFEIL (2003), mede a flexibilidade da estrutura, ou seja, mede o quão fácil ou difícil é flambar a estrutura, flexionar lateralmente.

De acordo com a NBR 7190:1997, o índice de esbeltez da peça é calculado de acordo com a seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{L_0}{i_{mín}} \qquad \text{Eq. (2.11)}$$

Onde:

L_0 é um comprimento teórico de referência, sendo adotado $L_0=2L$ para peças de comprimento efetivo L engastadas em uma extremidade e livre na outra, e adotado $L_0=L$ para as peças em que ambas as extremidades sejam indeslocáveis por flexão (NBR 7190:1997); e

$i_{mín}$ é o raio de giração mínimo da seção transversal.

A NBR 7190:1997 classifica as peças de madeira em três categorias, conforme o índice de esbeltez, quais sejam:

- peças curtas: $\lambda \leq 40$;
- peças medianamente esbeltas: $40 < \lambda \leq 80$;
- peças esbeltas: $80 < \lambda \leq 140$.

Segundo Pfeil (2003), tendo em vista evitar estruturas muito flexíveis, a norma fixa o valor de esbeltez máxima como 140.

2.2.3.2 Verificação de peças curtas (λ≤40)

Segundo a NBR 7190:1997, nas barras curtas comprimidas axialmente, a condição de segurança é expressa por:

$$\sigma_{c0,d} \leq f_{c0,d}. \quad \text{Eq. (2.12)}$$

$$\sigma_{c0,d} = \frac{N_d}{A}. \quad \text{Eq. (2.13)}$$

Onde:

$\boldsymbol{\sigma}_{c0,d}$ é o valor de cálculo da tensão atuante de compressão;

N_d é o valor de cálculo do esforço normal de compressão;

A é a área da seção transversal; e

$f_{c,0d}$ é o valor de cálculo da resistência à compressão paralela às fibras.

2.2.3.3 Verificação de peças medianamente esbeltas (40<λ≤80)

De acordo com Pfeil (2003), a resistência de peças medianamente esbeltas é afetada pela ocorrência de flambagem, incluindo os efeitos de imperfeições geométricas e da não linearidade do material.

Ainda de acordo com Pfeil, a norma brasileira considera o dimensionamento dessas peças por flexocompressão, mesmo que estas estejam sujeitas a compressão simples.

A condição de segurança, de acordo com NBR 7190:1997, é estabelecida pela seguinte expressão:

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c,0d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c,0d}} \leq 1 \quad \text{Eq. (2.14)}$$

Onde:

$\boldsymbol{\sigma}_{Md}$ é a tensão de compressão normal à seção transversal devido ao momento fletor M_d;

$\boldsymbol{\sigma}_{Nd}$ é a tensão de compressão normal à seção transversal devido ao esforço de compressão N_d;

Sendo:

$M_d = N_d \times e_a \times \frac{F_E}{F_E - N_d}$, momento fletor máximo de projeto;

$F_E = \frac{\pi^2 E_{cef} \times I}{{L_0}^2}$, carga crítica de Euler;

$e_a = \frac{L_0}{300} \geq \frac{h}{30}$, excentricidade acidental;

Onde:

h é a altura da seção transversal da peça;

E_{cef} é o módulo de elasticidade efetivo da madeira;

I é o momento de inércia da peça.

No caso de peças que na condição de projeto estão sob ação de flexocompressão, esforço normal e momento fletor inicial, o momento fletor máximo de projeto (PFEIL, 2003), é dado por:

$$M_d = N_d \times (e_a + e_i) \times \frac{F_E}{F_E - N_d} \qquad \text{Eq. (2.15)}$$

Em que a excentricidade inicial deve ser calculada conforme a equação 2.16, prescrita na NBR 7190:1997.

$$e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} \geq \frac{h}{30} \qquad \text{Eq. (2.16)}$$

Sendo:

M_{1d}: momento devido às cargas permanentes e variáveis aplicadas na peça.

2.2.3.4 Verificação de peças esbeltas (80<λ≤140)

O dimensionamento de peças esbeltas é feito tal como peças medianamente esbeltas, descrito pela Eq. (2.14), porém com a inclusão do efeito da fluência da madeira nos deslocamentos laterais da peça, ocasionando um acréscimo no momento fletor de projeto (PFEIL, 2003).

O momento fletor de projeto é calculado de acordo com a seguinte expressão:

$$M_d = N_d \times (e_a + e_i + e_c) \times \frac{F_E}{F_E - N_d} \quad \text{Eq. (2.17)}$$

Onde:

$$e_c = \left(e_{ig} + e_a\right) \times [\exp(\beta) - 1] \quad \text{Eq.(2.18)}$$

$$\beta = \frac{\varphi \times [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) \times N_{qk}]}{F_E - [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) \times N_{qk}]} \quad \text{Eq.(2.19)}$$

$$\psi_1 + \psi_2 \leq 1 \quad \text{Eq.(2.20)}$$

Sendo:

N_{gk}: esforço normal característico, oriundo do carregamento permanente;

N_{qk}: esforço normal característico, oriundo do carregamento variável;

e_c: excentricidade suplementar, devido a fluência da madeira;

φ : coeficiente de fluência da madeira;

A excentricidade inicial (e_{ig}) oriunda do momento devido as ações permanentes (M_{igd}) é expressa pela Eq. (2.21)

$$e_{ig} = \frac{M_{igd}}{N_d} \quad \text{Eq. (2.21)}$$

2.2.4 Ligações em estruturas de madeira

Haja vista a limitação do tamanho das peças comerciais de madeira, que geralmente são disponibilizadas em comprimentos de até 7 m, bem como a necessidade de construção de estruturas de madeira com múltiplas peças, faz-se necessário a execução de ligações (CALIL JUNIOR; LAHR; DIAS, 2003).

De acordo com CALIL et al. (2003), os principais dispositivos utilizados em ligações de madeira são as cavilhas (pinos de madeira torneados), os conectores metálicos (chapas com dentes estampados e anéis metálicos) e os pinos metálicos (parafusos e pregos), sendo estes últimos os que ocorrem com maior frequência em ligações de peças de madeira.

2.3 Sistemas de Equações Lineares

Tendo em vista a eficiência trazida pelo cálculo e dimensionamento de sistemas estruturais com a utilização de softwares computacionais, cada dia mais softwares são desenvolvidos para tornar veloz esse processo de dimensionamento. No desenvolvimento do software proposto nesse trabalho, assim como em diversos outros casos, os procedimentos metodológicos recaem na necessidade de solucionar sistemas de equações lineares, como será visto nos próximos capítulos. Por este motivo, fez-se necessário realizar uma breve revisão bibliográfica a respeito do assunto.

Um sistema de equações lineares é um conjunto de equações compostas por variáveis do primeiro grau e por constantes, sendo que estas, quando estão associadas às variáveis, são denominadas de coeficientes e quando isoladas, são denominadas de termos independentes (STEINBRUCH; WINTERLE, 1987). De acordo com ANTON e BUSBY (2006), em uma equação linear não ocorrem produto de variáveis, potência de uma variável, bem como não ocorrem funções trigonométricas, exponenciais ou logarítmicas de uma variável.

Abaixo é apresentado um sistema de equações lineares posto na forma padrão, onde as variáveis são representadas por x, os coeficientes por a e os termos independentes por b (LIPSCHUTZ, 1994).

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ &\vdots \qquad\qquad \ddots \qquad\qquad \vdots \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{aligned} \qquad \text{Eq. (2.22)}$$

2.3.1.1 Solução de um sistema de equações lineares

De acordo com BRONSON (1993), uma solução de um sistema que contenha *m* equações lineares e *n* variáveis será um conjunto de *n* valores que ao serem substituídos cada um por uma respectiva variável, tornem todas as *m* equações válidas.

De acordo com STEINBRUCH e WINTERLE (1987), os sistemas de equações lineares podem ter uma única solução, nenhuma solução, ou várias soluções, sendo nestes casos denominados, respectivamente, de sistemas

compatíveis determinados, sistemas incompatíveis e sistemas compatíveis indeterminados.

2.3.1.2 Notação matricial e operações elementares

Segundo ANTON e BUSBY (2006), a complexidade dos cálculos envolvidos para a resolução de sistemas de equações lineares aumenta na medida em que se aumentam a quantidade de incógnitas e de equações. Porém, pode-se simplificar a notação do sistema de equações lineares e padronizar as operações envolvidas para a resolução do sistema.

Essa simplificação é obtida reescrevendo o sistema de equações lineares de forma matricial, obtendo uma matriz aumentada, constituída pelos coeficientes das variáveis, alocados de forma ordenada na matriz e pelos termos independentes do sistema, onde estes ocupam a última coluna da mesma. Abaixo segue o sistema demonstrado na equação 2.22, utilizando-se uma notação matricial (ANTON E BUSBY).

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix} \qquad \text{Eq. (2.23)}$$

A resolução de sistemas de equações lineares por meio de métodos conhecidos, tais como Gauss, Jordan, Gauss-Jordan, LU e outros, possuem como objetivo comum obter um sistema simplificado equivalente ao sistema original, onde seja visível a solução do mesmo. Para isto, são utilizadas três operações elementares, a saber: permutação de duas equações; multiplicação de uma equação por um número real diferente de zero e substituição de uma equação por sua soma com outra equação previamente multiplicada por um numero real diferente de zero (ANTON E BUSBY, 2006).

2.4 Análise estrutural de treliças

A revisão bibliográfica das diversas análises de estruturas que compõe este trabalho engloba a definição e apresentação do sistema estrutural conhecido como treliça e a apresentação de diversas maneiras de determinação dos esforços internos desse modelo estrutural

2.4.1 Definição e classificações de treliças.

SORIANO (2007) define que uma treliça é formada por barras retas birrotuladas e com forças externas aplicadas apenas nas rótulas, tendo como consequência apenas o esforço normal em suas barras. Complementando tal definição, MARTHA (2010) afirma que para que o conjunto de barras tenha uma forma rígida, faz-se necessário que as barras estejam conectadas pelas suas extremidades compondo uma triangulação.

SORIANO (2007) e PFEIL (2003) afirmam que as treliças são muito utilizadas em coberturas, torres de transmissão e pontes. Segundo PFEIL (2003), as treliças de banzos paralelos são muito utilizadas na construção de pontes, enquanto as treliças de vão inclinados são utilizadas para construção de coberturas de edificações.

Quanto à disposição espacial, as treliças podem ser planas ou espaciais, conforme as barras e forças estejam em um mesmo plano ou não (SORIANO, 2007).

As treliças planas são classificadas quanto ao equilíbrio e quanto à forma. Ao se tratar da forma, as treliças são classificadas em **simples, compostas e complexas**, sendo treliças simples, alvo deste trabalho, as treliças originadas de uma treliça triangular básica, adicionando-se duas novas barras a partir de dois nós distintos e unindo-as em um novo nó. Este processo pode ser repetido quantas vezes se desejar, a fim de obter uma treliça maior (BEER E JOHNSTON JR, 1994).

Segundo SORIANO (2007), toda treliça composta é formada a partir de treliças simples, de maneira que o conjunto não seja outra treliça simples. Na grande maioria das vezes, a treliça composta é obtida pela ligação de duas treliças simples através de uma rótula em comum e uma barra, ou ligando através de duas ou três barras. SORIANO (2007) ainda diz que a treliça complexa é toda aquela que não pode ser classificada como simples ou composta.

No que se refere a classificação das treliças quanto ao equilíbrio, de acordo com MARTHA (2010), estas podem ser classificadas em: **hipostática, isostática e hiperestática.** Os modelos hipostáticos são aqueles em que o número de equações de equilíbrio é maior que o numero de incógnitas do sistema, condição esta, suficiente para determinar a treliça como hipostática. A determinação de uma treliça hiperestática consiste na desigualdade em que o número de equações de equilíbrio seja inferior ao número de incógnitas do modelo. Já a definição de uma

treliça isostática, segundo MARTHA (2010), consiste em obter o número de equações de equilíbrio igual o número de incógnitas do sistema, além de possuir o número de barras adjacentes de cada nó superior ao número de triângulos adjacentes do mesmo nó.

Ao variar o posicionamento das diagonais e montantes de uma treliça, obtemos geometrias diferentes que, em geral, ficaram conhecidas pelos nomes dos engenheiros que as popularizaram (PFEIL, 2003). Entre os tipos de geometrias mais conhecidas, podemos citar as treliças tipo Howe, que, para cargas de gravidade, possui diagonais comprimidas e montantes tracionados, como pode ser visto na Figura 2.2.

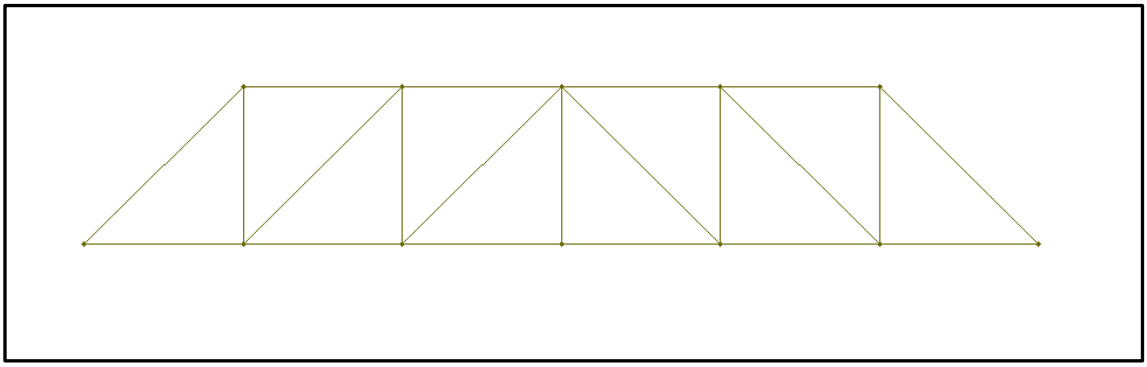


Figura 2.2 - Treliça tipo Howe

Outra famosa geometria de treliça é a tipo Pratt, em que, diferentemente da treliça Howe, os montantes são comprimidos e as diagonais são tracionadas. A Figura 2.3 mostra um exemplo estrutural de treliça do tipo Pratt.

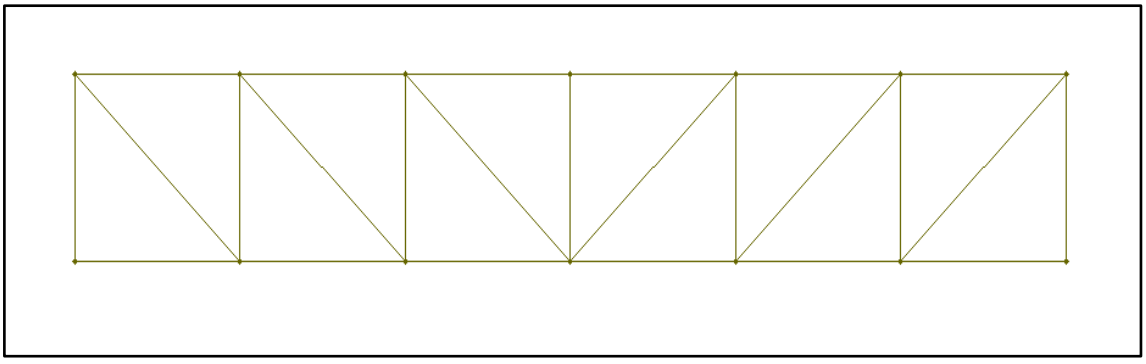


Figura 2.3 – Treliça tipo Pratt

Uma terceira geometria de treliça bastante conhecida é a tipo Warren, esta apresentando parte das diagonais comprimidas e outra parte tracionadas,

considerando, também, a carga gravitacional. A Figura 2.4 apresenta o exemplo estrutural de uma treliça deste tipo.

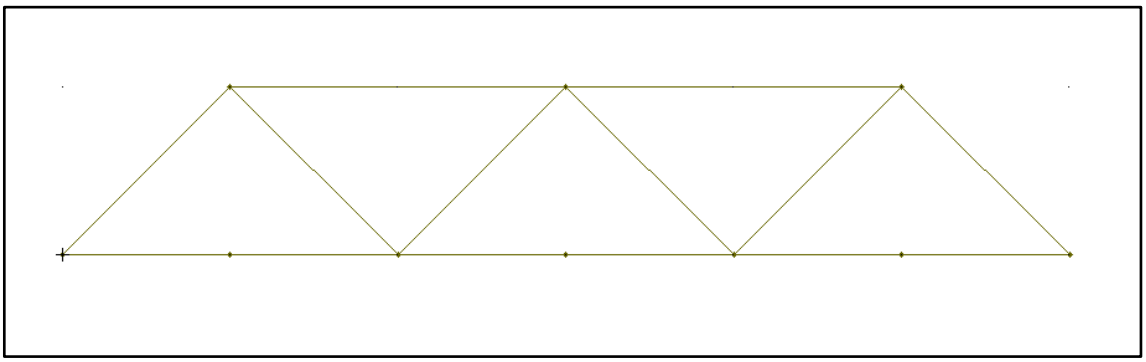


Figura 2.4 – Treliça tipo Warren

2.4.2 Métodos de Resolução

Na análise de estruturas, as treliças, em particular, possuem inúmeros métodos de resolução para determinar quais os esforços internos atuantes na estrutura e suas reações de apoio. Parte dos métodos serão apresentados a seguir, entre eles os métodos analíticos e métodos gráficos.

2.4.2.1 Método dos nós

O método de equilíbrio dos nós foi apresentado pelo engenheiro americano Squire Whipple no ano de 1847. Método este, aplicado apenas às treliças simples planas. Segundo SORIANO (2007), a chave deste processo é a escolha de uma sequência de pontos nodais para escrever as equações de equilíbrio da estática, de maneira que os pontos escolhidos possuam no máximo dois esforços desconhecidos, possibilitando, assim, a resolução das equações.

A utilização deste método, sempre possibilita a escolha de uma sequência de pontos nodais que permita a resolução do correspondente sistema de equações (SORIANO, 2007).

Ainda segundo SORIANO (2007), a sistematização do processo dos nós consiste em considerar que todas as barras estão sendo tracionadas. Desta maneira, na resolução das equações de equilíbrio da estática, os esforços resultantes de sinais positivos representam barras tracionadas e os sinais negativos barras comprimidas.

2.4.2.2 Método das seções

O método das seções foi apresentado pelo professor alemão de mecânica e astrofísica August Ritter em 1863 e aplica-se às treliças compostas e simples (SORIANO, 2007).

SORIANO (2007) diz que este método de cálculo é utilizado para determinar as forças atuantes dentro de um elemento da treliça, baseando-se no princípio de que se um corpo está em equilíbrio, todos os seus elementos também estão em equilíbrio. Neste método, é necessário que sejam calculadas, primeiramente, as reações de apoio da estrutura como um todo. Na sequência, é realizado o seccionamento do elemento que se deseja analisar e então, aplicadas as equações de equilíbrio da estática. Assim, determinam-se os esforços internos da barra.

