UNIVERSIDADE POSITIVO

Paulo Dirceu Gnatta Zwierzikowski

ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS DE PÓRTICOS RETICULADOS DE ESTRUTURAS METÁLICAS SUBMETIDAS À SOLICITAÇÃO SÍSMICA

Curitiba

Dezembro/2015

UNIVERSIDADE POSITIVO

Paulo Dirceu Gnatta Zwierzikowski

ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS DE PÓRTICOS RETICULADOS DE ESTRUTURAS METÁLICAS SUBMETIDAS À SOLICITAÇÃO SÍSMICA

Trabalho de Conclusão apresentado ao curso de Engenharia Civil da Universidade Positivo como parte dos requisitos para graduação.

Orientador: Prof. Juliano J. Scremin

Curitiba

Dezembro/2015

SUMÁRIO

1 Introdução _____ 5

1.1 Justificativa _____ 6

1.2 Objetivo geral _____ 7

1.3 Objetivos específicos _____ 7

2 Revisão bibliográfica _____ 8

2.1 Ações Sísmicas _____ 8

2.2 Sistemas Estruturais: Contraventamento _____ 11

2.3 Fundamentos da Dinâmica das Estruturas _____ 13

2.4 Comportamento Dinâmico de Estruturas com 1 Grau de Liberdade (SDOF) _____ 14

2.4.1 Vibração Livre _____ 14

2.4.2 Vibração Forçada _____ 19

2.5 Comportamento Dinâmico de Estruturas com Múltiplos Graus de Liberdade (MDOF) _____ 27

2.5.1 Frequências e Modos de Vibração Naturais _____ 27

2.6 Análise Dinâmica de Estruturas sob Eventos Sísmicos _____ 30

2.6.1 Análise Linear Modal por Espectro de Resposta _____ 30

2.7 Método Numérico de Análise de Estruturas: Método dos Elementos Finitos _____ 39

2.7.1 Introdução _____ 39

2.7.2 Tipos de Elementos Finitos _____ 40

2.7.3 Fundamentos do MEF para uma estrutura reticulada em barras _ 41

3 Metodologia _____ 44

3.1 Passos Metodológicos _____ 44

3.2 Modelos de Análise _____ 45
3.2.1 Material _____ 50
3.2.2 Sistemas Estruturais _____ 51
3.2.3 Perfis Estruturais _____ 54
3.3 Análise Modal _____ 57
3.4 Solicitação Dinâmica _____ 60
3.4.1 Espectro de Resposta _____ 60
4 Resultados _____ 66
4.1 Análise Modal _____ 66
4.2 Análise Modal por Espectro de Resposta _____ 79
5 Considerações Finais _____ 83
6 Referências bibliograficas _____ 84
7 Anexo I – Modos de vibraçao dos modelos de análise _____ 86
8 Anexo II – Considerações Sísmicas – ASCE/SEI 7-10 _____ 93
8.1 Determinação da categoria de risco da estrutura: _____ 93
8.2 Determinação da classe do solo: _____ 95
8.3 Determinação do espectro de resposta do projeto _____ 95
8.3.1 Parâmetros de acelerações para o espectro de resposta considerando o máximo sismo que poderá ocorrer no local (***MCER***) e coeficientes de solo: _____ 96
8.3.2 Parâmetros de Aceleração Espectral para Projeto: _____ 97
8.3.3 Espectro de Resposta de Projeto: _____ 97
8.4 Análise Modal por Espectro de Resposta _____ 99
8.4.1 Número de Modos de Vibração _____ 99
8.4.2 Parâmetros de Combinação de Resposta _____ 99
8.4.3 Parâmetros de resposta modal _____ 100
8.4.4 Deslocamento máximo admissível _____ 100