2.4.2.3 Método de cremona

Conforme apresentado por SORIANO (2007), o processo de Cremona fora desenvolvido pelo engenheiro e físico escocês James Clerk Maxwell no ano de 1864. Depois disso, fora reapresentado pelo matemático italiano Luigi Cremona, no ano de 1872.

Este processo consiste em um método gráfico baseado no método dos nós, em que é realizada a superposição de polígonos das forças equilibradas em cada um dos nós da treliça, em uma sequência que existam até dois esforços desconhecidos por ponto. Por tratar-se de um método gráfico, este já não é mais utilizado com frequência, porém, colabora para o entendimento do equilíbrio das forças nas barras de treliça, além da grande importância histórica.

2.4.2.4 Método das Forças

Segundo GERE e WEAVER (1987), o método de análise das forças, também conhecido como método da flexibilidade, é bastante geral, podendo ser aplicado a qualquer tipo de estrutura reticulada. Não obstante, o método pode, em teoria, ser aplicado a estruturas de qualquer grau de complexidade.

GERE e WEAVER (1987) descreve as etapas de cálculo do método das forças como sendo primeiramente a identificação do problema, consistindo na descrição da estrutura e na definição das deformações que serão consideradas na análise, tais como deformações por flexão ou deformações axiais, pois devem ser

fornecidas as rigidezes apropriadas dos membros conforme as deformações consideradas. Depois de descrita a estrutura, deve ser escolhida a estrutura liberada, também chamada por outros autores de estrutura principal, que consiste na liberação de algumas redundantes escolhidas. Estas redundantes a serem liberadas devem ser escolhidas de forma cuidadosa, a fim de obter uma estrutura estaticamente determinada e que seja imóvel e fácil de analisar.

Com a estrutura liberada, segundo GERE e WEAVER (1987), devem ser avaliados os diferentes deslocamentos causados pelo carregamento na estrutura. Os deslocamentos mais importantes de se determinar nesta etapa são os deslocamentos de nó na estrutura liberada devido às cargas. Depois de determinados esses deslocamentos, a estrutura deve ser analisada para outras causas, tais como o efeito da temperatura, deslocamentos prescritos nos apoios e deformação inicial, conforme apresentado na Eq. (2.24).

$$D_{JS} = D_{JL} + D_{JT} + D_{JR} + D_{JP} \qquad \text{Eq. (2.24)}$$

Sendo:

D_{JS}: Soma dos deslocamentos na estrutura;

D_{JL}: Deslocamento na estrutura liberada devido os carregamentos;

D_{JT}: Deslocamento na estrutura liberada devido os efeitos de temperatura;

D_{JR}: Deslocamento na estrutura liberada devido os deslocamentos prescritos nos apoios; e

D_{JP}: Deslocamento na estrutura liberada devido os efeitos de deformação inicial.

Na sequência, ainda segundo GERE e WEAVER (1987), o próximo procedimento de cálculo corresponde à utilização de valores unitários das redundantes na estrutura liberada e na determinação dos deslocamentos. Os deslocamentos a serem calculados correspondem ao coeficiente de influência de flexibilidade (F). Depois de determinado o coeficiente de flexibilidade, o próximo procedimento de cálculo é a determinação das redundantes utilizando a equação de superposição para os deslocamentos D_J correspondentes às redundantes na estrutura real.

$$D_J = D_{JS} + F \times Q \qquad \text{Eq. (2.25)}$$

Sendo:

D_J: Deslocamento de nó na estrutura real;

F: Coeficientes de flexibilidade; e

Q: Ações redundantes desconhecidas.

2.4.2.5 Método da rigidez com implementação computacional

Segundo SORIANO (2005), o método da rigidez, ou método dos deslocamentos, consiste na resolução de um sistema matricial que leva em consideração os coeficientes de rigidez da estrutura. Estes coeficientes são determinados em função da geometria, das condições de apoio e das propriedades elásticas do material utilizado. Leva em consideração também a força unitária aplicada, o grau de liberdade e o correspondente deslocamento da estrutura.

MARTHA (2010) diz que a metodologia de análise do método da rigidez consiste na resolução de três grupos distintos de condições a serem atendidas. Primeiramente, devem ser atendidas as condições de compatibilidade da estrutura, conseguinte as leis constitutivas dos materiais e, por fim, as condições de equilíbrio da estrutura global.

SORIANO (2004) afirma, ainda, que o método da rigidez é amplamente utilizado em programações computacionais e que, por esta razão, é o mais importante método de análise estrutural.

SOARES (2011) define as etapas fundamentais a serem executadas para solucionar uma treliça plana, computacionalmente, pelo método da rigidez.

A primeira etapa consiste na identificação estrutural da treliça, onde serão definidos os sistemas global e local de eixos, a conectividade das barras, bem como suas propriedades mecânicas, as restrições e cargas nodais. As coordenadas dos nós da treliça serão definidas pelo sistema global de eixos, e as barras, pelos nós aos quais se conectam. As direções longitudinal e transversal da barra definirão o sistema de eixo local (SOARES, 2011).

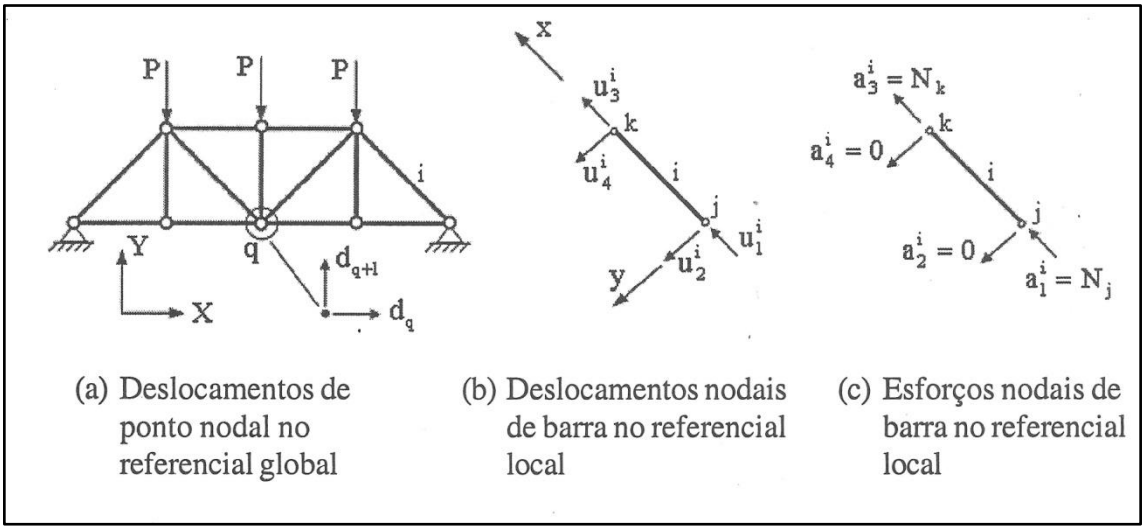


Figura – 2.5 – Treliça Plana
Fonte: Análise Estrural: Formulação Matricial e Implementação Computacional. SORIANO, 2005. Pg. 90.

Na segunda etapa, de acordo com a sistematização proposta por SOARES (2011), é definida a equação da barra de treliça, em função dos esforços nos extremos da barra, dos seus coeficientes de rigidez e dos deslocamentos nodais.

A Figura – 2.6, a seguir, representa, em coordenadas locais, os esforços nos extremos de uma barra de treliça e os respectivos deslocamentos nodais.

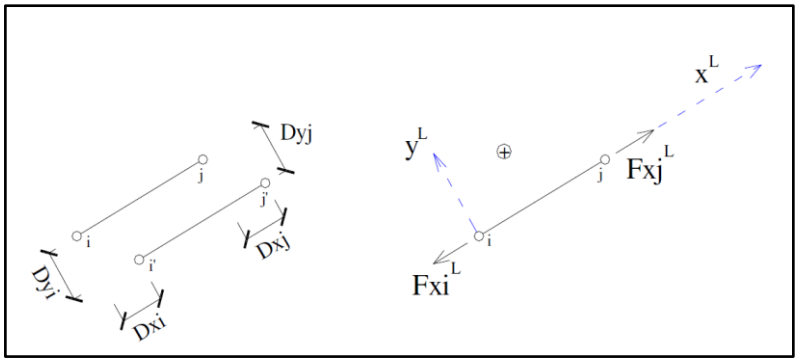


Figura – 2.6 – Deslocamentos e esforços nos extremos de uma barra de treliça
Fonte: Análise Matricial. SOARES, 2011. Pg. 4.

De acordo com SOARES (2011), o deslocamento da barra da Figura 2.6 é representado por:

$$\Delta L = D_{xj} - D_{xi} \qquad \text{Eq. (2.26)}$$

Ainda de acordo com SOARES (2011), o deslocamento da barra pode ser expresso em função da sua rigidez ($E \times A/L$) e do esforço axial solicitante na barra (*N*):

$$N = \frac{E \times A}{L} \times \Delta L \qquad \text{Eq. (2.27)}$$

Sendo:

E: Módulo de elasticidade da barra;

A: Área da barra; e

L: Comprimento da barra.

Prosseguindo com o raciocínio do autor, substituindo na Eq. (2.27) ΔL por $D_{xj} - D_{xi}$ e *N* por F_{xi} e F_{xj} (esforços nos extremos da barra), têm-se:

$$\begin{cases} F_{xi} = -\frac{E \times A}{L} \times (D_{xj} - D_{xi}) \\ F_{xj} = \frac{E \times A}{L} \times (D_{xj} - D_{xi}) \end{cases} \qquad \text{Eq. (2.28)}$$

Considerou-se o sentido do esforço no nó final da barra como sendo o sentido positivo do sistema local de eixos, justificando, portanto, o sinal negativo na primeira equação do sistema de equações acima descrito. SOARES (2011) destaca, ainda, que o sentido da força do nó final (j), indica o sinal correto do esforço axial solicitante.

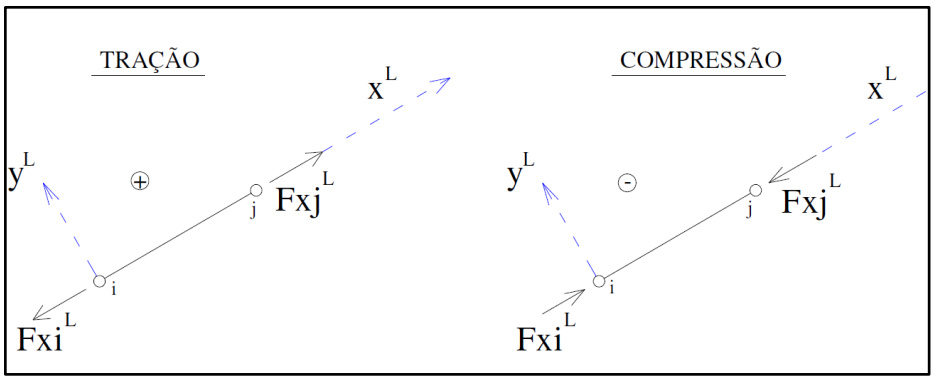


Figura –2.7 – Sinal correto do esforço solicitante
Fonte: Análise Matricial. SOARES, 2011. Pg. 5.

Ainda de acordo com SOARES (2011), o sistema de equações descrito na Eq. (2.28) pode ser expresso de forma matricial. Sendo assim, a equação de uma barra *k* de treliça pode ser expressa da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} F_{kxi}^{L} \\ F_{kyi}^{L} \\ F_{kxj}^{L} \\ F_{kyj}^{L} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_k \times A_k}{L_k} & 0 & -\frac{E_k \times A_k}{L_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{E_k \times A_k}{L_k} & 0 & \frac{E_k \times A_k}{L_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} D_{kxi}^{L} \\ D_{kyi}^{L} \\ D_{kxj}^{L} \\ D_{kyj}^{L} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. (2.29)}$$

Sendo:

$\{F_{kxi}^{L}\}$: Esforço solicitante no nó inicial da barra *k* na direção longitudinal desta;

$\{F_{kyi}^{L}\}$: Esforço solicitante no nó inicial da barra *k* na direção principal de inércia da sua seção transversal;

$\{F_{kxj}^{L}\}$: Esforço solicitante no nó final da barra *k* na direção longitudinal desta;

$\{F_{kyj}^{L}\}$: Esforço solicitante no nó final da barra *k* na direção principal de inércia da sua seção transversal;

E_k: Módulo de elasticidade da barra *k*;

A_k: Área da seção transversal da barra *k*;

L_k: Comprimento da barra *k*;

$\{D_{kxi}^{L}\}$: Deslocamento no nó inicial da barra *k* na direção longitudinal desta;

$\{D_{kyi}^{L}\}$: Deslocamento no nó inicial da barra *k* na direção principal de inércia da sua seção transversal;

$\{D_{kxj}^{L}\}$: Deslocamento no nó final da barra *k* na direção longitudinal desta; e

$\{D_{kyj}^{L}\}$: Deslocamento no nó final da barra *k* na direção principal de inércia da sua seção transversal.

De acordo com SOARES (2011), a matriz de rigidez da barra em coordenadas locais poderá ser convertida para coordenadas globais da seguinte forma:

$$S_k = \frac{E_k \times A_k}{L_k} \times \begin{bmatrix} (cos\alpha)^2 & cos\alpha \times sen\alpha & -(cos\alpha)^2 & -cos\alpha \times sen\alpha \\ cos\alpha \times sen\alpha & (sen\alpha)^2 & -cos\alpha \times sen\alpha & -(sen\alpha)^2 \\ -(cos\alpha)^2 & -cos\alpha \times sen\alpha & (cos\alpha)^2 & cos\alpha \times sen\alpha \\ -cos\alpha \times sen\alpha & -(sen\alpha)^2 & cos\alpha \times sen\alpha & (sen\alpha)^2 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (2.30)}$$

Sendo:

S_k: matriz de rigidez da barra *k* em coordenadas globais; e

$cos\alpha \; e \; sen\alpha$: co-senos diretores.

Adotando-se o nó inicial i e nó final j para uma barra qualquer, a notação (X_i, Y_i) para as coordenadas do nó inicial e (X_j, Y_j) para as coordenadas do nó final, os co-senos diretores podem ser determinados como na equação que segue (SORIANO,2005):

$$cos\alpha = \frac{X_j - X_i}{L_k} \qquad \text{Eq. (2.31)}$$

$$sen\alpha = \frac{Y_j - Y_i}{L_k} \qquad \text{Eq. (2.32)}$$

A terceira etapa consiste no espalhamento dos coeficientes de rigidez da barra para a matriz de rigidez global e na montagem do vetor de cargas globais. Essa etapa fundamenta-se no estabelecimento de duas condições, na condição de equilíbrio em cada nó da estrutura e na condição de compatibilidade dos deslocamentos nodais (SOARES, 2011).

A condição de equilíbrio de cada nó da estrutura estabelece que a força resultante do somatório das cargas externas aplicadas no nó com os esforços solicitantes concorrentes nesse mesmo nó deverá ser nula. Já na condição de compatibilidade dos deslocamentos, o deslocamento ocorrido em um nó da barra 1 deverá ser igual para o mesmo nó da barra 2 (SOARES, 2011).

A sistemática proposta por GERE e WEAVER (1987) para o espalhamento das rigidezes de cada membro da estrutura para a matriz de rigidez global consiste na correlação entre a geometria da estrutura, a numeração dos nós e das barras e na numeração das deslocabilidades, conforme ilustra a Figura 2.8 e 2.9, a seguir.

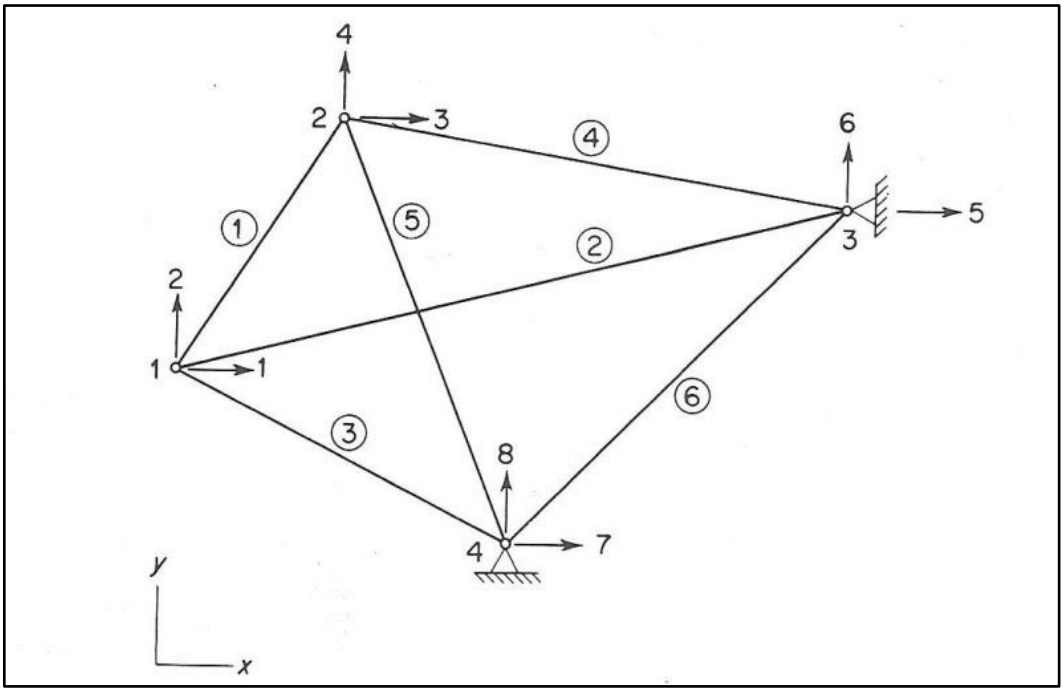


Figura 2.8 – Exemplo de treliça plana enumerada
Fonte: Análise de Estruturas reticuladas, GERE E WEAVER, 1987. Pg. 224

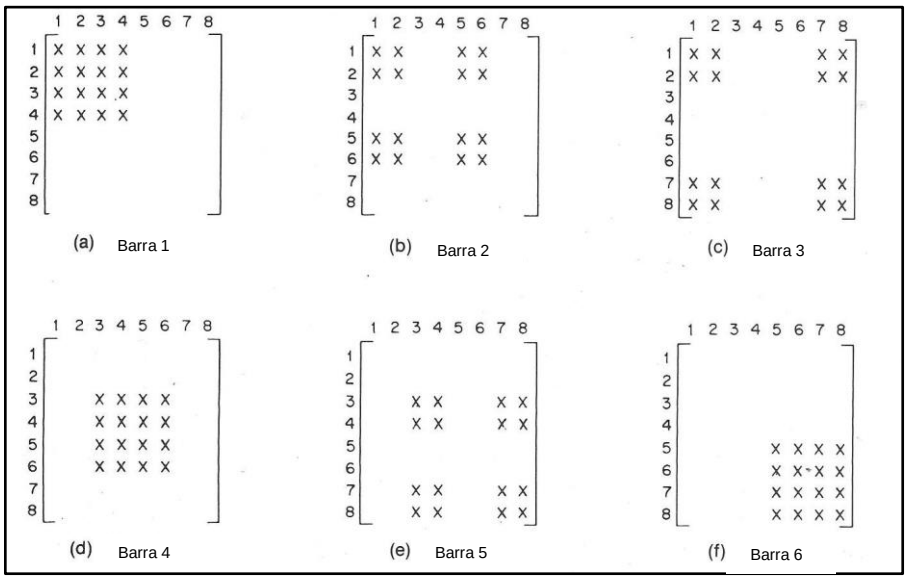


Figura 2.9 – Espalhamento das rigidezes de membro para a matriz de rigidez global
Fonte: Adaptado de Análise de Estruturas Reticuladas, GERE E WEAVER, 1987. Pg. 224

Nota-se, na Figura 2.9(a), que as oito linhas e colunas da matriz representam a matriz de rigidez global da estrutura, apresentada na Figura 2.8, que contém todas as deslocabilidades definidas de acordo com a numeração dos nós.