9 Apendice I – Dimensionamento dos perfis metálicos _____101
9.1 Materiais_____101
9.1.1 Aço_____101
9.2 Documentos de Referência _____102
9.3 Descrição dos Modelos _____102
9.4 Dimensionamento dos Perfis_____102
9.4.1 Modelo de Cálculo_____102
9.5 Carregamento _____102
9.6 Combinação_____103
9.7 Dimensionamento e Verificação dos Perfis_____104
9.7.1 Verificação dos Perfis (SAP2000)_____104
10 Apendice II – Modelos de calibração SAP200 – Análise Modal_____110
10.1 Modelo de um grau de liberdade:_____110
10.1.1 Método Teórico: _____110
10.1.2 Análise modal pelo SAP2000: _____114
10.1.3 Resultado (Frequência Natural): _____117
10.1.4 Comparação das Respostas Modais_____117
10.2 Modelo de dois graus de liberdade _____118
10.2.1 Modelo Teórico: _____118
10.2.2 Análise modal pelo SAP2000 _____122
10.2.3 Resultado (Frequência Natural): _____126
10.2.4 Comparação das Respostas Modais_____127
11 Apendice III – Método do Espectro de Resposta _____128

1 INTRODUÇÃO

Carregamentos de natureza dinâmica são aqueles que apresentam seu valor de carga variável ao longo do período de tempo de atuação, e como resposta, ocasionam deformações, acelerações e velocidades nas estruturas (LIMA E SANTOS, 2008).

Exemplos deste tipo de carregamento são as vibrações geradas pela utilização de geradores e turbinas, passagem de veículos em pontes, cargas de vento e terremotos (LIMA E SANTOS, 2008).

Chaves (2009, p.1) define,

> "O comportamento estrutural depende, entre outros fatores, das características dos materiais, das dimensões da estrutura, dos tipos de ligações entre os diferentes elementos e das condições do terreno. O comportamento real de uma construção é normalmente tão complexo que obriga que seja representado através de um "esquema estrutural" simplificado, ou seja, através de uma idealização da construção que represente com o grau de precisão adequado, como é que esta resiste às diversas ações".

Cabe ao engenheiro projetista de estruturas identificar quais serão as condições mais adequadas de modelagem para atender e representar o comportamento estrutural, e partir disto, elaborar projetos seguros que resistam aos esforços gerados e que ao mesmo tempo não ocasionem desconforto aos seus ocupantes (CHAVES, 2009).

Visando uma melhor compreensão da interação entre estruturas metálicas e a atuação deste tipo de carga, o presente trabalho desenvolverá um estudo comparativo entre modelos de pórticos metálicos reticulados, solicitados por uma carga sísmica, com a variação de alguns parâmetros de modelagem.

1.1 Justificativa

O estudo do comportamento das estruturas mediante a atuação de cargas dinâmicas não é uma prática muito corrente na engenharia civil brasileira, mas este cenário vem se alterando, devido a fatores preponderantes como, a internacionalização de projetos, a concepção de estruturas cada vez mais altas e esbeltas e o desenvolvimento de estruturas industriais de suporte de equipamentos (LIMA E SANTOS, 2008).

A importância do estudo das vibrações causadas por cargas dinâmicas tem entre os principais objetivos evitar que as frequências de vibrações que excitam as estruturas atingiam a igualdade com as frequências de vibrações naturais, pois quando isto ocorre as estruturas sofrem o efeito de ressonância. Muitas situações de colapso em estruturas foram associadas a este fenômeno. Por exemplo, pode ser citada a ponte Tacoma Narrows (1940), que teve sua ruptura associada à vibração gerada pelo vento (RAO, 2008).



Figura 1.1 - Ponte Tacoma Narrows , teve seu colapso associado a vibração gerada pelo vento em 7 de Novembro de 1940. (foto www.ahmlk.org)

O dimensionamento das estruturas às cargas dinâmicas, como terremotos, deve assegurar a segurança da vida humana, controle dos danos causados e diminuição dos investimentos de recuperação (PEREIRA, 2014).

Mediante estes fatores, o presente trabalho justifica-se por lançar uma abordagem inicial quanto aos princípios básicos para análise de pórticos metálicos solicitados por cargas sísmicas.

1.2 Objetivo geral

O objetivo principal deste trabalho é comparar a resposta mecânica de modelos de pórticos metálicos submetidos a solicitações dinâmicas de sismo, variando as vinculações internas, o sistema de contraventamento e as seções transversais dos elementos componentes de modo a trabalhar com a relação inércia x massa do conjunto.