A mesma figura ilustra o espalhamento dos coeficientes de rigidez da barra “um” na matriz de rigidez da estrutura, inserindo os coeficientes de rigidez, determinados para aquela barra, apenas nas linhas e colunas correspondentes à

numeração das deslocabilidades dos nós que conectam a barra. As demais figuras, de (b) à (f), ilustram o mesmo processo para os demais membros da estrutura, somando os coeficientes de rigidez das barras, quando sobrepostos no espalhamento.

Sendo assim, para uma treliça de *n* nós e *b* barras, a matriz de rigidez global - de acordo com SOARES (2011) - será uma matriz quadrada de ordem 2*n*:

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{12\mathrm{n}} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{22n} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{32n} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{42n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ s_{n1} & s_{n2} & s_{n3} & s_{n4} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{2n2n} \end{bmatrix} \qquad \text{Eq. (2.33)}$$

Já o vetor de cargas globais representa as ações externas atuantes em cada nó da estrutura nas direções dos eixos globais. Para uma treliça de *n* nós e *b* barras, tem-se o vetor de cargas globais representado da seguinte forma (SOARES, 2011):

$$F = \begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ \cdots \\ \cdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \end{Bmatrix} \qquad \text{Eq. (2.34)}$$

Importante destacar que o vetor de cargas globais, $\{F\}$, representa todas as ações externas atuantes em cada nó da estrutura, inclusive as reações de apoio (GERE e WEAVER, 1987). Sendo assim, pode-se representá-lo também da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ \cdots \\ \cdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{x1} \\ f_{y1} \\ f_{x2} \\ f_{y2} \\ \cdots \\ \cdots \\ f_{xn} \\ f_{yn} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} R_{x1} \\ R_{y1} \\ R_{x2} \\ R_{y2} \\ \cdots \\ \cdots \\ R_{xn} \\ R_{yn} \end{Bmatrix} \qquad \text{Eq. (2.35)}$$

Sendo:

$\{F\}$: Vetor de cargas globais;

$\{f\}$: Vetor de carregamentos aplicados em cada nó da estrutura em coordenadas globais;

$\{R\}$: Vetor de reações de apoio em coordenadas globais ;

Conforme mencionado anteriormente, deverão ser estabelecidas as condições de equilíbrio da estrutura e de compatibilidade dos deslocamentos. Sendo assim, consoante SOARES (2011), o vetor de cargas globais é expresso em função da matriz de rigidez global e do vetor de deslocamentos nodais em coordenadas globais, conforme a equação Eq. (2.36), a seguir:

$$\{F\} = [S] \times \{D\} \qquad \text{Eq. (2.36)}$$

Sendo:

$\{F\}$: Vetor de cargas globais da estrutura;

$[S]$: Matriz de rigidez global da estrutura; e

$\{D\}$: Vetor de deslocamentos nodais (incógnitas primárias).

Ainda conforme o autor supracitado, a equação Eq. (2.36) pode ser expressa também da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ \cdots \\ \cdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{12n} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{22n} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{32n} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{42n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ s_{n1} & s_{n2} & s_{n3} & s_{n4} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{2n2n} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \\ D_{x2} \\ D_{y2} \\ \cdots \\ \cdots \\ D_{xn} \\ D_{yn} \end{Bmatrix} \qquad \text{Eq. (2.37)}$$

Na próxima etapa, segundo SOARES (2011), para que seja possível solucionar o sistema de equações lineares – expresso na forma matricial na Eq. (2.37) –, deverão ser introduzidas as condições de contorno da estrutura.

Porém, como destaca o referido autor, a introdução dos deslocamentos de valor nulo, ou seja, daqueles referentes aos nós restringidos, implicaria na eliminação de uma banda da matriz de rigidez global, fazendo-se necessário realocar as incógnitas do problema (deslocamentos nodais). Diante disso, SOARES (2011) propõe, como saída para o referido problema, fazer o elemento da diagonal principal igual a “um” e zerar todas as demais posições pertencentes a esta linha e coluna da matriz de rigidez global. Já no vetor de cargas globais, zeram-se os elementos cujas posições apresentam restrições.

Inseridas as condições de contorno, a próxima etapa consiste na resolução do sistema de equações lineares para a determinação das incógnitas primárias do método da rigidez, ou seja, os deslocamentos nodais (SOARES, 2011).

Com os deslocamentos calculados, determinam-se os esforços nos extremos das barras (esforços axiais solicitantes). Para isso, é necessário, primeiramente, converter os deslocamentos nodais em coordenadas globais, calculados na etapa anterior, para coordenadas locais. De acordo com SOARES (2011), essa conversão é feita multiplicando o vetor de deslocamentos nodais em coordenadas globais pela matriz de rotação, representada a seguir:

$$RT = \begin{bmatrix} cos\alpha & sen\alpha & 0 & 0 \\ -sen\alpha & cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & cos\alpha & sen\alpha \\ 0 & 0 & cos\alpha & sen\alpha \end{bmatrix} \qquad \text{Eq. (2.38)}$$

Sendo:

RT: matriz de rotação; e

$cos\alpha\ e\ sen\alpha$: co-senos diretores.

Portanto, a conversão dos deslocamentos nodais em coordenadas globais para deslocamentos nodais em coordenadas locais fica:

$$\begin{Bmatrix} D^L_{kxi} \\ D^L_{kyi} \\ D^L_{kxj} \\ D^L_{kyj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\alpha & sen\alpha & 0 & 0 \\ -sen\alpha & cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & cos\alpha & sen\alpha \\ 0 & 0 & cos\alpha & sen\alpha \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} D_{xi} \\ D_{yi} \\ D_{xj} \\ D_{yj} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. (2.39)}$$

Agora, com os deslocamentos nodais calculados e devidamente convertidos para coordenadas locais, substitui-os na equação da barra da treliça, relembrada novamente a seguir, e determinam-se os esforços nos extremos das barras, ou seja, os esforços axiais solicitantes (SOARES, 2011).

$$\begin{Bmatrix} F^L_{kxi} \\ F^L_{kyi} \\ F^L_{kxj} \\ F^L_{kyj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_k \times A_k}{L_k} & 0 & -\frac{E_k \times A_k}{L_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{E_k \times A_k}{L_k} & 0 & \frac{E_k \times A_k}{L_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} D^L_{kxi} \\ D^L_{kyi} \\ D^L_{kxj} \\ D^L_{kyj} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. (2.29)}$$

Por fim, com os deslocamentos nodais em coordenadas globais calculados, pode-se também determinar as reações de apoio da estrutura. Substituindo a equação Eq. (2.35) na equação Eq. (2.37), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} f_{x1} \\ f_{y1} \\ f_{x2} \\ f_{y2} \\ \dots \\ \dots \\ f_{xn} \\ f_{yn} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} R_{x1} \\ R_{y1} \\ R_{x2} \\ R_{y2} \\ \dots \\ \dots \\ R_{xn} \\ R_{yn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & \dots & \dots & \dots & s_{12n} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & \dots & \dots & \dots & s_{22n} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & \dots & \dots & \dots & s_{32n} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & \dots & \dots & \dots & s_{42n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{n1} & s_{n2} & s_{n3} & s_{n4} & \dots & \dots & \dots & s_{2n2n} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \\ D_{x2} \\ D_{y2} \\ \dots \\ \dots \\ D_{xn} \\ D_{yn} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. (2.40)}$$

Isolando-se o vetor de reações de apoio, $\{R\}$, e efetuando-se as operações matriciais, determinam-se os valores das reações nos nós que contenham restrições (GERE e WEAVER, 1987).

$$\begin{Bmatrix} R_{x1} \\ R_{y1} \\ R_{x2} \\ R_{y2} \\ \cdots \\ \cdots \\ R_{xn} \\ R_{yn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{12n} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{22n} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{32n} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{42n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ s_{n1} & s_{n2} & s_{n3} & s_{n4} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{2n2n} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \\ D_{x2} \\ D_{y2} \\ \cdots \\ \cdots \\ D_{xn} \\ D_{yn} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} f_{x1} \\ f_{y1} \\ f_{x2} \\ f_{y2} \\ \cdots \\ \cdots \\ f_{xn} \\ f_{yn} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. (2.41)}$$

Vale destacar que os nós que não contenham restrições implicarão em valores zeros para os respectivos elementos do vetor de reações de apoio.

2.5 Softwares existentes

Após a análise dos principais softwares livres disponíveis para o dimensionamento de estruturas de madeira, no Brasil, pode-se destacar o VisualTaco, desenvolvido na Universidade de Passo Fundo, e o Estrutura_de_Madeira, desenvolvido na Universidade Comunitária da Região de Chapecó

2.5.1 VisualTaco

Segundo VANZELA (2011), o VisualTaco é um software ligado ao dimensionamento de estruturas de madeira, desenvolvido na Universidade de Passo Fundo, o qual efetua o dimensionamento da estrutura após o usuário fornecer os esforços. Assim, torna-se necessário o operador informar os esforços relativos ao momento fletor, esforço cortante e axial, da estrutura, para prosseguir com o dimensionamento, sendo que estes podem ser obtidos em programas de estruturas, tais como o FTOOL.

2.5.2 Estrutura_de_Madeira

O Estrutura_de_Madeira é um software da área de estruturas de madeira, desenvolvido na Universidade Comunitária da Região de Chapecó. Segundo VANZELA (2011), esse software calcula as reações de uma estrutura proposta e dimensiona a mesma em madeira. Ainda segundo VANZELA (2011), o dimensionamento feito pelo Estrutura_de_Madeira não engloba sistemas estruturais particulares, tais como treliças; como também não entra no mérito de combinações de ações.

3 Procedimentos Metodológicos

O desenvolvimento do trabalho consiste das seguintes etapas: revisão dos conceitos referentes à análise estrutural de treliças e de dimensionamento de estruturas de madeira; definição do método de resolução de treliças a ser utilizado; escolha da linguagem de programação adequada; domínio da linguagem de programação escolhida; e desenvolvimento do código computacional a fim de atingir o objetivo proposto para o trabalho.

Primeiro foi realizada a revisão bibliográfica de estruturas e peças de madeira com o objetivo de relembrar conceitos importantes e definições normativas para o projeto de estruturas de madeiras na construção civil. Posteriormente, a revisão bibliográfica passou para a análise de estruturas reticuladas, verificando-se diversas maneiras distintas de analisar os esforços atuantes nas estruturas reticuladas. Entre as metodologias abordadas, estão o método dos nós, método das seções, método das forças e método da rigidez.

Entre as metodologias, verificou-se que o método da rigidez é o mais adequado para a implementação computacional na determinação dos esforços atuantes na treliça, pois, segundo GERE e WEAVER (1987), o método da rigidez é um método muito geral que pode ser aplicado a qualquer tipo de estrutura reticulada, além do desenvolvimento sistemático dos procedimentos de cálculo.

O próximo procedimento adotado foi escolher a linguagem de programação mais adequada ao desenvolvimento do trabalho, além dela facilitar a programação. Algumas das linguagens mais conhecidas de programação, conforme BERNARDO (2014), são: PYTHON, JAVA, C++, RUBY e JAVASCRIPT. A escolha da linguagem de programação a ser utilizada levou em consideração a facilidade de aprendizado, os recursos disponibilizados e a velocidade de desenvolvimento.

Levando em consideração os fatores supracitados, escolheu-se a utilização da linguagem VB (Visual Basic), pois esta atende aos requisitos estipulados.

Após a determinação do método de análise estrutural mais indicado para a solução do problema e a escolha da linguagem de programação, iniciou-se o desenvolvimento do algoritmo de cálculo para implementação computacional, sendo necessário verificar e validar cada etapa de cálculo, pois os cálculos seguem um fluxo.

3.1 Processamento do software

O processamento do software é constituído de diversas etapas, que foram representadas na Figura 3.2, a seguir.

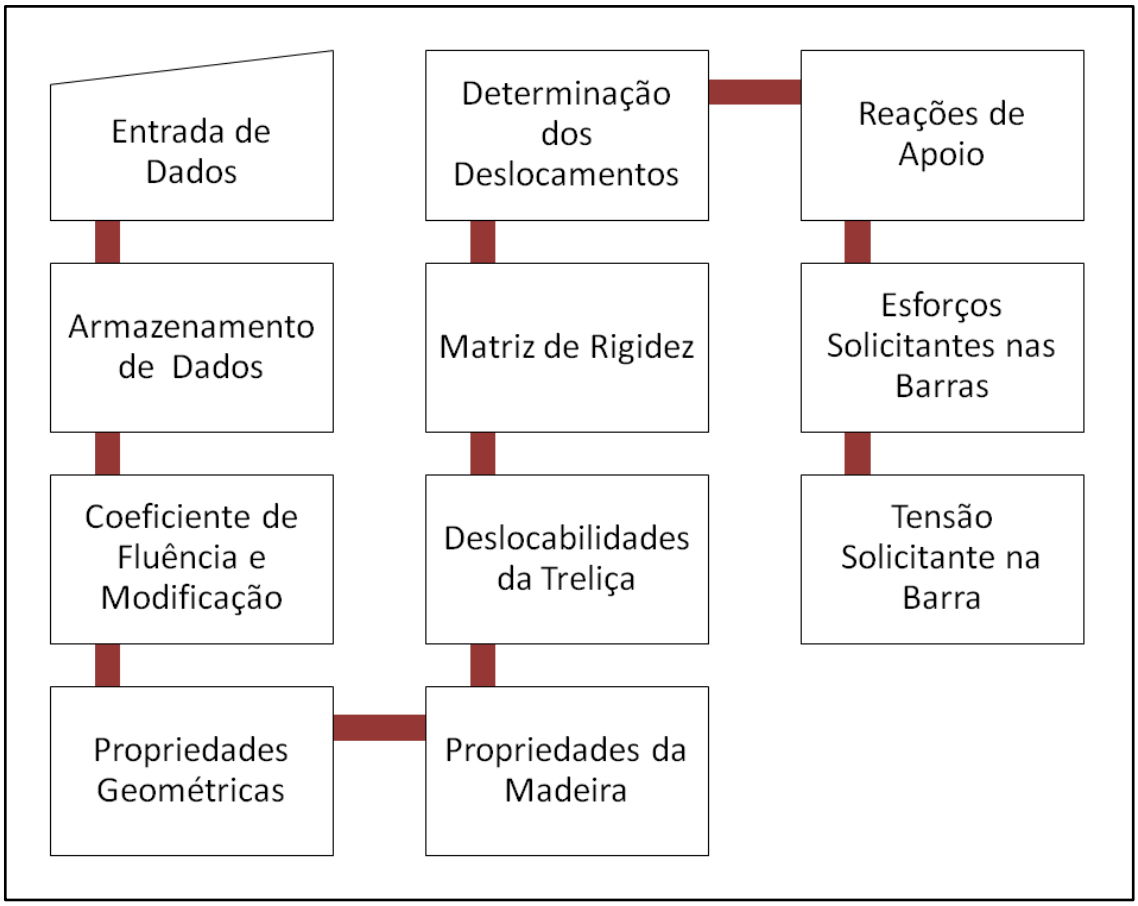


Figura 3.2 – Etapas do processamento do software.

Cada uma das etapas, acima identificadas, serão descritas nos subtítulos subsequentes.

3.1.1 Entrada de dados

A entrada de dados do programa é manual e fornecida pelo usuário. Estes dados correspondem, entre outros dados, às coordenadas cartesianas dos nós, que são o início e final da barra.

Além das coordenadas cartesianas dos nós, é fornecido o carregamento aplicado do nó em questão e se existe, ou não, restrição neste nó. Esta restrição representa se existe ou não apoio no nó.

Para a correta verificação da estrutura, é informada a conectividade das barras, ou seja, qual o nó inicial e final de cada barra inserida. Como dado particular de cada barra, é necessário o fornecimento, também, das dimensões da seção transversal da estrutura, que é limitada como um quadrado ou retângulo, principais geometrias adotadas na construção de treliças em madeira.

Outras informações inseridas manualmente referem-se à madeira, que por meio de um controle condicional existente, possibilita escolher se a madeira é classificada, de acordo com as classes de resistência; se é uma das espécies de madeira constantes no Anexo E da NBR 7190:1997, utilizando para isso um banco de dados constante no software; ou se são inseridos manualmente os valores de resistência característica à tração, compressão, módulo de elasticidade médio e peso específico. Ainda como dado referente à madeira utilizada, é informado o tipo de madeira, a categoria desta madeira, a classe de umidade do ambiente da estrutura e a classe de carregamento a que está submetida.

Como citado no dimensionamento de peças sujeitas à tração, no capítulo 2.2.2, é importante a consideração dos furos para a determinação da área liquida da seção transversal da peça. Sendo assim, possibilitou-se ao usuário duas formas dele estimar a área de furo a ser considerada para a verificação das barras tracionadas.

Na primeira possibilidade, fixou-se uma ligação simples em madeira, utilizando uma chapa metálica, com os parafusos dispostos na direção perpendicular ao eixo longitudinal da barra, sem considerar cortes na peça de madeira para um melhor acabamento arquitetônico. Nesse tipo de ligação, o usuário deverá inserir o diâmetro dos parafusos, bem como a quantidade destes por seção transversal da barra, limitado a no máximo quatro parafusos por seção. A Figura 3.1, a seguir, representa essa possibilidade de ligação considerada.

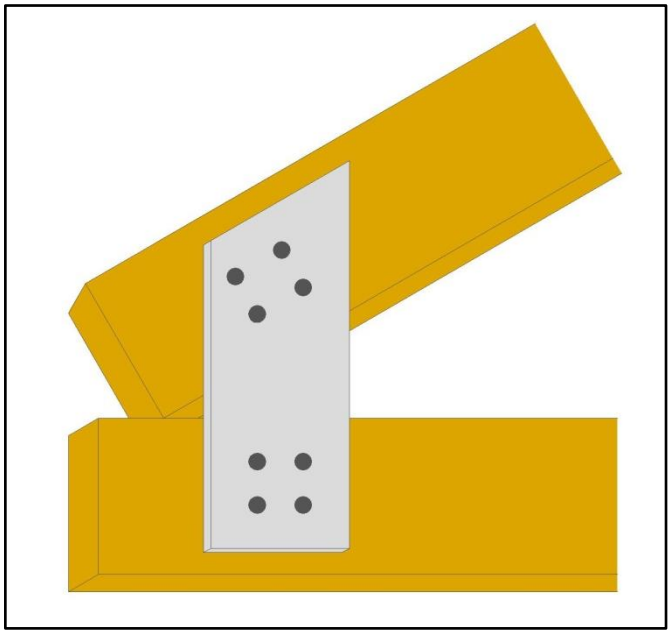


Figura 3.1 – Exemplo de ligação com chapa metálica considerada

A segunda possibilidade do usuário estimar a área de furo consiste na definição de um percentual sobre a área bruta da seção transversal da barra, sendo assim a área de furo e a área líquida da seção transversal da barra são calculadas conforme as Eq. (3.1) e Eq. (3.2), a seguir:

$$A_{furo} = \frac{P(\%)}{100} \times A \qquad \text{Eq. (3.1)}$$

$$A_{liq} = A - A_{furo} \qquad \text{Eq. (3.2)}$$

Sendo:

A_{furo}: Área de furo;

A: Área bruta da seção transversal da barra;

A_{liq}: Área líquida da seção transversal da barra; e

$P(\%)$: Percentual da área de furo a ser definido pelo usuário.