1.3 Objetivos específicos

a) Avaliar a diferença das frequências e modos de vibração dos pórticos para cada um dos tipos de modelo.

b) Verificar a resposta dos modelos de pórticos metálicos mediante a aplicação do espectro de resposta no tocante a deslocamentos laterais.

c) Analisar a relação entre as ligações internas entre os elementos dos modelos e a rigidez lateral dos pórticos metálicos, quanto às solicitações dinâmicas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Ações Sísmicas

O ponto central do estudo do comportamento dinâmico das estruturas está, na compreensão das solicitações que as cargas dinâmicas geram. Entre as cargas desta natureza estão às cargas de vento, sismo, de explosões acidentais ou controladas, operações de máquinas e equipamentos do tráfego de veículos, do deslocamento de pessoas e de multidão. (LIMA E SANTOS, 2008).

A atuação de cargas dinâmicas nas estruturas pode ser devastadora quando essas não são projetadas para resistir a este tipo de solicitação. Entre as ações dinâmicas de maior poder destrutivo, estão as de origem sísmica (terremotos) (LIMA E SANTOS, 2008).

Exemplo deste poder de destruição quando não se realizam projetos de engenharia para resistir a estes eventos, é o caso do terremoto que ocorreu no dia 25/04/2015, com intensidade de 7,8 na escala Richter, no Nepal nas proximidades da cidade de Katmandu, ocasionando a morte de 7.040 pessoas e outras 14 mil feridas.(http://g1.globo.com/mundo/noticia/2015/05/numero-de-mortos-apos-terremoto-no-nepal-ultrapassa-os-7-mil.htm)



Figura 2.1 – Destruição após terremoto em Katmandu (fonte: http://noticias.uol.com.br/album/2015/04/25/terremoto-de-grande-intensidade-atinge-o-nepal.htm).

A previsão do momento exato que um evento sísmico irá ocorrer não é possível, mas sua intensidade pode ser conhecida através de dados probabilísticos considerando eventos anteriores que já ocorreram na região (LIMA E SANTOS, 2008). Códigos internacionais como a ASCE/SEI 7-10 utilizam e trabalham com tempos de recorrência de 2500 anos para eventos sísmicos.

A medição de eventos sísmicos é realizada de forma absoluta, através da quantidade de energia liberada, este valor é denominado de magnitude. A principal ferramenta para a classificação de um terremoto é a Escala de Richter de Magnitude, calculada como o logaritmo decimal da amplitude máxima, em mícron (10^{-6}m), ou seja, a mudança de um ponto na escala gera o aumento de 10 vezes a amplitude, e sua variação de energia é 32 vezes (LIMA E SANTOS, 2008).

A intensidade de um terremoto também pode ser mensurada através dos danos causados por ele, tal classificação foi desenvolvida por Mercalli e posteriormente modificada por H.O. Wood, a qual apresenta doze classificações. Na Tabela abaixo é apresentado a escala de intensidade de Mercalli (NAELM, 2001).

Tabela 2.1 - Escala de Mercalli Modificada (NAELM, 2001)