3.1.2 Armazenamento dos dados

Após a inserção de todos os dados necessários, o processamento automático de dados inicia-se com o armazenamento das coordenadas cartesianas dos nós em dois vetores, denominados X e Y, de ordem *n*, sendo *n* o número de nós

da estrutura. Na sequência, os valores das cargas aplicadas em cada nó são armazenadas em um vetor (F) de ordem 2x*n* (dobro do número de nós da estrutura), sendo as posições ímpares para armazenagem do valor referente à força na direção do eixo da abscissa e as posições pares para a força na direção do eixo da ordenada. De forma análoga, as restrições do nó são armazenadas em outro vetor de ordem 2x*n*, este denominado R, porém, ao invés de valores numéricos, é armazenada a informação de verdadeiro quando está restringido e falso quando não está.

Seguindo no armazenamento de dados, são armazenadas, então, as informações referentes à conectividade das barras em uma matriz de *b* (número de barras da estrutura) linhas e duas colunas; denominou-se esta matriz de Conect. Em seguida, armazena-se a dimensão da base da peça de madeira, em um vetor de ordem *b* e nome bw, depois a altura da peça, em outro vetor de tamanho *b,* mas nomeado de h. Feito isso, é armazenado o número de furos da ligação e o diâmetro do parafuso em duas variáveis distintas, denominadas nf e Df.

3.1.3 Coeficientes de fluência e de modificação

Com a entrada de dados descrita no item 3.1.1, é realizada uma série de operações condicionais, estas operações possibilitam a determinação dos coeficientes de fluência e modificação da madeira.

Analisando condicionalmente a classe de carregamento da estrutura combinada à classe de umidade do ambiente, determina-se o coeficiente de fluência da madeira. Na sequência, é utilizado o controle condicional considerando o tipo de madeira juntamente com a classe de carregamento, para determinar o primeiro coeficiente de modificação (K_{mod1}). Outro controle condicional considera o tipo de madeira associado à classe de umidade do ambiente, determinando o segundo coeficiente de modificação (K_{mod2}). Por fim, um terceiro controle condicional associa o gênero da madeira utilizada à categoria desta, determinando assim o terceiro coeficiente de modificação (K_{mod3}).

Depois de determinados os coeficientes de modificação parciais, o coeficiente de modificação, propriamente dito, é determinado pela equação:

$$K_{mod} = K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \qquad \text{Eq. (3.3)}$$

3.1.4 Propriedades geométricas

Seguindo no processamento de dados, na sequência são calculados três comprimentos de barra, armazenados em três vetores de ordem *b*, distintos. Estes comprimentos calculados referem-se ao comprimento da barra na direção da abscissa, comprimento na direção da ordenada e comprimento total da barra.

Os comprimentos na direção da abscissa e da ordenada são determinados pela diferença entre as coordenadas dos nós iniciais e finais da barra, na direção do eixo considerado. Já o comprimento total da barra (L) é determinado como na Eq. (3.4)

$$L = \sqrt{{L_x}^2 + {L_y}^2} \qquad \text{Eq. (3.4)}$$

Sendo:

L_x: comprimento da barra na direção da abscissa; e

L_y: comprimento da barra na direção da ordenada.

Após a determinação dos comprimentos das barras, em três vetores distintos - todos de tamanho *b*, sendo *b* a quantidade de barras - é armazenada a área bruta da seção transversal da barra, a área de furo que existe na barra e a área útil da barra, que é a diferença entre a área bruta e a área de furo.

As próximas propriedades geométricas determinadas, no processamento de dados, são os co-senos diretores das barras, armazenados em dois vetores distintos de ordem *b*.

A determinação destes co-senos diretores fora descrita no capítulo 2.4.2.5

3.1.5 Propriedades da madeira

Conseguinte à determinação das propriedades geométricas, determinam-se as resistências de cálculo da madeira, tanto para solicitações de tração como compressão, assim como a rigidez da peça. Os métodos de cálculo dessas propriedades foram descritos no capítulo 2.1.4 e os valores encontrados são armazenados em variáveis distintas.

3.1.6 Deslocabilidades da treliça

A próxima etapa do processamento consiste na enumeração de todas as deslocabilidades possíveis, na treliça informada. Estas deslocabilidades são armazenadas em uma matriz, denominada D, de *n* (quantidade de nós da estrutura) linhas e duas colunas. As deslocabilidades são enumeradas sequencialmente e vão da deslocabilidade "um" até a deslocabilidade "2x*n".* Essas deslocabilidades correspondem aos deslocamentos restritos nos extremos de uma barra de treliça, pois das três deslocabilidades que podem existir em um nó qualquer, ou seja, na direção da abscissa, da ordenada e a rotação, ou giro, em uma treliça só é considerado o deslocamento na direção da abscissa e da ordenada, pois os nós são considerados rotulados, sem restrição ao giro (SOARES, 2011).

Depois de enumeradas todas as deslocabilidades da treliça, são armazenadas em uma matriz de *b* (quantidade de barras) linhas e quatro colunas, denominada *q*, as quatro deslocabilidades que existem nos dois nós que conectam cada uma das barras da treliça. Cada linha da matriz refere-se a uma barra da treliça

Na determinação dessa matriz de deslocabilidades da barra, utilizou-se a matriz de conectividade criada na armazenagem dos dados para possibilitar a correta distribuição das deslocabilidades.

3.1.7 Matriz de rigidez

No cálculo da matriz de rigidez da estrutura, são necessárias duas etapas de cálculo distintas dentro de um mesmo controle iterativo. A primeira etapa de cálculo é a determinação da matriz dos coeficientes de rigidez da barra, em coordenadas globais, como descrito no capítulo 2.4.2.5 da revisão bibliográfica.

Determinada a matriz de rigidez da barra, a próxima etapa de cálculo é o espalhamento e acumulação dos coeficientes de rigidez da barra para a matriz de rigidez da estrutura, descrito no mesmo capítulo supracitado.

Após o controle iterativo percorrer as *b* barras, a matriz de rigidez da estrutura está completa. Essa matriz é uma matriz quadrada de ordem 2x*n* (dobro da quantidade de nós) e é denominada RIG.

3.1.8 Determinação dos deslocamentos

Para a determinação dos deslocamentos, como todo o processo de desenvolvimento do software envolve sistemas matriciais, a primeira atividade

necessária é a aplicação das condições de contorno na matriz de rigidez da estrutura e no vetor de cargas globais. Estas condições de contorno levam em consideração o vetor de restrições da entrada de dados, em que o usuário informa se o nó possuiu ou não apoio e de que tipo.

Aplicando um controle condicional, quando o software reconhece a existência de restrição no nó, modificam-se a matriz de rigidez da estrutura e o vetor de cargas globais da seguinte forma: na matriz de rigidez da estrutura, transforma-se no número “um” o elemento da diagonal principal e em “zero” os demais elementos da linha e coluna desse elemento; já no vetor de cargas globais, zera-se o seu elemento, referente a restrição do nó, como descrito no capítulo 2.4.2.5.

Depois de aplicadas as condições de contorno, soluciona-se o sistema de equações lineares, cujos termos independentes são os elementos do vetor de cargas globais; os coeficientes são os elementos da matriz de rigidez da estrutura; e as incógnitas são os elementos do vetor de deslocamentos nodais, conforme demonstra a equação Eq. (2.37) no capítulo 2.4.2.5. Para a solução do sistema de equações lineares, utilizou-se o método de Gauss-Jordan, citado no capítulo 2.3.1.2. Esses deslocamentos são determinados em coordenadas globais e armazenados em um vetor de ordem 2x*n* (dobro da quantidade de nós da estrutura), denominado desloc.

3.1.9 Reações de apoio

Uma vez definida a matriz de rigidez da estrutura, o vetor de carregamentos aplicados em cada nó, e os deslocamentos nodais em coordenadas globais, determinam-se as reações de apoio, conforme descrito na Eq. (2.41) do capítulo 2.4.2.5 da revisão bibliográfica, as quais são armazenas em um vetor de ordem 2x*n* (dobro da quantidade de nós da estrutura).

Importante destacar que para o cálculo das reações de apoio, utiliza-se a matriz de rigidez da estrutura e o vetor de cargas globais sem as modificações devidas às condições de contorno.

3.1.10 Esforço solicitante nos extremos da barra

Com a utilização de um controle iterativo, que percorre as *b* barras da estrutura, os deslocamentos em coordenadas globais de cada barra, calculados

anteriormente, são transformados em coordenadas locais da barra, conforme descrito na Eq. (2.39), constante no capítulo 2.4.2.5.

Feito isso, determinam-se os esforços solicitantes nos extremos de cada barra com a resolução da Eq. (2.29), constante no capítulo 2.4.2.5 da revisão bibliográfica. Levando-se em conta que, em uma treliça, existem apenas esforços axiais nos extremos da barra, para a correta determinação dos esforços solicitantes e diferenciação nos sentidos do esforço, o programa utiliza apenas o esforço F_{kxj}^{L}, como descrito em 2.4.2.5.

3.1.11 Tensão solicitante da barra

Para a determinação da tensão solicitante em cada uma das barras, utiliza-se um controle condicional, que no caso de o esforço solicitante ser positivo, é considerado um esforço de tração, e então, determina-se a tensão solicitante dividindo o esforço pela área da seção líquida da barra. Caso o controle condicional verifique que o esforço solicitante é negativo, compreende-se que a solicitação é de compressão, logo, a tensão é determinada de maneira descrita nos itens a seguir.

As tensões solicitantes na barra são armazenadas em um vetor de ordem *b* (quantidade de barras da estrutura), que servirá para futura verificação com a tensão resistente.

As etapas do desenvolvimento do código, acima explicadas, que correspondem à análise estrutural da treliça e a determinação das resistências de projeto da madeira escolhida, podem ser acompanhadas na Figura 3.2, que serve para exemplificar de maneira mais clara como se desenvolve os procedimentos de cálculo no software.

3.1.12 Verificação da estabilidade da barra

O último processamento de dados do software consiste na verificação da estabilidade da barra quanto às solicitações de tração ou compressão. Um controle condicional é utilizado para verificar qual o tipo de solicitação.

3.1.12.1 Tração

Quando o controle condicional verifica que a barra está submetida à uma tensão positiva, de tração, é realizada a comparação da tensão solicitante com a tensão resistente, conforme Eq. (2.10).

Então, outro controle condicional é utilizado para esta comparação, informando ao usuário se a barra é estável quanto à solicitação. Se a tensão solicitante for inferior à tensão resistente a barra é considerada estável, caso contrário, ela é considerada não estável.

Uma visualização clara do funcionamento dessa etapa do processo de verificação da estabilidade das peças é melhor representado na Figura 3.3.

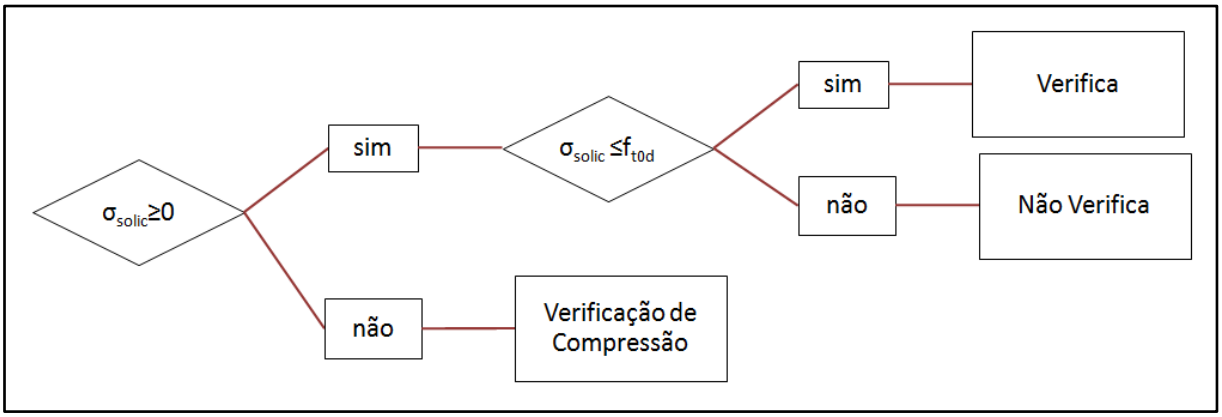


Figura 3.3 – Fluxograma da verificação das peças sujeitas à tração.

3.1.12.2 Compressão

A análise das barras sujeitas às solicitações de compressão é um pouco mais complexa, por este motivo, o primeiro procedimento, depois de determinado o tipo de solicitação, é o cálculo do índice de esbeltez da barra, descrito em 2.2.3.1.

Determinado o valor do índice de esbeltez da barra, controles condicionais são aplicados para verificar se a peça é curta, medianamente esbelta, esbelta ou se o índice de esbeltez é superior ao valor de 140 (cento e quarenta). Definido o índice de esbeltez da barra, se o valor exceder o limite normativo de 140, um aviso é enviado ao usuário sobre isto e a barra não é verificada. Caso o índice esteja entre os limites citados anteriormente, procede-se a verificação de estabilidade, conforme os itens 2.2.3.2, 2.2.3.3 e 2.2.3.4, para as peças curtas, medianamente esbeltas e esbeltas, respectivamente.

A Figura 3.4, a seguir, exemplifica, por meio de um fluxograma, o desenvolvimento desse processo de verificação da estabilidade de peças comprimidas.

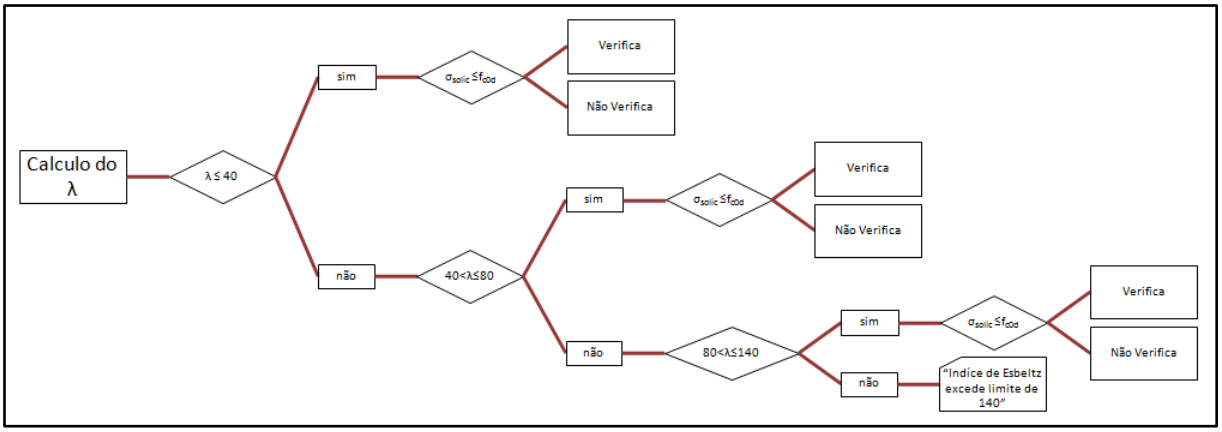


Figura 3.3 – Fluxograma da verificação das peças sujeitas à compressão.

3.2 Validação

A validação do software foi dividida em três etapas distintas, sendo elas a validação da análise estrutural, a validação das resistências de projeto da madeira utilizada e, por fim, a validação da verificação de estabilidade das peças. A validação foi desenvolvida em três módulos distintos pois a análise estrutural e a determinação das resistências de projetos são independentes, sendo necessário, depois de validados os dois primeiros módulos, uni-los para validar a verificação de estabilidade da peça.

A validação da etapa de análise estrutural da treliça foi desenvolvida com o auxílio do software Ftool, software consolidado e muito utilizado por acadêmicos da engenharia. Para a comparação dos valores dos esforços internos nas barras e das reações de apoio, obtidos no Ftool, com os resultados gerados pelo programa desenvolvido, foram analisadas três treliças distintas, apresentadas nas figuras 3.3 à 3.8, a seguir.