Intensidade	Danos Causados
I	Sem efeito exceto em algumas circunstâncias especiais
II	Sentido apenas por algumas pessoas, especialmente nos pavimentos superiores de edificações. Objetos suspensos podem balançar.
III	Pequenas sensações em regiões abertas. Muitas pessoas não reconhecem como um terremoto. Ignição de carros pode gerar vibração parecida. Sensação da passagem de um caminhão.
IV	Durante o dia é sentido por muitos em locais fechados, em locais abertos o evento é sentido apenas por alguns. Durante a noite algumas pessoas são acordadas. Janelas e portas vibram, paredes fazem sons de rachaduras. A sensação é de um caminhão pesado se chocando com o prédio.
V	Sentido por quase todo mundo, muitos acordam. Louças, janelas e etc., quebram objetos instáveis viram. Distúrbio em arvores e postes é notado. Relógios de pendulo podem parar.
VI	Sentido por todos, muitos ficam assustados e correm para fora. Alguns móveis pesados se movem. Os danos são pequenos.
VII	Todos correm para fora. Danos são insignificantes em prédios bem projetados e construídos; nível moderado para os com estruturas comuns, mas bem construídos; considerável em estruturas mal projetadas e construídas. O evento é sentido por pessoas dirigindo carros.
VIII	Danos são pequenos em estruturas especialmente projetadas; considerados em prédios comuns, com parte colapsando; grande em estruturas mal projetadas e construídas. Painel de paredes de painéis saem das estruturas reticulados. Queda de chaminés, fissuras em colunas, monumentos e paredes. Moveis pesados são virados. Pessoas em carros sentem distúrbios.
IX	Danos considerados em estruturas especialmente projetadas; danos substanciais em grandes edifícios, com colapso parcial; Tubulações subterrâneas quebradas; prédios sofrem desalinhamento com as suas fundações.
X	Estruturas de madeira bem construídas são destruídas; a maioria das estruturas de alvenaria é destruída junto com as fundações; Terra é rachada; Trilhos dobram; Deslizamentos de terra considerável em encostas de rios e solos íngremes; Águas são espiradas para dentro dos bancos.
XI	Pontes são destruídas; Grandes fissuras no solo; Tubulações subterrâneas completamente fora de serviço; Grandes deslizamentos de terras.
XII	Dano total; Praticamente todas as construções são grandemente danificadas ou destruídas; Ondas são formadas no solo. Linha de visão e de nível sofre distorção. Objetos são lançados ao ar.

2.2 Sistemas Estruturais: Contraventamento

Em edificações muito altas somente a ligação continua entre as vigas e pilares não confere a rigidez necessária a fim de se garantir a estabilidade estrutural global. Uma solução para atender a isso seria a adoção de uma nova composição estrutural, sendo esta, pórticos enrijecidos com contraventamento (CARNEIRO E MARTINS, 2008).

A utilização de pórticos contraventados se torna mais adequado quando se trabalha com estruturas metálicas, devido as diagonais que formam o contraventamento, trabalharão essencialmente a esforços axiais (compressão e tração), ou seja, a ligação entre vigas e pilares é perfeitamente rotulada, comportamento, difícil de garantir quando trabalhamos com estruturas em concreto armado (CARNEIRO E MARTINS, 2008).

Uma das formas de contraventamento que se tem grande utilização é a forma em “X” ou também denominado de “Cruz de St° André” (Ver Figura 2.2), mas existem outras formas que também são bem comuns no emprego de projetos. Nas Figuras 2.3 e 2.4 são apresentadas as formas mais comuns de contraventamento utilizados em edificações e exemplos destas.

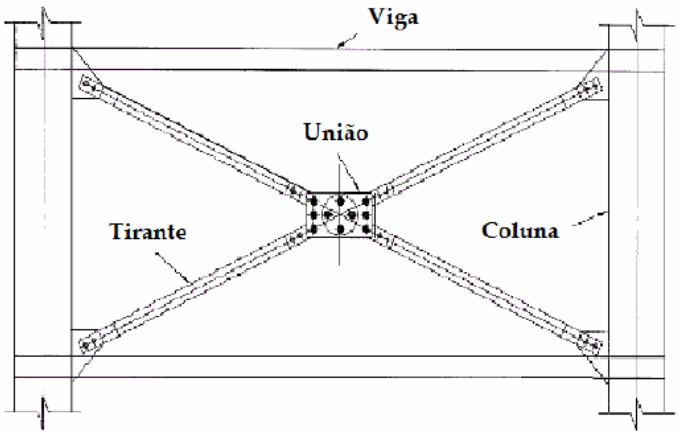


Figura 2.2 - Contraventamento em "Cruz de Stº André" (CARNEIRO E MARTINS, 2008)