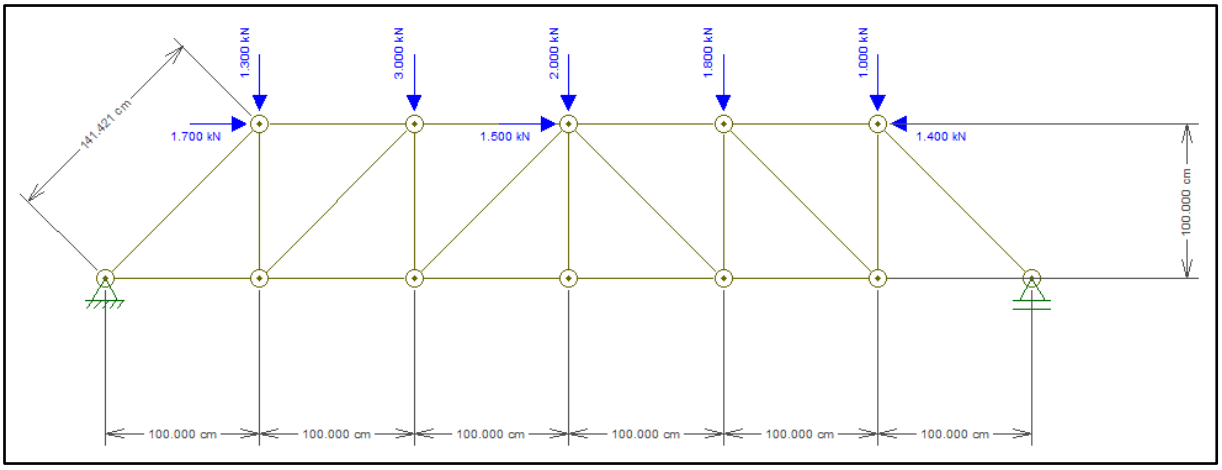


Figura 3.3 – Treliça tipo Howe com carregamentos

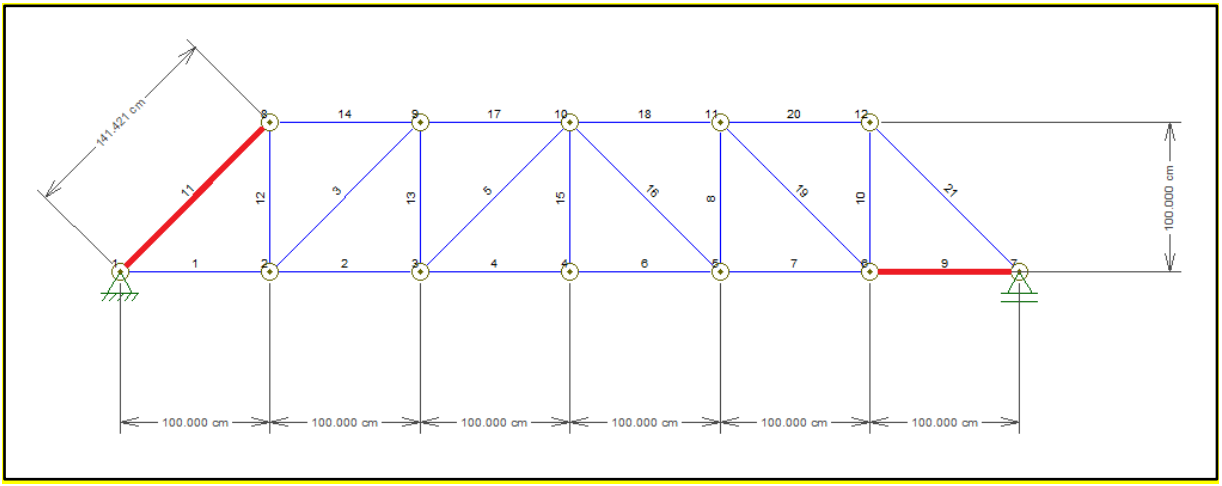


Figura 3.4 – Treliça tipo Howe com numeração dos nós e barras

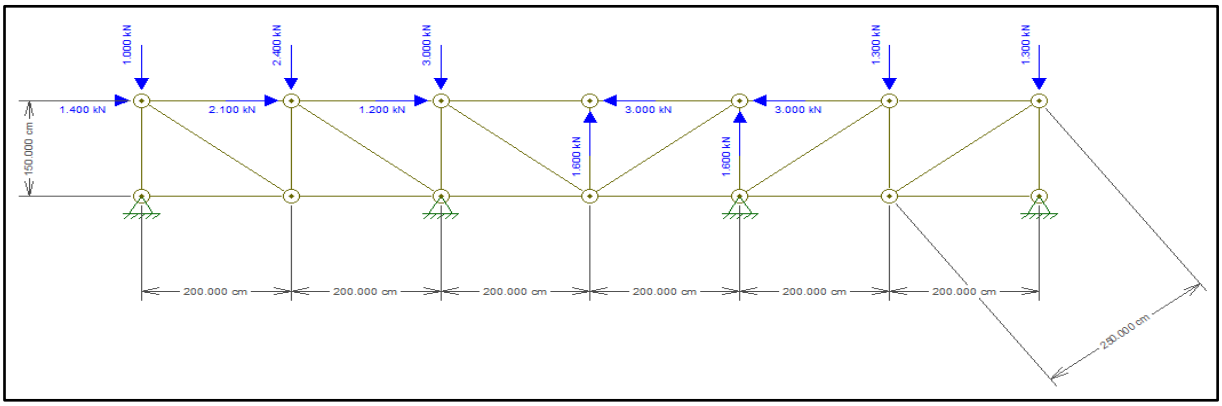


Figura 3.5 – Treliça tipo Pratt com carregamentos

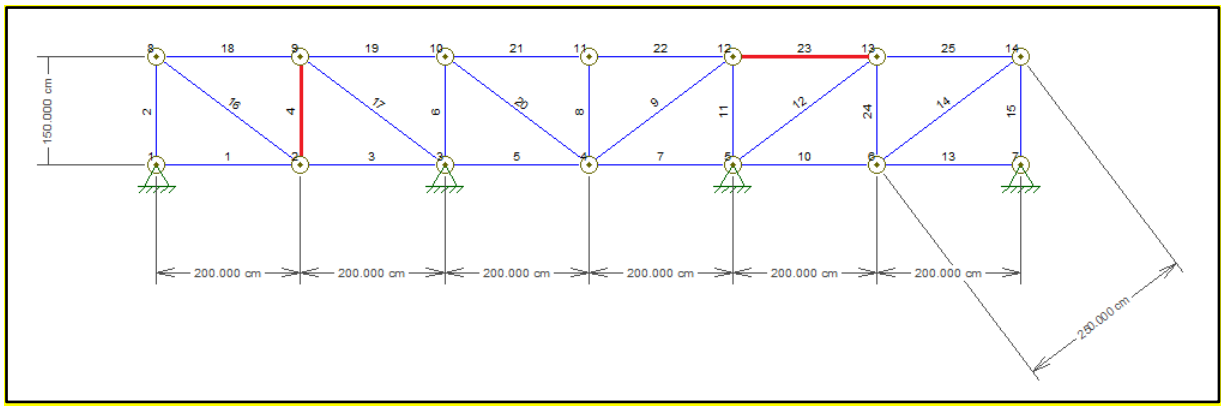


Figura 3.6 – Treliça tipo Pratt com numeração dos nós e barras

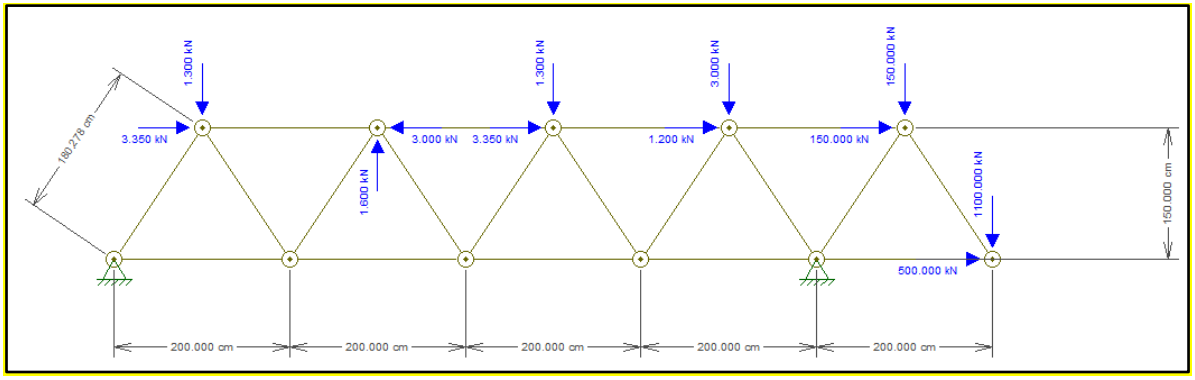


Figura 3.7 – Treliça tipo Warren com carregamentos

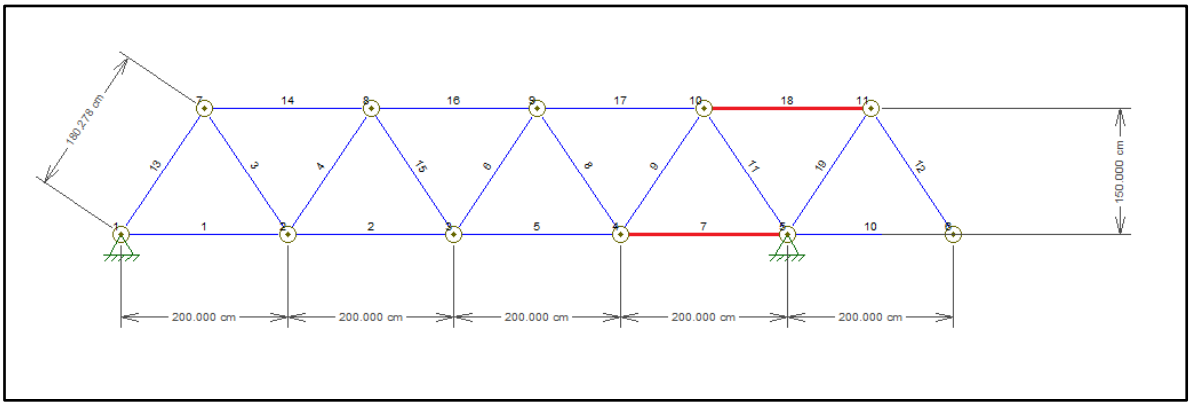


Figura 3.8 – Treliça tipo Warren com numeração dos nós e barras

Nas treliças arbitradas, foram comparados os valores tanto das forças solicitantes em todas as barras, como também das reações em todos os apoios obtidos pelo Ftool, com os valores obtidos pelo software desenvolvido. Para as comparações, manteve-se as mesmas características geométricas das peças e as mesmas propriedades da madeira, de modo a não tornar algum erro imperceptível, se associado ao tipo de madeira, por exemplo. A comparação dos resultados obtidos

pode ser visualizado no capítulo 4 e os valores dos parâmetros de cálculo utilizados são descritos a seguir:

- Madeiras Classificadas;
- Conífera;
- Classe de resistência C20;
- Madeira serrada;
- Classe de umidade 1;
- Carregamento permanente;
- Base da seção transversal da barra: $b = 6\,cm$;
- Altura da seção transversal da barra: $h = 12\,cm$;
- Número de furos na seção transversal: $nf = 1$
- Diâmetro do furo: $\emptyset_{furo} = 1\,cm$

Quanto à validação da madeira utilizada, para determinação das resistências de projeto, primeiramente fez-se a validação do coeficiente de modificação, na sequência foram determinados o módulo de elasticidade efetivo, resistência de projeto à tração e resistência de projeto à compressão, da madeira escolhida. Além destes parâmetros mencionados, foi validado, também, o coeficiente de fluência da madeira, pois a sua utilização é necessária no caso de peças esbeltas comprimidas.

Tendo em vista que estes parâmetros independem da geometria da estrutura, não foi utilizada qualquer estrutura para esta validação. Optou-se por utilizar cinco combinações distintas, sendo escolhidas uma para madeira conífera classificada, uma para dicotiledônea classificada, uma para espécie de conífera do banco de dados, uma para espécie de dicotiledônea do banco de dados e, por fim, uma entrada de dado fornecida pelo usuário. A comparação dos resultados desta validação são apresentados, também, no capítulo 4, porém, os dados utilizados em cada uma das validações são apresentados a seguir:

1. Conífera Classificada
    - Classe de resistência: C25
    - Tipo de Madeira: madeira serrada

- Classe de umidade do ambiente: classe 2
- Classe de carregamento da estrutura: longa duração

2. Dicotiledônea Classificada
    - Classe de resistência: C60
    - Tipo de Madeira: laminada colada
    - Categoria da maderia: 1ª categoria
    - Classe de umidade do ambiente: classe 1
    - Classe de carregamento da estrutura: permanente
3. Espécie de conífera
    - Espécie escolhida: Pinho do Paraná
    - Tipo de Madeira: madeira compensada
    - Classe de umidade do ambiente: classe 3
    - Classe de carregamento da estrutura: média duração
4. Espécie de dicotiledônea
    - Espécie escolhida: Champagne
    - Tipo de Madeira: madeira recomposta
    - Categoria da maderia: 2ª categoria
    - Classe de umidade do ambiente: classe 4
    - Classe de carregamento da estrutura: curta duração
5. Entrada de dados do usuário
    - Tipo de Madeira: madeira serrada
    - Categoria da maderia: 2ª categoria
    - Classe de umidade do ambiente: classe 2
    - Classe de carregamento da estrutura: instantânea

O desenvolvimento dos cálculos para a validação do software quanto a determinação das propriedades da madeira estão apresentados no Apendice A.

Depois de validadas as etapas anteriores, iniciou-se a validação da verificação de estabilidade das peças. Sabendo que as validações anteriores são independentes e que obtiveram um resultado satisfatório, a validação da próxima etapa pode ser realizada em uma única treliça e com um único tipo de madeira combinada com os parâmetros modificadores.

Para a validação da verificação de estabilidade das peças fora selecionada, então, a treliça tipo Howe, apresentada nas figuras 3.3 e 3.4, e os parâmetros da madeira conífera classificada. A fim de determinar os resultados manualmente e comparar com os resultados gerados pelo software, foram comparadas três barras sujeitas à esforços de compressão e três barras sujeitas à esforços de tração, sendo estas ultimas úteis para a validação, também, da área de furo a ser descontada. O desenvolvimento manual dos cálculos consta no Apêndice A. As dimensões da seção transversal adotada, o diâmetro e quantidade de furos estão apresentados abaixo.

- Base da seção transversal da barra: $b = 6cm$
- Altura da seção transversal da barra: $h = 12cm$
- Número de furos da seção transversal da barra: $nf = 1$
- Diâmetro dos furos da seção transversal da barra: $\varphi = 1$

Os resultados da validação desta etapa, assim como das demais etapas, constam no capítulo 4 deste trabalho.

4 Análise de resultados

Ao tratarmos da análise estrutural dos sistemas treliçados, os resultados obtidos pelo software demonstrou um bom desempenho na comparação com os resultados obtidos pelo Ftool. Uma visualização mais clara desta comparação de resultados pode ser observada nas tabelas que seguem.

Tabela 4.1 – Comparação dos resultados dos esforços axiais solicitantes - Treliça tipo Howe

Barra	Ftool (kN)	Treliças_Madeira (kN)
1	6,350	6,350
2	9,600	9,600
3	-4,596	-4,596
4	9,850	9,850
5	-0,354	-0,354
6	9,850	9,850
7	8,100	8,100
8	1,750	1,750
9	4,550	4,550
10	3,550	3,550
11	-6,435	-6,435
12	3,250	3,250
13	0,250	0,250
14	-6,250	-6,250
15	0,000	0,000
16	-2,475	-2,475
17	-9,500	-9,500
18	-9,500	-9,500
19	-5,020	-5,020
20	-5,950	-5,950
21	-6,435	-6,435

Tabela 4.2 – Comparação dos resultados das reações de apoio - Treliça tipo Howe

Nó	Ftool		Treliças_Madeira	
	R_x (kN)	R_y(kN)	R_x (kN)	R_y(kN)
1	-1,800	4,550	-1,800	4,550
7	0,000	4,550	0,000	4,550

OBS: R_x representa a componente horizontal da reação de apoio, tendo valor positivo quando o sentido é para a direita. Já R_y representa a componente vertical, tendo valor positivo quando o sentido é para cima.

Tabela 4.3 – Comparação dos resultados dos esforços axiais solicitantes - Treliça tipo Pratt

Barra	Ftool (kN)	Treliças_Madeira (kN)
1	-0,375	-0,375
2	-1,563	-1,563
3	0,375	0,375
4	-0,563	-0,563
5	-0,482	-0,482
6	-2,561	-2,561
7	0,482	0,482
8	1,600	1,600
9	-1,935	-1,935
10	-0,076	-0,076
11	2,761	2,761
12	-2,356	-2,356
13	0,076	0,076
14	-0,189	-0,189
15	-1,187	-1,187
16	0,938	0,938
17	-3,062	-3,062
18	-2,151	-2,151
19	-1,801	-1,801
20	-0,731	-0,731
21	-2,416	-2,416
22	0,584	0,584
23	2,036	2,036
24	0,113	0,113
25	0,151	0,151

Tabela 4.4 – Comparação dos resultados das reações de apoio - Treliça tipo Pratt

Nó	Ftool		Treliças_Madeira	
	R_x (kN)	R_y(kN)	R_x (kN)	R_y(kN)
1	0,375	1,563	0,375	1,563
3	-1,593	4,398	-1,593	4,398
5	2,442	-1,348	2,442	-1,348
7	0,076	1,187	0,076	1,187

OBS: R_x representa a componente horizontal da reação de apoio, tendo valor positivo quando o sentido é para a direita. Já R_y representa a componente vertical, tendo valor positivo quando o sentido é para cima.

Tabela 4.5 – Comparação dos resultados dos esforços axiais solicitantes - Treliça tipo Warren

Barra	Ftool (kN)	Treliças_Madeira (kN)
1	645,021	645,021
2	214,229	214,229
3	-388,310	-388,310
4	388,310	388,310
5	-214,429	-214,429
6	386,387	386,387
7	-644,821	-644,821
8	-387,950	-387,950
9	387,950	387,950
10	-233,333	-233,333
11	-391,555	-391,555
12	1322,035	1322,035
13	386,748	386,748
14	426,575	426,575
15	-386,387	-386,387
16	859,300	859,300
17	1285,475	1285,475
18	1716,667	1716,667
19	-1502,313	-1502,313

Tabela 4.6 – Comparação dos resultados das reações de apoio - Treliça tipo Warren

Nó	Ftool		Treliças_Madeira	
	R_x (kN)	R_y(kN)	R_x (kN)	R_y(kN)
1	-859,550	-321,794	-859,550	-321,794
5	204,650	1575,794	204,650	1575,794

OBS: R_x representa a componente horizontal da reação de apoio, tendo valor positivo quando o sentido é para a direita. Já R_y representa a componente vertical, tendo valor positivo quando o sentido é para cima.

Quanto à determinação do coeficiente de modificação, coeficiente de fluência, resistências de projeto da madeira escolhida e módulo de elasticidade efetivo, o software desenvolvido se mostrou tão satisfatório quanto na determinação dos esforços internos. A análise minuciosa dos resultados obtidos pode ser realizada nas tabelas 4.4 à 4.8.

Tabela 4.4 – Comparação de resultados para madeiras coníferas classificadas

Item	Resolução Manual	Treliças_Madeira
K_{mod}	0,560	0,560
Coeficiente de fluência	0,8	0,8
f_{c0d}	10,00 MPa	10,00 MPa
f_{t0d}	10,10 MPa	10,10 MPa
E_{c0ef}	4760 MPa	4760 MPa

Tabela 4.5 – Comparação de resultados para madeiras dicotiledôneas classificadas

Item	Resolução Manual	Treliças_Madeira
K_{mod}	0,600	0,600
Coeficiente de fluência	0,8	0,8
f_{c0d}	25.71 MPa	25.71 MPa
f_{t0d}	25,97 MPa	25,97 MPa
E_{c0ef}	14700 MPa	14700 MPa

Tabela 4.6 – Comparação de resultados para espécies de madeira conífera

Item	Resolução Manual	Treliças_Madeira
K_{mod}	0,512	0,512
Coeficiente de fluência	1,0	1,0
f_{c0d}	10,47 MPa	10,47 MPa
f_{t0d}	18,54 MPa	18,54 MPa
E_{c0ef}	7795,2 MPa	7795,2 MPa

Tabela 4.7 – Comparação de resultados para espécies de madeira dicotiledônea

Item	Resolução Manual	Treliças_Madeira
K_{mod}	0,648	0,648
Coeficiente de fluência	0,5	0,5
f_{c0d}	30,20 MPa	30,20 MPa
f_{t0d}	33,64 MPa	33,64 MPa
E_{c0ef}	14905,3 MPa	14905,3 MPa

Tabela 4.8 – Comparação de resultados para madeira com propriedades inseridas pelo usuário

Item	Resolução Manual	Treliças_Madeira
K_{mod}	0,88	0,88
Coeficiente de fluência	0,1	0,1
f_{c0d}	22,00 MPa	22,00 MPa
f_{t0d}	26,89 MPa	26,89 MPa
E_{c0ef}	15840 Mpa	15840 Mpa

Na comparação dos resultados obtidos manualmente com os resultados obtidos pelo software, foram selecionas as barras “1”, “7” e “12”, sujeitas à tração, e as barras “3”, “14” e “21”, sujeitas à compressão.