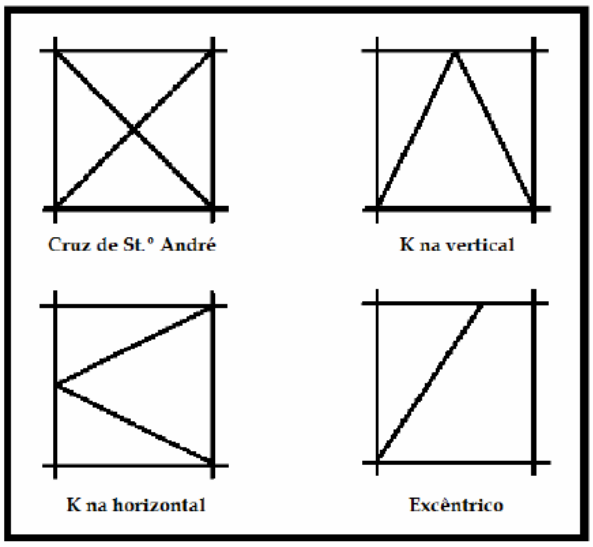


Figura 2.3 - Formas de Contraventamento mais usuais (CARNEIRO E MARTINS, 2008)



Figura 2.4 - Exemplos de edificações com a utilização de contraventamento (CARNEIRO E MARTINS, 2008)

O comportamento que garante a estabilidade estrutural é semelhante ao de uma treliça disposta verticalmente ao longo da altura da estrutura, sendo assim, a

resistência à flexão é decomposta em elementos tracionados e comprimidos devido a presença das diagonais, o que é justificável dado que o próprio efeito de flexão é originado devido a um binário de tração e compressão (CARNEIRO E MARTINS, 2008). Na Figura 2.5 é possível verificar este comportamento.

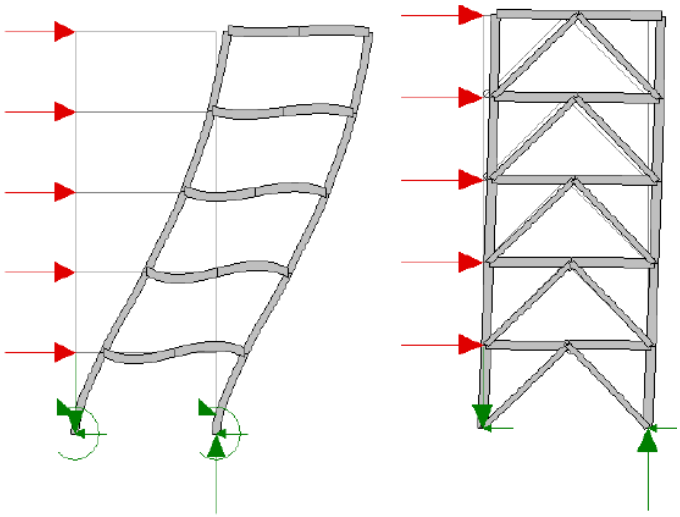


Figura 2.5 - Representação esquemática do comportamento estrutural de pórtico contraventado (CARNEIRO E MARTINS, 2008)

2.3 Fundamentos da Dinâmica das Estruturas

2.3.1.1 Introdução da Dinâmica das Estruturas

Visando a análise e um melhor entendimento dos fundamentos da dinâmica das estruturas, serão apresentados primeiramente os fundamentos para estruturas com um grau de liberdade (SDOF – Single Degree of Freedom), sendo estes, também válidos para estruturas com múltiplos graus de liberdade (MDOF – Multiple Degrees of Freedom).

A formulação que rege o estudo da dinâmica é a Equação do Movimento, a qual pode ser entendida através do Principio de D'Alembert em que estabelece que a ações de forças externas, geram uma força de sentido contraria ao movimento e

proporcional a aceleração gerada, sendo esta constante igual à massa (LIMA E SANTOS, 2008).

Considerando para o estudo das estruturas o pórtico simples representado pela figura abaixo, observa-se que a ação de uma força externa gera reações de sentido contrário (ver Figura 2.3), sendo estas, força de inércia, força de amortecimento e força de rigidez.