A escolha das peças sujeitas a compressão levou em consideração a classificação quanto à esbeltez, pois na análise de peças classificadas como medianamente esbeltas e esbeltas devem ser verificados um número maior de critérios, se comparado com as peças comprimidas classificadas como curtas, sendo que estas últimas são analisadas de maneira análoga às peças tracionadas.

Os resultados para comparação de cada uma das seis barras analisadas podem ser visualizados nas tabelas que seguem.

Tabela 4.9 – Comparação de resultados barra 1 da treliça tipo Howe

Item	Resolução Manual	Software
Tipo de solicitação	Tração	Tração
Comprimento da barra (cm)	100	100
Área bruta (cm²)	72	72
Área de furo (cm²)	6	6
Área liquida (cm²)	66	66
Esforço solicitante (kN)	6,35	6,35

Tensão solicitante (kN/cm²)	0,096	0,096
Tensão resistente (kN/cm²)	1,01	1,01
Verificação	Peça Estável	Peça Estável

Tabela 4.10 – Comparação de resultados barra 7 da treliça tipo Howe

Item	Resolução Manual	Software
Tipo de solicitação	Tração	Tração
Comprimento da barra (cm)	100	100
Área bruta (cm²)	72	72
Área de furo (cm²)	6	6
Área liquida (cm²)	66	66
Esforço solicitante (kN)	8,1	8,1
Tensão solicitante (kN/cm²)	0,123	0,123
Tensão resistente (kN/cm²)	1,01	1,01
Verificação	Peça Estável	Peça Estável

Tabela 4.11 – Comparação de resultados barra 12 da treliça tipo Howe

Item	Resolução Manual	Software
Tipo de solicitação	Tração	Tração
Comprimento da barra (cm)	100	100
Área bruta (cm²)	72	72
Área de furo (cm²)	6	6
Área liquida (cm²)	66	66
Esforço solicitante (kN)	3,25	3,25
Tensão solicitante (kN/cm²)	0,049	0,049
Tensão resistente (kN/cm²)	1,01	1,01
Verificação	Peça Estável	Peça Estável

Tabela 4.12 – Comparação de resultados barra 3 da treliça tipo Howe

Item	Resolução Manual	Software
Tipo de solicitação	Compressão	Compressão
Comprimento da barra (cm)	141,42	141,42
Área bruta (cm²)	72	72
Índice de esbeltez	81,651	81,65
Esforço solicitante (kN)	-4,596	-4,596
Interação (kN/cm²)	0,115	0,115
Tensão resistente (kN/cm²)	1,00	1,00

Verificação	Peça Estável	Peça Estável

Tabela 4.13 – Comparação de resultados barra 14 da treliça tipo Howe

Item	Resolução Manual	Software
Tipo de solicitação	Compressão	Compressão
Comprimento da barra (cm)	100	100
Área bruta (cm²)	72	72
Índice de esbeltez	57,737	57,735
Esforço solicitante (kN)	6,25	6,25
Interação (kN/cm²)	0,136	0,136
Tensão resistente (kN/cm²)	1,00	1,00
Verificação	Peça Estável	Peça Estável

Tabela 4.14 – Comparação de resultados barra 21 da treliça tipo Howe

Item	Resolução Manual	Software
Tipo de solicitação	Compressão	Compressão
Comprimento da barra (cm)	141,42	141,42
Área bruta (cm²)	72	72
Índice de esbeltez	81,651	81,65
Esforço solicitante (kN)	-6,435	-6,435
Interação (kN/cm²)	0,166	0,167
Tensão resistente (kN/cm²)	1,00	1,00
Verificação	Peça Estável	Peça Estável

No desenvolvimento da resolução manual, que pode ser acompanhada no Apêndice A, foram utilizadas três casas decimais. Nota-se que as divergências de valores entre os resultados manuais e os resultados obtidos pelo software ocorre apenas na terceira casa decimal. Essa diferença deve-se ao erro de arredondamento acumulado no desenvolvimento manual. Como o software desenvolve os cálculos sem tal arredondamento, os resultados são mais precisos que o desenvolvimento manual.

5 Conclusão

Por meio desta pesquisa, foi desenvolvido o código computacional que originou o software Treliça_Madeira. O software determina as solicitações de tração e compressão em cada uma das barras da treliça e, na sequência, realiza a verificação de estabilidade das barras. O software possibilita trabalhar com treliças planas de madeira, sejam elas isostáticas ou hiperestáticas.

Quanto aos resultados obtidos pelo software, estes são considerados satisfatórios, possibilitando a sua utilização para auxiliar no desenvolvimento acadêmico dos alunos.

O desenvolvimento do software foi fundamentado no método da rigidez, muito explorado no livro Análise de Estruturas Reticuladas, dos autores GERE e WEAVER (1987), além de explorado por outros autores, tais como SORIANO (2006) e MARTHA (2010). O método da rigidez é amplamente utilizado na implementação computacional, pois tem aplicação a qualquer tipo de estrutura reticulada, além do desenvolvimento sistemático, que facilita o desenvolvimento lógico dos cálculos no desenvolvimento do algorítimo (GERE E WEAVER, 1987). MARTHA (2010) afirma, ainda, que o método possui apenas uma opção para a escolha sistema hipergeométrico, e a determinação dos coeficientes de rigidez da estrutura é definido, simplesmente, pela soma direta dos coeficientes de rigidez da barra, por este motivo, quando comparado a outros métodos conhecidos, é justificada a utilização do método na maioria dos programas de computador para a análise de estruturas.

Além do método da rigidez, outro fundamento do software foi a NBR 7190:1997, que define todos os critérios necessários para a verificação das peças de madeiras arbitradas pelo usuário. No que diz respeito a análise de peças tracionadas, verificou-se que, mesmo não entrando no mérito da análise da resistência das ligações, é necessário considerar a redução da área da seção transversal da barra provocada pelas ligações, conforme descrito no tópico 2.2.2 deste trabalho.

A importância desta pesquisa pode ser destacada em alguns fatores: o cálculo dos esforços solicitantes de uma treliça, que exige uma grande quantidade de cálculos, tornando-se inviável a sua resolução manual em muitos casos; além disso, a verificação da estabilidade das peças de madeira, que em estruturas com uma grande quantidade de barras, torna o processo moroso, repetitivo e inviável.

Tendo em vista o desempenho aceitável do software, espera-se que outros pesquisadores tenham interesse pelo assunto e deem continuidade no desenvolvimento do software. Entre as melhorias que podem ser implementadas, cabe destacar: a inserção de uma entrada de dados gráfica, a verificação das ligações nas barras da treliça, assim como ampliar os tipos de ligações possíveis, não limitando-se à ligações por pinos.

6 Referências

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira, Rio de Janeiro.

ANTON H.; BUSBY, R. C. **Álgebra linear contemporânea.** Tradutor: Claus Iv Doering. Porto Alegre: Bookman, 2006

ARAUJO, R. T; **Alternativas sustentáveis de uso de madeira na construção civil.** Especialize, Manaus, 2013.

BEER, F.P.; JOHNSTON JUNIOR, E.R, **Mecânica vetorial para engenheiros – Estática.** Tradutor Adolpho Hengeltraub, Revisor Técnico: Giorgio Eugênio Oscare Giacaglia. 5ª Ed. Revisada por Francisco Moral. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1994.

BERNARDO, K. **As linguagens de programação mais populares para 2014.** {online}. Disponível em: <http://startupi.com.br/2014/02/as-linguagens-de-programacao-mais-populares-para-2014/>. Acesso em: 5 julho 2014.

CALIL JUNIOR, C.; LAHR, F. A. R.; DIAS, A. A. **Dimensionamento de elementos estruturais de madeira.** 1ª ed. Barueri: Monole, 2003.

GERE, J. M.; WEAVER JR, W. **Análise de estruturas reticuladas.** Tradutor: Carlos M. P. Ferreira Pinto. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1987.

LEET, K. M.; UANG, C. M.; GILBERT, A. M. **Fundamentos da análise estrutural.** Tradutor: João Eduardo Nobrega Tortello. Revisor Técnico: Pedro V. P. Mendonça. São Paulo: McGraw-Hill, 2009.

LIPSCHUTZ, S. **Algebra linear: teoria e problemas.** Tradutor: Alfredo Alves de Farias com Colaboração de Eliane Farias e Soares. 3ª Ed. São Paulo: Makron Books, 1994.

MANRIQUEZ, M.J.; MORAES, P.D. Comportamento da madeira a temperaturas elevadas. **Revista Ambiente Construído**, v.9, n.4, dezembro, 2009 b.

MARTHA, L. F., **Análise de estruturas:** Conceitos Básicos. 1ª Ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de madeira**. 6ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.
RODRIGUES, F.; **Estudos e projetos em construção de madeira.** Disponível em: <http://www.filiperodrigues.pt/construir-em-madeira/>. Acesso em 16 maio 2014.

SOARES, S. M. B., **Análise matricial de estruturas de barras pelo método da rigidez**. Disponível em: <http://www.feng.pucrs.br/professores/soares>. Acesso em 23 setembro 2014

SORIANO, H. L., **Análise de estruturas – formulação matricial e implementação computacional.** 1ª Ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda. 2005
SORIANO, H. L., **Estática das Estruturas.** 1ª Ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007.

SORIANO, H. L.; LIMA, S. S., **Análise de estruturas - volume I**. 1ª Ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda. 2004.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Algebra linear.** 2ª Ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1987.

VANZELA, J. **Software para análise e dimensionamento de estruturas em madeira.** 2011. Projeto de pesquisa – Curso de graduação em Engenharia Civil, UNOCHAPECO, Chapecó, 2008.

Apêndice A (Validação do Software)

1 Validação das propriedades da madeira

1.1 Conífera Classificada

- Classe de resistência: C25
- Tipo de Madeira: madeira serrada
- Classe de umidade do ambiente: classe 2
- Classe de carregamento da estrutura: longa duração
- Propriedades de resistência:
  a. $f_{c0k} = 25\ MPa$;
  b. $E_{c0m} = 8500\ MPa$;
  c. $\frac{f_{c0k}}{f_{t0k}} = 0{,}77$;
     i. $f_{t0k} = 32{,}47\ MPa$
- Coeficientes de modificação:
  a. $K_{mod1} = 0{,}7$;
  b. $K_{mod2} = 1$;
  c. $K_{mod3} = 0{,}8$;
     i. $K_{mod} = 0{,}56$
- Coeficiente de fluência: $\phi = 0{,}8$
- Valores de cálculo
  - $f_{c0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 10\ MPa$
  - $f_{t0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 10{,}10\ MPa$
  - $E_{c0,ef} = K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times E_{c0,m} = 4760\ MPa$

1.2 Dicotiledônea Classificada

- Classe de resistência: C60
- Tipo de Madeira: laminada colada
- Categoria da maderia: 1ª categoria
- Classe de umidade do ambiente: classe 1
- Classe de carregamento da estrutura: permanente
- Propriedades de resistência:
  a. $f_{c0k} = 60\ MPa$;
  b. $E_{c0m} = 24500\ MPa$;
  c. $\frac{f_{c0k}}{f_{t0k}} = 0{,}77$;
     ii. $f_{t0k} = 77{,}92\ MPa$
- Coeficientes de modificação:
  a. $K_{mod1} = 0{,}6$;
  b. $K_{mod2} = 1$;
  c. $K_{mod3} = 1$;
     i. $K_{mod} = 0{,}6$
- Coeficiente de fluência: $\phi = 0{,}8$
- Valores de cálculo
  - $f_{c0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 25{,}71\ MPa$
  - $f_{t0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 25{,}97\ MPa$
  - $E_{c0,ef} = K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times E_{c0,m} = 14700\ MPa$

1.3 Espécie de Conífera

- Espécie escolhida: Pinho do Paraná
- Tipo de Madeira: madeira compensada
- Classe de umidade do ambiente: classe 3
- Classe de carregamento da estrutura: média duração
- Propriedades de resistência:
  a. $f_{c0k} = 28{,}63\ MPa$;
  b. $f_{t0k} = 65{,}17\ MPa$;
  c. $E_{c0m} = 15225\ MPa$;
- Coeficientes de modificação:
  a. $K_{mod1} = 0{,}8$;
  b. $K_{mod2} = 0{,}8$;
  c. $K_{mod3} = 0{,}8$;
     i. $K_{mod} = 0{,}512$
- Coeficiente de fluência: $\phi = 1{,}0$;
- Valores de cálculo
  - $f_{c0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 10{,}47\ MPa$
  - $f_{t0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 18{,}54\ MPa$
  - $E_{c0,ef} = K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times E_{c0,m} = 7795{,}2\ MPa$

1.4 Espécie de Dicotiledônea

- Espécie escolhida: Champagne
- Tipo de Madeira: madeira recomposta
- Categoria da maderia: 2ª categoria
- Classe de umidade do ambiente: classe 4
- Classe de carregamento da estrutura: curta duração
- Propriedades de resistência:
    d. $f_{c0k} = 65{,}24\ MPa$;
    e. $f_{t0k} = 93{,}45\ MPa$;
    f. $E_{c0m} = 23002\ MPa$;
- Coeficientes de modificação:
    a. $K_{mod1} = 0{,}9$;
    b. $K_{mod2} = 0{,}9$;
    c. $K_{mod3} = 0{,}8$;
        i. $K_{mod} = 0{,}648$
- Coeficiente de fluência: $\phi = 0{,}5$;
- Valores de cálculo
    - $f_{c0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 30{,}20\ MPa$
    - $f_{t0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 33{,}64\ MPa$
    - $E_{c0,ef} = K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times E_{c0,m} = 14905{,}3\ MPa$

1.5 Entrada de Dados pelo Usuário

- Tipo de Madeira: madeira serrada
- Categoria da maderia: 2ª categoria
- Classe de umidade do ambiente: classe 2
- Classe de carregamento da estrutura: instantânea
- Propriedades de resistência:
    g. $f_{c0k} = 35\ MPa$;
    h. $f_{t0k} = 55\ MPa$;
    i. $E_{c0m} = 18000\ MPa$;
- Coeficientes de modificação:
    a. $K_{mod1} = 1{,}1$;
    b. $K_{mod2} = 1{,}0$;
    c. $K_{mod3} = 0{,}8$;
        i. $K_{mod} = 0{,}88$
- Coeficiente de fluência: $\phi = 0{,}1$;
- Valores de cálculo
    - $f_{c0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 22\ MPa$
    - $f_{t0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 26{,}89\ MPa$
    - $E_{c0,ef} = K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times E_{c0,m} = 15840\ MPa$

2 Validação da verificação de estabilidade das peças

- Treliça tipo Howe
- Conífera Classificada
- Classe de resistência: C25
- Tipo de Madeira: madeira serrada
- Classe de umidade do ambiente: classe 2
- Classe de carregamento da estrutura: longa duração
- Propriedades de resistência:
  - $f_{c0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 10\ MPa$
  - $f_{t0d} = \frac{K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times f_{c0k}}{\gamma_w} = 10{,}10\ MPa$
  - $E_{c0,ef} = K_{mod1} \times K_{mod2} \times K_{mod3} \times E_{c0,m} = 4760\ MPa$
  - Coeficiente de fluência: $\varphi = 0{,}8$

2.1 Barra 1

- Tipo de solicitação: Tração;
- Esforço axial solicitante: $Nd = 6{,}35\ kN$;
- Propriedades Geométricas:
  - Comprimento da barra: $L = 100\ cm$;
  - Base da seção transversal da barra: $b = 6\ cm$;
  - Altura da seção transversal da barra: $h = 12\ cm$;
  - Área bruta da seção transversal da barra: $A = 72\ cm^2$;
  - Área dos furos na seção transversal da barra:

    $A_{furo} = b \times \emptyset_{furo} \times n°_{furos} = 6 \times 1 \times 1 = 6\ cm^2$;
  - Área líquida da seção transversal da barra:

    $A_{liq} = A - A_{furo} = 66\ cm^2$
- Verificação da estabilidade:
  - Tensão solicitante: $\sigma_{Nd} = \frac{N_d}{A_{liq}} = 0{,}096\ kN/cm^2$

- Verificação: $\frac{\sigma_{Nd}}{f_{tod}} = 0{,}095 \leq 1 \rightarrow Peça\ est\acute{a}vel.$

2.2 Barra 7

- Tipo de solicitação: Tração;
- Esforço axial solicitante: $Nd = 8{,}1\ kN$;
- Propriedades Geométricas:
  - Comprimento da barra: $L = 100\ cm$;
  - Base da seção transversal da barra: $b = 6\ cm$;
  - Altura da seção transversal da barra: $h = 12\ cm$;
  - Área bruta da seção transversal da barra: $A = 72\ cm^2$;
  - Área dos furos na seção transversal da barra:

    $A_{furo} = b \times \emptyset_{furo} \times n°_{furos} = 6 \times 1 \times 1 = 6\ cm^2$;

  - Área líquida da seção transversal da barra:

    $A_{liq} = A - A_{furo} = 66\ cm^2$
- Verificação da estabilidade:
  - Tensão solicitante: $\sigma_{Nd} = \frac{N_d}{A_{liq}} = 0{,}123\ kN/cm^2$
  - Verificação: $\frac{\sigma_{Nd}}{f_{tod}} = 0{,}122 \leq 1 \rightarrow Peça\ est\acute{a}vel.$

2.3 Barra 12

- Tipo de solicitação: Tração;
- Esforço axial solicitante: $Nd = 3{,}25\ kN$;
- Propriedades Geométricas:
  - Comprimento da barra: $L = 100\ cm$;
  - Base da seção transversal da barra: $b = 6\ cm$;
  - Altura da seção transversal da barra: $h = 12\ cm$;
  - Área bruta da seção transversal da barra: $A = 72\ cm^2$;
  - Área dos furos na seção transversal da barra:

$$A_{furo} = b \times \emptyset_{furo} \times n°_{furos} = 6 \times 1 \times 1 = 6\ cm^2;$$

- Área líquida da seção transversal da barra:

$$A_{liq} = A - A_{furo} = 66\ cm^2$$

- Verificação da estabilidade:
  - Tensão solicitante: $\sigma_{Nd} = \frac{N_d}{A_{liq}} = 0{,}049\ kN/cm^2$
  - Verificação: $\frac{\sigma_{Nd}}{f_{tod}} = 0{,}049 \leq 1 \rightarrow Peça\ estável.$