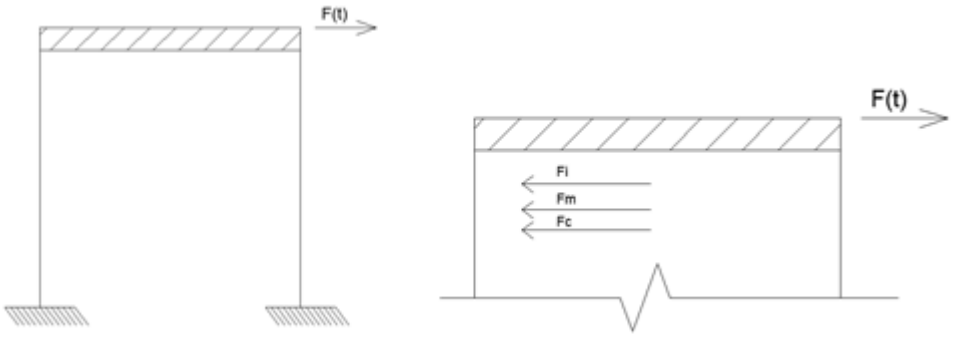


Figura 2.6 - Diagrama de Corpo Livre Submetido a uma Força Dinâmica

A força de inercia é igual à massa (m) do sistema multiplicada pela aceleração gerada ao longo do tempo (t), já a força de amortecimento é a relação do amortecimento (c) multiplicada pela velocidade do sistema no tempo (t), e a força de rigidez é a relação proporcional entre a rigidez dos elementos (k) e o deslocamento (u) no tempo (t), gerando-se assim a equação do movimento abaixo.

$$\mathrm{m}\ddot{u}(\mathrm{t}) + \mathrm{c}\dot{u}(\mathrm{t}) + \mathrm{ku}(\mathrm{t}) = \mathrm{F}(\mathrm{t}) \qquad (1)$$

2.4 Comportamento Dinâmico de Estruturas com 1 Grau de Liberdade (SDOF)

2.4.1 Vibração Livre

Segundo Lima e Santos, (2008) a vibração livre é quando uma estrutura tem seu comportamento vibratório, sem a ação de nenhuma ação externa.

A vibração livre pode ser escrita com a equação (1), mas tendo a força externa recebendo o valor igual a zero (LIMA E SANTOS, 2008):

$$\mathrm{m}\ddot{u}(\mathrm{t}) + \mathrm{c}\dot{u}(\mathrm{t}) + \mathrm{ku}(\mathrm{t}) = 0 \quad (2)$$

Nos subitens abaixo serão apresentados os tipos de vibrações e a determinação das frequências e modos de vibração das estruturas, considerando-se cada caso.

2.4.1.1 Vibração Livre sem Amortecimento

O método mais simplificado para determinação das frequências e modos de vibrações naturais é a consideração da vibração livre sem a presença do amortecimento (c=0) (o movimento só existirá se for imposto deslocamento/velocidade inicial) na equação do movimento (ESPADA, 2010).

$$\mathrm{m}\ddot{u}(\mathrm{t}) + \mathrm{ku}(\mathrm{t}) = 0 \quad (3)$$

Para as condições iniciais, $u(0) = u_0$ e $\dot{u}(0) = \dot{u}_0$ a solução da equação (3) é descrita da seguinte maneira (LIMA E SANTOS, 2008):

$$\mathrm{u}(\mathrm{t}) = \mathrm{u}_0 \cos(\omega_n \mathrm{t}) + \frac{\mathrm{u}_0}{\omega_n} \sin(\omega_n \mathrm{t}) \quad (4)$$

Onde:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}} \quad (5)$$

Sendo k a rigidez da estrutura analisada, m a massa do sistema e ω_n é a frequência circular natural, expressa em radianos (LIMA E SANTOS, 2008).

Na Figura 2.7 é apresentado um sistema sob vibração, a partir de um sistema em equilíbrio estático ($u = 0$) (CHOPRA, 1995).

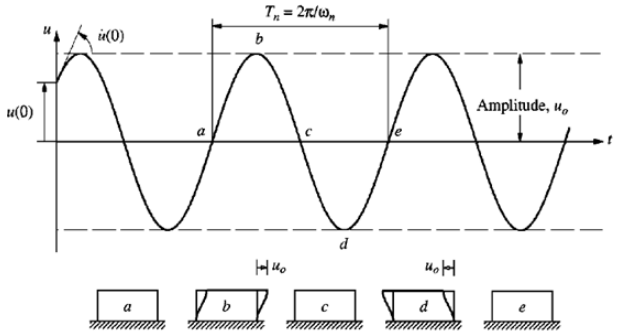


Figura 2.7 - Vibração de um sistema sem amortecimento (c=0) (CHOPRA, 1995)

O tempo requerido para um sistema sem amortecimento completar um ciclo de vibração livre é denominado de período natural de vibração, o qual é expresso pela equação (6) (CHOPRA, 1995):

$$\mathrm{T}_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \tag{6}$$

O inverso do período de vibração é denominado de frequência natural (cíclica) de vibração, a qual é expressa em Hz (LIMA E SANTOS, 2008).

$$\mathrm{f}_n = \frac{1}{\mathrm{T}_n} = \frac{\omega_n}{2\pi} \tag{7}$$

2.4.1.2 Vibração Livre Amortecida

O movimento oscilatório é constante ao longo do tempo, porém não é real devido a presença do amortecimento (c), o qual irá dissipar a energia com o decorrer do tempo (CHOPRA, 1995).

Para a condição $F(t) = 0$ a equação é dada como:

$$\mathrm{m\ddot{u}} + \mathrm{c\dot{u}} + \mathrm{ku} = 0 \tag{8}$$

Na Figura 2.8 abaixo é apresentado o comportamento da estrutura na presença do amortecimento, no âmbito do deslocamento.

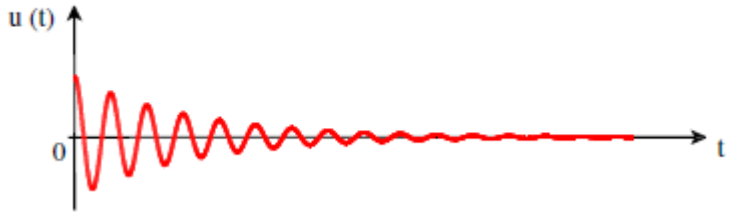


Figura 2.8 - Representação gráfica dos deslocamentos em um sistema com presença do amortecimento (c) (ESPADA, 2010)

Podemos dividir a equação (8) pela massa, obtendo:

$$\ddot{u} + 2\xi\omega_n\dot{u} + \omega^2{}_n u = 0 \tag{9}$$

Onde $\omega_n = \sqrt{k/m}$, sendo:

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{c_r} \tag{10}$$

Onde c_r refere-se ao coeficiente de amortecimento crítico, sendo obtido através da equação abaixo (CHOPRA, 1995).

$$c_r = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega_n} \tag{11}$$

O parâmetro ξ é a razão de amortecimento ou a fração do amortecimento crítico, conforme já informado c é o componente responsável pela dissipação de energia durante o movimento oscilatório no decorrer do tempo (CHOPRA, 1995).

O movimento de uma estrutura com a presença do amortecimento é classificado em 3 tipos (criticamente amortecido, superamortecido e sub-amortecido). Sendo para $c = c_r$ ou ξ=0 o movimento é descrito como criticamente amortecido, se $c > c_r$ ou ξ >1 é descrito como movimento superamortecido, já se $c < c_r$ ou ξ <1 recebe a classificação de movimento sub-amortecido (CHOPRA, 1995).

Na Figura 2.9 é apresentada a diferença entre o comportamento de cada tipo de movimento com relação ao deslocamento.

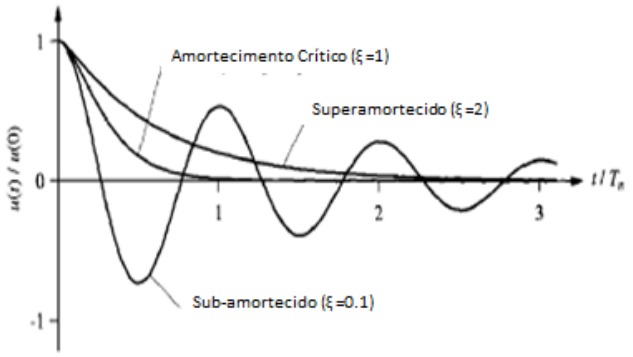


Figura 2.9 - Diferença na resposta da estrutura para os tipos de amortecimento (CHOPRA, 1995)

Estruturas na realidade como as edificações possuem a razão de amortecimento (ξ) menor que 0,10, levando assim a classificação como sub-amortecidas (CHOPRA, 1995).