2.4 Barra 3

- Tipo de solicitação: Compressão;
- Esforço axial solicitante: $Nd = -4{,}596\ kN$;
- Propriedades Geométricas:
  - Comprimento da barra: $L = 141{,}42\ cm$;
  - Base da seção transversal da barra: $b = 6\ cm$;
  - Altura da seção transversal da barra: $h = 12\ cm$;
  - Área da seção transversal da barra: $A = 72cm^2$;
  - Momento de inércia mínimo: $I_{min} = \frac{b^3 \times h}{12} = 216\ cm^4$;
  - Raio de giração mínimo: $r_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = 1{,}732\ cm$;
  - Índice de esbeltez: $\lambda = \frac{L_0}{r_{min}} = 81{,}651 \rightarrow Peça\ esbelta$
- Verificação da estabilidade:
  - Excentricidade acidental: $e_a = \frac{L_0}{300} \geq \frac{h}{30} = 0{,}471\ cm$
  - Excentricidade inicial: $e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} \geq \frac{h}{30} = 0{,}2\ cm$
  - Carga crítica de Euler: $N_{cr} = \frac{\pi^2 \times E_{c0,ef} \times I_{min}}{{L_0}^2} = 50{,}739\ kN$
  - *Beta*: $\beta = \frac{\varphi \times [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) \times N_{qk}]}{N_{cr} - [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) \times N_{qk}]} = 0{,}08$
  - Excentricidade suplementar:

$$e_c = \left(e_{ig} + e_a\right) \times \left(exp^{\beta} - 1\right) = 0{,}056\ cm$$

- Excentricidade de 1ª ordem: $e_1 = e_a + e_i + e_c = 0{,}727\ cm$
- Momento relativo à excentricidade de 1ª ordem:

$$M_d = N_d \times e_1 \times \left(\frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_d}\right) = 3{,}674\ kN.cm$$

- Tensão relativa a M_d: $\sigma_{Md} = \frac{M_d}{I_{min}} \times y = 0{,}051\ kN/cm^2$
- Tensão relativa a N_d: $\sigma_{Nd} = \frac{N_d}{A} = 0{,}064\ kN/cm^2$
- Equação de interação: $\frac{\sigma_{Nd}}{f_{cod}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{cod}} = 0{,}115 \leq 1 \rightarrow Peça\ estável$

2.5 Barra 14

- Tipo de solicitação: Compressão;
- Esforço axial solicitante: $Nd = -6{,}25kN$;
- Propriedades Geométricas:
  - Comprimento da barra: $L = 100\ cm$;
  - Base da seção transversal da barra: $b = 6\ cm$;
  - Altura da seção transversal da barra: $h = 12\ cm$;
  - Área da seção transversal da barra: $A = 72cm^2$;
  - Momento de inércia mínimo: $I_{min} = \frac{b^3 \times h}{12} = 216\ cm^4$;
  - Raio de giração mínimo: $r_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = 1{,}732\ cm$;
  - Índice de esbeltez:

$$\lambda = \frac{L_0}{r_{min}} = 57{,}737 \rightarrow Peça\ medianamente\ esbelta$$

- Verificação da estabilidade:
  - Excentricidade acidental: $e_a = \frac{L_0}{300} \geq \frac{h}{30} = 0{,}333\ cm$
  - Excentricidade inicial: $e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} \geq \frac{h}{30} = 0{,}2\ cm$
  - Carga crítica de Euler: $N_{cr} = \frac{\pi^2 \times E_{c0,ef} \times I_{min}}{{L_0}^2} = 101{,}475\ kN$
  - Excentricidade de 1ª ordem: $e_1 = e_a + e_i = 0{,}533\ cm$
  - Momento relativo à excentricidade de 1ª ordem:

$$M_d = N_d \times e_1 \times \left(\frac{N_{cr}}{N_{cr}-N_d}\right) = 3{,}55\ kN.cm$$

- Tensão relativa a M_d: $\sigma_{Md} = \frac{M_d}{I_{min}} \times y = 0{,}049\ kN/cm^2$
- Tensão relativa a N_d: $\sigma_{Nd} = \frac{N_d}{A} = 0{,}087\ kN/cm^2$
- Equação de interação: $\frac{\sigma_{Nd}}{f_{cod}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{cod}} = 0{,}136 \leq 1 \rightarrow Peça\ estável$

2.6 Barra 21

- Tipo de solicitação: Compressão;
- Esforço axial solicitante: $Nd\ = -6{,}435\ kN$;
- Propriedades Geométricas:
  - Comprimento da barra: $L\ =\ 141{,}42\ cm$;
  - Base da seção transversal da barra: $b\ =\ 6\ cm$;
  - Altura da seção transversal da barra: $h\ =\ 12\ cm$;
  - Área da seção transversal da barra: $A\ =\ 72cm^2$;
  - Momento de inércia mínimo: $I_{min} = \frac{b^3 \times h}{12} = 216\ cm^4$;
  - Raio de giração mínimo: $r_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = 1{,}732\ cm$;
  - Índice de esbeltez: $\lambda = \frac{L_0}{r_{min}} = 81{,}651 \rightarrow Peça\ esbelta$
- Verificação da estabilidade:
  - Excentricidade acidental: $e_a = \frac{L_0}{300} \geq \frac{h}{30} = 0{,}471\ cm$
  - Excentricidade inicial: $e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} \geq \frac{h}{30} = 0{,}2\ cm$
  - Carga crítica de Euler: $N_{cr} = \frac{\pi^2 \times E_{c0,ef} \times I_{min}}{{L_0}^2} = 50{,}739\ kN$
  - *Beta*: $\beta = \frac{\varphi \times [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) \times N_{qk}]}{N_{cr} - [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) \times N_{qk}]} = 0{,}116$
  - Excentricidade suplementar:

$$e_c = \left(e_{ig} + e_a\right) \times \left(exp^{\beta} - 1\right) = 0{,}083\ cm$$

  - Excentricidade de 1ª ordem: $e_1 = e_a + e_i + e_c = 0{,}754\ cm$

- Momento relativo à excentricidade de 1ª ordem:

  $M_d = N_d \times e_1 \times \left(\frac{N_{cr}}{N_{cr}-N_d}\right) = 5{,}557\ kN.cm$

- Tensão relativa a M_d: $\sigma_{Md} = \frac{M_d}{I_{min}} \times y = 0{,}077\ kN/cm^2$

- Tensão relativa a N_d: $\sigma_{Nd} = \frac{N_d}{A} = 0{,}089\ kN/cm^2$

- Equação de interação: $\frac{\sigma_{Nd}}{f_{cod}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{cod}} = 0{,}166 \leq 1 \rightarrow Peça\ estável$

Apêndice B (Manual do Usuário)

Manual do Usuário

O programa Treliça_Madeira é um software desenvolvido para verificação da resistência das barras de treliças de madeira. Nesse programa, o usuário definirá a treliça a ser calculada, informando a geometria da mesma, bem como as propriedades da madeira utilizada.

O presente manual orientará o usuário a respeito da correta utilização do software, familiarizando-o com a interface gráfica, as informações necessárias ao preenchimento e a maneira de obter os resultados desejados.

1 Início

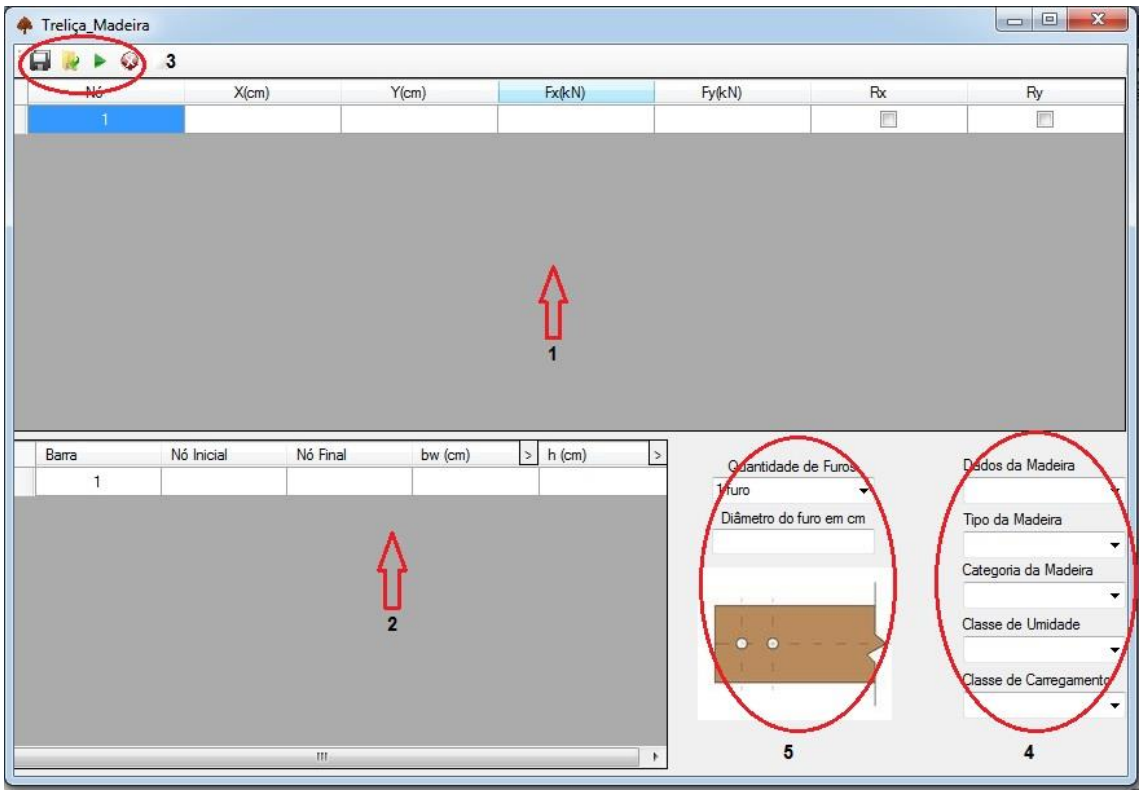


Figura 1

Esta é a tela inicial do programa, sendo que as numerações de 1 a 5 representam os grupos de funções do software, que são nomeadas a seguir.

1- Tabela de nós

2- Tabela de barras
3- Barra de ferramentas
4- Propriedades da madeira
5- Ligações

Uma explicação detalhada a respeito desses grupos será desenvolvida durante a explicação do funcionamento do programa.

2 Funcionamento do programa

Nos próximos itens, será informado ao usuário como utilizar o software, orientando-o quanto a entrada de dados, obtenção dos resultados e explicações sobre os comandos de **Salvar** e **Abrir**.

2.1 Entrada de dados

Para o correto funcionamento do programa, o usuário deverá inserir as informações quanto à Tabela de nós, Tabela de Barras, Propriedades da madeira e Ligações. A correta maneira de preencher estas informações é descrita a seguir.

2.1.1 Tabela de nós

A Tabela de nós deverá conter as informações quanto às restrições, carregamentos e coordenadas cartesianas de todos os nós da estrutura analisada. Conforme pode ser visto na figura 2.

Para a inserção de novas linhas, basta que o usuário realize a digitação normalmente.



Figura 2

As coordenadas cartesianas da posição dos nós, tanto no eixo das abscissas quanto das ordenadas deverão ser inseridas em centímetros (cm), como

já informado na tabela. As coordenadas referentes ao eixo das abscissas deverão ser inseridas na coluna **X(cm)**, já as coordenadas do eixo das ordenadas, na coluna **Y(cm).**

Quanto aos carregamentos, o usuário deverá entrar com os dados em quilonewton (kN), sendo os dados referentes às componentes horizontais e verticais inseridas nas colunas **Fx(kN)** e **Fy(kN)**, respectivamente.

Para inserir a restrição do nó, o usuário deverá marcar as colunas referentes às restrições em relação ao eixo horizontal **(Rx)** e ao eixo vertical **(Ry)**.

2.1.2 Tabela de barras

Funciona de maneira semelhante à Tabela de nós quanto a inserção de novas linhas. Quanto aos dados a serem inseridos, deverá conter os nós iniciais e finais das barras, a largura e a altura da seção transversal de cada uma das barras.

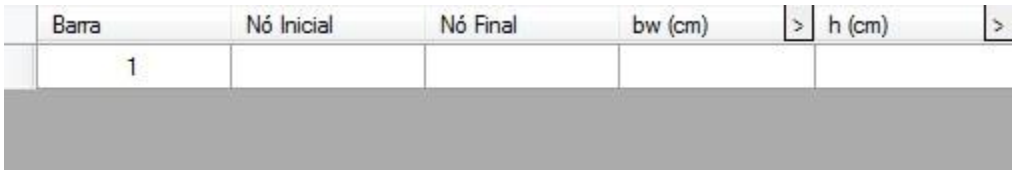


Figura 3

Os nós iniciais e finais de cada uma das barras correspondem à numeração automática gerada na Tabela de nós e deverão ser inseridos nas colunas com os respectivos nomes.

A largura da seção transversal da peça deverá ser inserida na coluna **bw(cm)**, já a altura na coluna **h(cm)**. Todas essas informações da seção transversal deverão ser inseridas em centímetros.

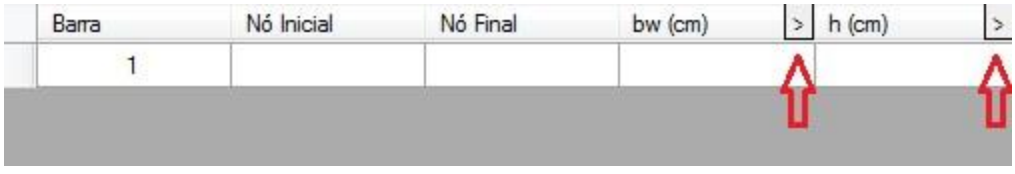


Figura 4

Caso o usuário deseje utilizar a mesma seção transversal para todas as barras, o ícone mostrado na Figura 5 facilita esta inserção de dados, pois ao clicar

no ícone é possível que forneça a dimensão a ser inserida em todas as linhas da Tabela de barras.



Figura 5

- Importante: para excluir linhas indesejadas, tanto na tabela de nós quanto de barras, o usuário deverá clicar na coluna mais a esquerda da tabela e, depois, no botão excluir.

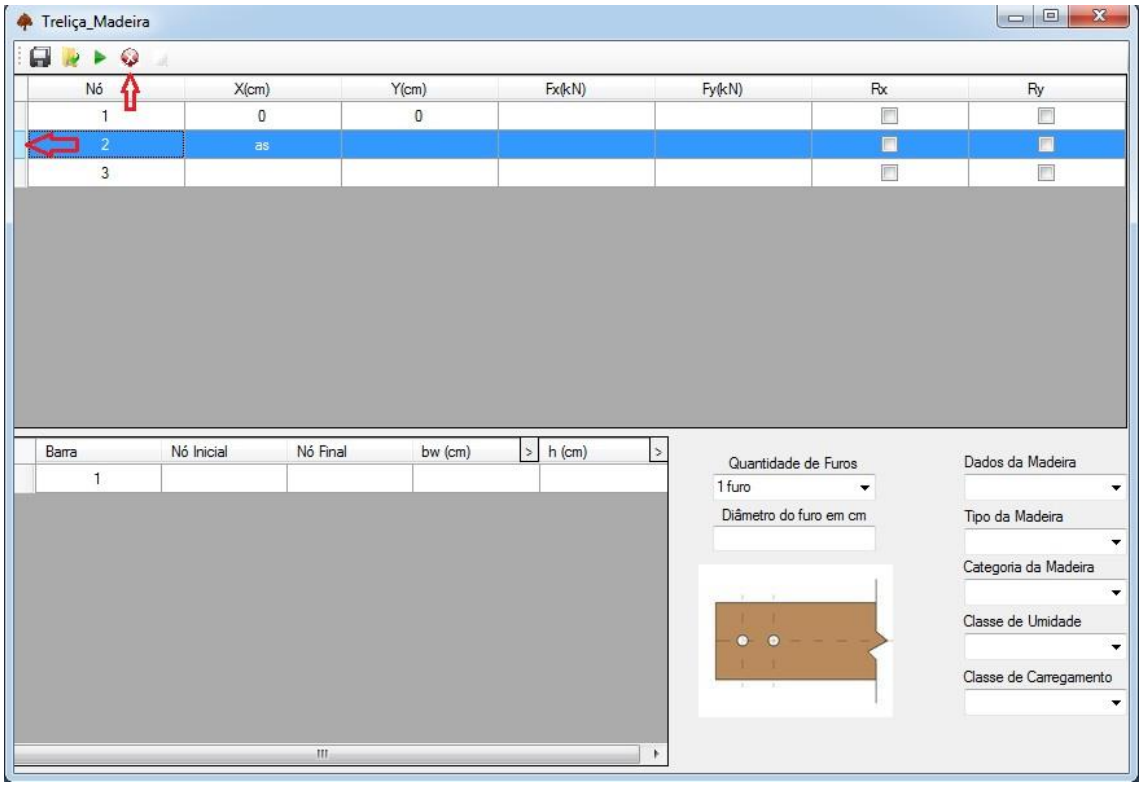


Figura 6

2.1.3 Propriedades da madeira

O usuário deverá definir as propriedades de resistência da madeira, o tipo de madeira, a sua categoria, classe de umidade do ambiente e classe de carregamento a que está sujeita.

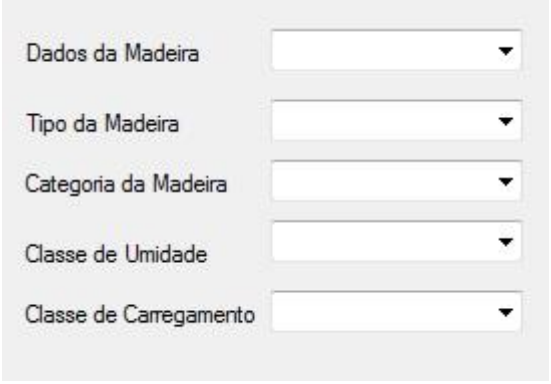


Figura 7

No primeiro campo, conforme ilustrado na Figura 9, o usuário definirá se utilizará madeira classificada, espécies de madeira constantes no Anexo E da NBR 7190:97 ou se fornecerá as resistências características da madeira a ser usada, assim como módulo de elasticidade e peso específico. As figuras a seguir exemplificam essa inserção de dados.

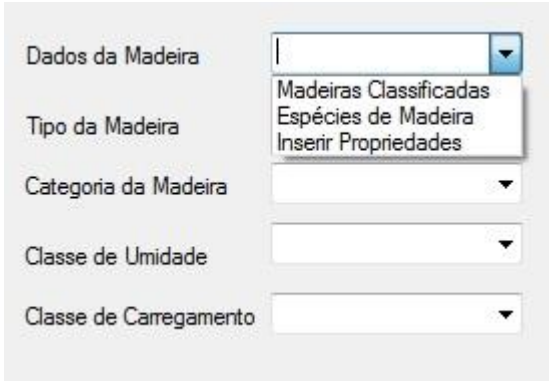
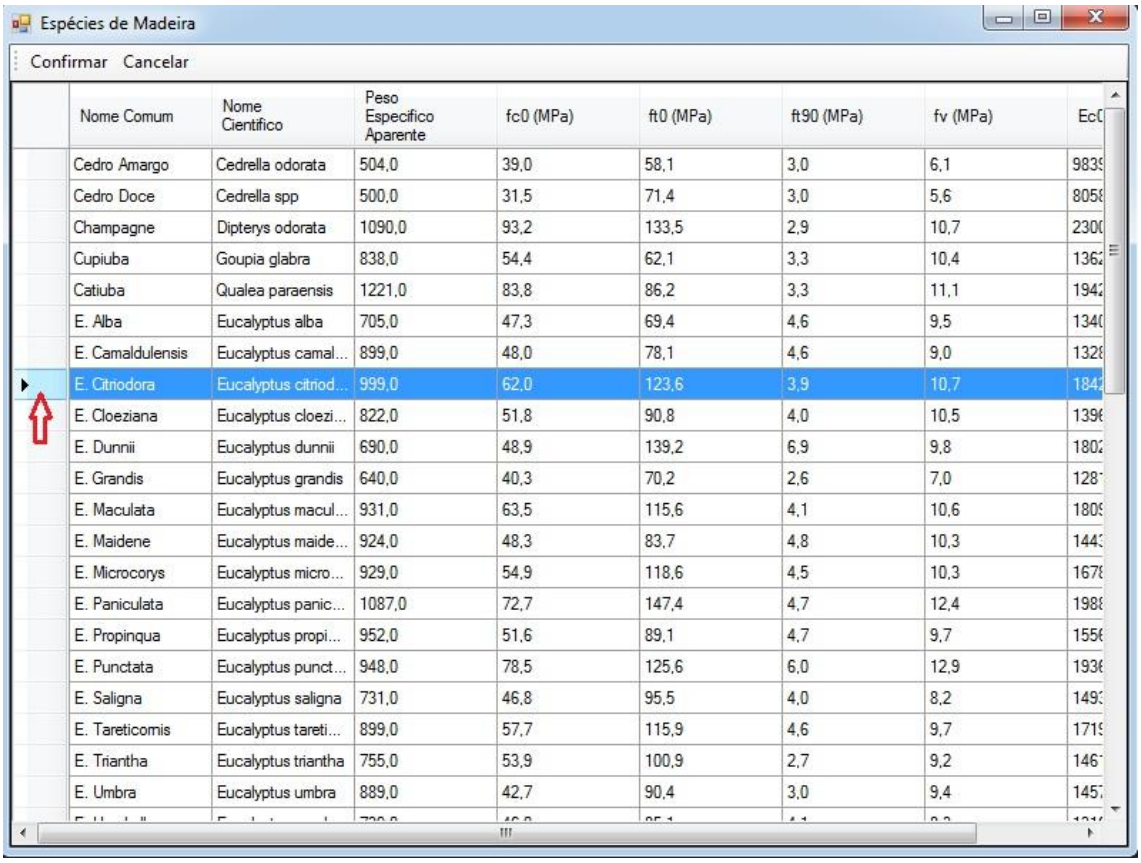


Figura 8

Conforme os dados da madeira a serem selecionados, o usuário terá acesso a diferentes interfaces gráficas, em que informará os dados necessários.

- Importante: escolhido madeiras classificadas, o usuário deverá selecionar a linha da espécie de madeira que deseja utilizar clicando na coluna mais a esquerda da tabela de dados, como exemplificado na Figura 10



Nome Comum	Nome Cientifico	Peso Especifico Aparente	fc0 (MPa)	ft0 (MPa)	ft90 (MPa)	fv (MPa)	Ec0
Cedro Amargo	Cedrella odorata	504,0	39,0	58,1	3,0	6,1	983
Cedro Doce	Cedrella spp	500,0	31,5	71,4	3,0	5,6	805
Champagne	Dipterys odorata	1090,0	93,2	133,5	2,9	10,7	230
Cupiuba	Goupia glabra	838,0	54,4	62,1	3,3	10,4	136
Catiuba	Qualea paraensis	1221,0	83,8	86,2	3,3	11,1	194
E. Alba	Eucalyptus alba	705,0	47,3	69,4	4,6	9,5	134
E. Camaldulensis	Eucalyptus camal...	899,0	48,0	78,1	4,6	9,0	132
E. Citriodora	Eucalyptus citriod...	999,0	62,0	123,6	3,9	10,7	184
E. Cloeziana	Eucalyptus cloezi...	822,0	51,8	90,8	4,0	10,5	139
E. Dunnii	Eucalyptus dunnii	690,0	48,9	139,2	6,9	9,8	180
E. Grandis	Eucalyptus grandis	640,0	40,3	70,2	2,6	7,0	128
E. Maculata	Eucalyptus macul...	931,0	63,5	115,6	4,1	10,6	180
E. Maidene	Eucalyptus maide...	924,0	48,3	83,7	4,8	10,3	144
E. Microcorys	Eucalyptus micro...	929,0	54,9	118,6	4,5	10,3	167
E. Paniculata	Eucalyptus panic...	1087,0	72,7	147,4	4,7	12,4	198
E. Propinqua	Eucalyptus propi...	952,0	51,6	89,1	4,7	9,7	155
E. Punctata	Eucalyptus punct...	948,0	78,5	125,6	6,0	12,9	193
E. Saligna	Eucalyptus saligna	731,0	46,8	95,5	4,0	8,2	149
E. Tareticornis	Eucalyptus tareti...	899,0	57,7	115,9	4,6	9,7	171
E. Triantha	Eucalyptus triantha	755,0	53,9	100,9	2,7	9,2	146
E. Umbra	Eucalyptus umbra	889,0	42,7	90,4	3,0	9,4	145

Figura 9

Os demais itens, numerados de 1 a 4 na Figura 11, correspondem a:

1- **Tipo de madeira:** define se a madeira é Serrada; Laminada colada;
2- **Categoria da madeira:** define se é 1ª ou 2ª categoria
3- **Classe de umidade:** define as umidades do ambiente entre as classes 1 e 4.
4- **Classe de carregamento:** define a classe de carregamento da estrutura como permanente, longa duração, média duração, curta duração ou instantânea.



Figura 10

2.1.4 Ligações

O software não faz a verificação das ligações, porém, devem ser inseridos os valores correspondentes ao número de furos da seção transversal e o diâmetro destes para que seja considerada a área líquida da barra solicitada a tração.



Figura 11

2.2 Resultados

Para que o usuário possa verificar as propriedades da madeira que serão utilizadas na verificação das peças, poderá clicar no botão **Exibir Dados de Cálculo**, apresentado na Figura 13

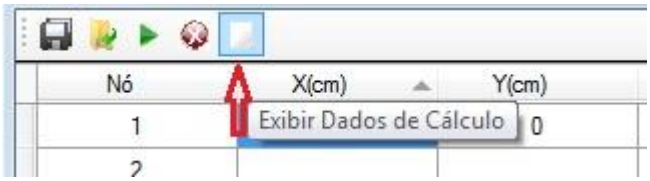


Figura 12

O cálculo da estrutura e verificação da resistência das peças com a seção transversal arbitrada poderá ser gerada ao clicar no botão **Executar.**

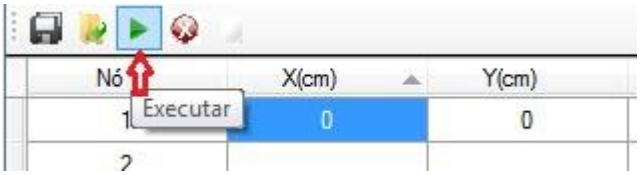


Figura 13

Ao calcular a estrutura, serão gerados para o usuário os resultados apresentados nas Figuras 15 e 16

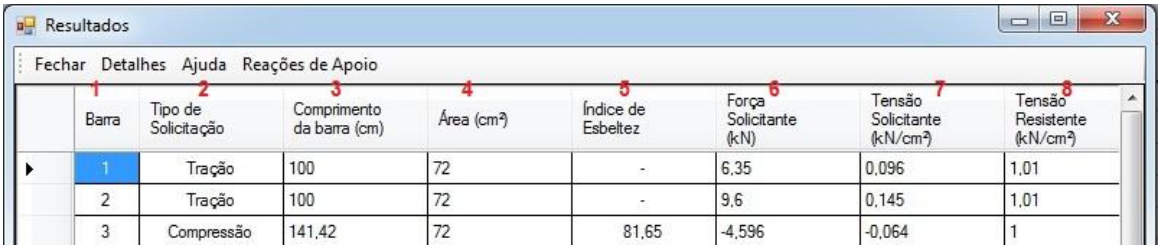


Figura 14

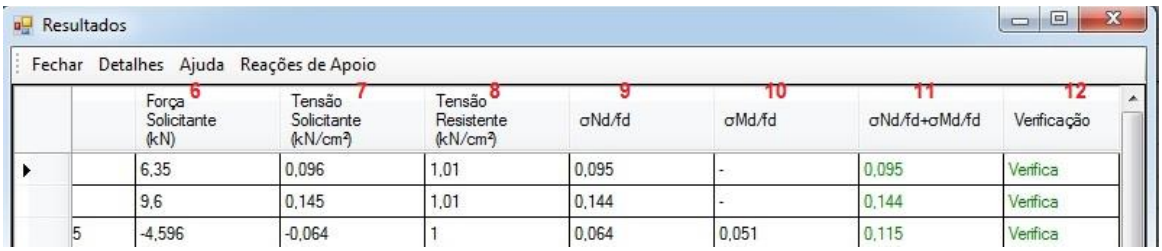


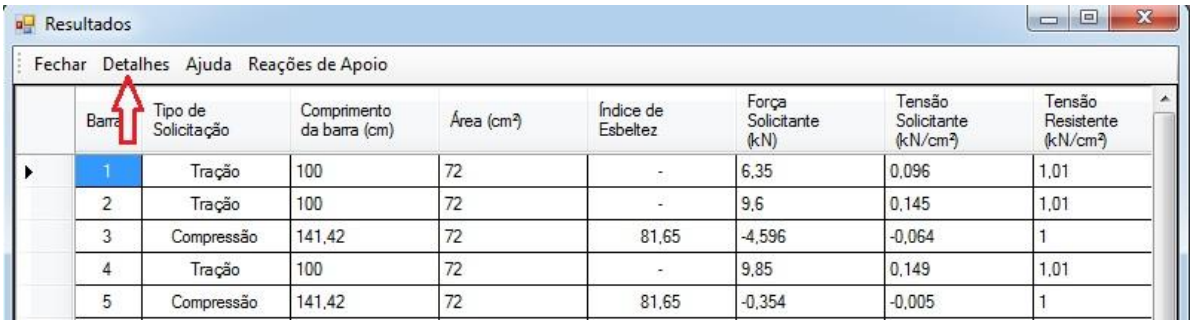
Figura 15

Sendo:

1- Numeração da barra
2- Tipo de solicitação da barra
3- Comprimento da barra, em cm
4- Área bruta da seção transversal, em cm²

5- Índice de esbeltez, se comprimida
6- Força solicitante na barra, em kN
7- Tensão solicitante na barra, em kN/cm²
8- Tensão resistente da madeira escolhida, em kN/cm²
9- Relação entre a tensão solicitante devido a força axial e a tensão resistente.
10- Relação entre a tensão solicitante devido ao momento fletor e a tensão resistente.
11- Equação de interação
12- Verificação da peça

Ao clicar em **Detalhes** o usuário terá acesso a mais informações de cálculo, caso deseje utilizar.



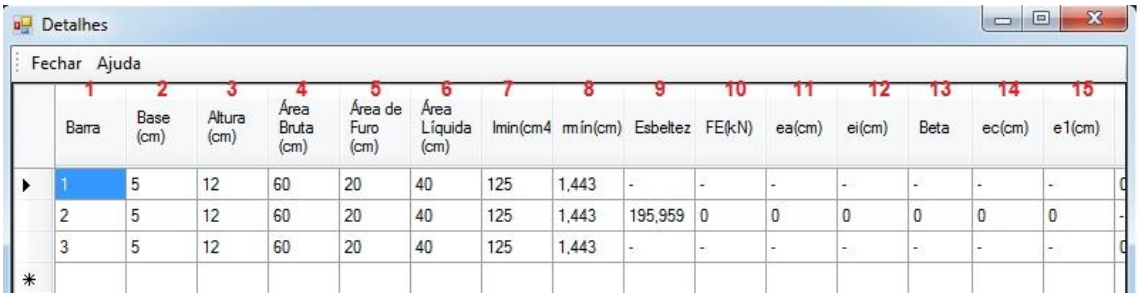
Barra	Tipo de Solicitação	Comprimento da barra (cm)	Área (cm²)	Índice de Esbeltez	Força Solicitante (kN)	Tensão Solicitante (kN/cm²)	Tensão Resistente (kN/cm²)
1	Tração	100	72	-	6,35	0,096	1,01
2	Tração	100	72	-	9,6	0,145	1,01
3	Compressão	141,42	72	81,65	-4,596	-0,064	1
4	Tração	100	72	-	9,85	0,149	1,01
5	Compressão	141,42	72	81,65	-0,354	-0,005	1

Figura 17

Sendo:

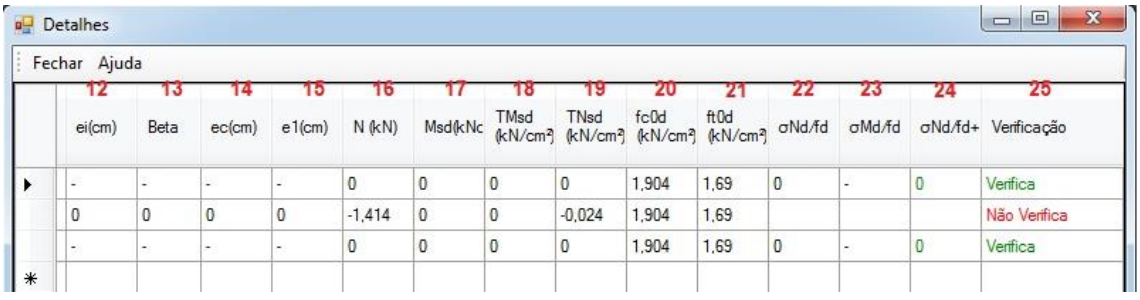
1- Numeração da barra
2- Base da seção transversal, em cm
3- Altura da seção transversal, em cm
4- Área bruta da seção transversal, em cm²
5- Área de furo da seção transversal, em cm²
6- Área líquida da seção transversal, em cm²
7- Momento de Inércia mínimo, em cm^4
8- Raio mínimo, em cm
9- Índice de esbeltez
10- Força crítica de Euler, em kN
11- Excentricidade acidental, em cm
12- Excentricidade inicial, em cm

13- Beta
14- Excentricidade complementar, em cm
15- Excentricidade de 1ª ordem, em cm
16- Força axial na barra, em kN
17- Momento solicitante na barra, em kN cm
18- Tensão solicitante devido o momento, em kN/cm²
19- Tensão solicitante devido a carga axial, em kN/cm²
20- Tensão de cálculo resistente à compressão, em kN/cm²
21- Tensão de cálculo resistente à tração, em kN/cm²
22- Relação entre a tensão solicitante devido a força axial e a tensão resistente.
23- Relação entre a tensão solicitante devido ao momento fletor e a tensão resistente.
24- Equação de interação
25- Verificação da peça



1 Barra	2 Base (cm)	3 Altura (cm)	4 Área Bruta (cm)	5 Área de Furo (cm)	6 Área Líquida (cm)	7 Imin(cm4	8 mín(cm)	9 Esbeltez	10 FE(kN)	11 ea(cm)	12 ei(cm)	13 Beta	14 ec(cm)	15 e1(cm)
1	5	12	60	20	40	125	1,443	-	-	-	-	-	-	-
2	5	12	60	20	40	125	1,443	195,959	0	0	0	0	0	0
3	5	12	60	20	40	125	1,443	-	-	-	-	-	-	-

Figura 18



12 ei(cm)	13 Beta	14 ec(cm)	15 e1(cm)	16 N (kN)	17 Msd(kNc	18 TMsd (kN/cm²)	19 TNsd (kN/cm²)	20 fc0d (kN/cm²)	21 ft0d (kN/cm²)	22 σNd/fd	23 σMd/fd	24 σNd/fd+	25 Verificação
-	-	-	-	0	0	0	0	1,904	1,69	0	-	0	Verifica
0	0	0	0	-1,414	0	0	-0,024	1,904	1,69				Não Verifica
-	-	-	-	0	0	0	0	1,904	1,69	0	-	0	Verifica

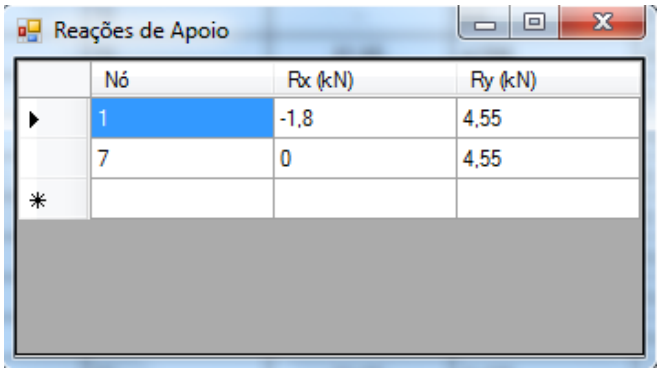
Figura 19

Ao clicar no botão **Reações de Apoio** o usuário terá acesso aos valores calculados para as reações de apoio. Tais reações são indicadas nas direções do eixo das abscissas e do eixo das ordenadas e nos nós que contêm os apoios, conforme pode ser visto nas figuras 20 e 21, a seguir.



Barra	Tipo de Solicitação	Comprimento da barra (cm)	Área (cm²)	Índice de Esbeltez	Força Solicitante (kN)	Tensão Solicitante (kN/cm²)	Tensão Resistente (kN/cm²)
1	Tração	100	72	-	6,35	0,096	0,866
2	Tração	100	72	-	9,6	0,145	0,866
3	Compressão	141,42	72	81,65	-4,596	-0,064	0,857
4	Tração	100	72	-	9,85	0,149	0,866
5	Compressão	141,42	72	81,65	-0,354	-0,005	0,857
6	Tração	100	72	-	9,85	0,149	0,866
7	Tração	100	72	-	8,1	0,123	0,866
8	Tração	100	72	-	1,75	0,027	0,866
9	Tração	100	72	-	4,55	0,069	0,866
10	Tração	100	72	-	3,55	0,054	0,866
11	Compressão	141,42	72	81,65	-6,435	-0,089	0,857

Figura 20



Nó	Rx (kN)	Ry (kN)
1	-1,8	4,55
7	0	4,55

Figura 21

Importante destacar que os sentidos positivos das reações de apoio foram convencionados para à direita e para cima, respectivamente, para a componente horizontal (Rx) e para a componente vertical (Ry) das reações de apoio.

2.3 Salvar

Depois de inserir os dados no programa, para facilitar uma futura análise de dados, o software disponibiliza a opção de **Salvar.**



Figura 22

Os arquivos salvos são do formato **.txt** e poderão ser salvos no diretório definido pelo usuário.

São salvas as informações referentes à geometria da estrutura, resistências características da madeira escolhida, módulo de elasticidade, peso próprio e ligações.

2.4 Abrir

Para facilitar o processo de inserção de dados no software, ele disponibiliza a opção de **Abrir** arquivos. Esta opção realiza a leitura de arquivos com a extensão **.txt** e preenche a interface de entrada de dados do programa.

- Importante: Ao produzir o arquivo para leitura, o usuário deverá atentar quanto à maneira de dispor as informações no arquivo, de modo que o software faça a correta leitura do arquivo.



Figura 23