Conforme Chopra, (1995,) a frequência natural para um sistema sub-amortecido é:

$$\omega_D = \sqrt{1-\xi^2} \tag{12}$$

E o período natural de vibração é:

$$\mathrm{T}_D = \frac{\mathrm{T}_n}{\sqrt{1-\xi^2}} \tag{13}$$

Na Figura 2.10 é plotada a comparação entre um sistema sem amortecimento e um amortecimento de ξ=5% ou ξ =0.05.

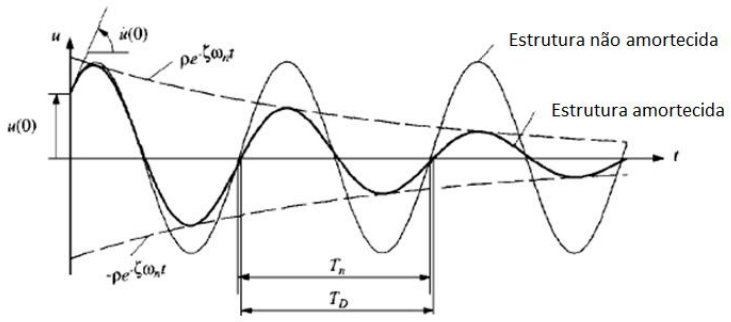


Figura 2.10 - Diferença entre sistema amortecido e não amortecido (ξ=0.05) (CHOPRA, 1995)

2.4.2 Vibração Forçada

Quando a vibração é causada devido à atuação de uma excitação dinâmica externa, seja esta, uma força, velocidade ou aceleração, é denominada de vibração forçada (LIMA E SANTOS, 2008).

Para o caso de problemas da engenharia civil, destacam-se as vibrações ocasionadas por ações de vento, funcionamento de máquinas rotativas, as ações de impacto, ações sísmicas entre outras (ESPADA, 2010). Na Figura 2.11 abaixo é mostrado o comportamento ao longo do tempo para diferentes tipos de excitações.

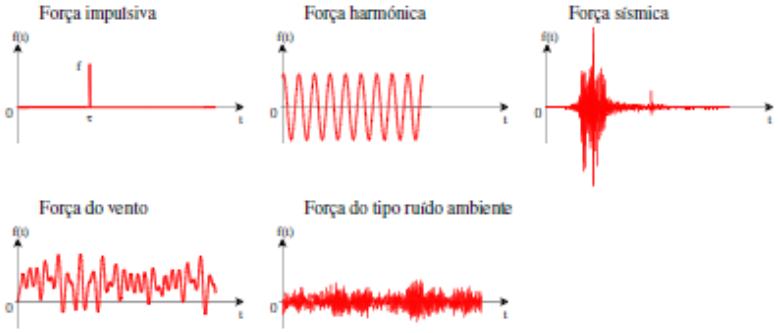


Figura 2.11: Representação gráfica do comportamento ao longo do tempo para alguns tipos de excitações dinâmicas (ESPADA, 2010)

2.4.2.1 Vibração Harmônica

2.4.2.1.1 Vibração Harmônica Sem Amortecimento

O comportamento do funcionamento de máquinas rotativas é exemplo de força com comportamento harmônico, o qual pode ser descrito matematicamente por uma função seno, como a seguir (LIMA E SANTOS, 2008):

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = F_0 \sin(\omega t) \tag{14}$$

Onde,

ω → Frequência circular de excitação em radianos por segundo;

F_0 → Valor máximo da força de excitação;

A solução da equação acima pode ser determinada para as condições iniciais (CHOPRA, 1995).

$$u = u(t) \qquad \dot{u} = \dot{u}(t)$$

Sendo, $u(t)$ e $\dot{u}(t)$ o deslocamento e a velocidade no instante de tempo de aplicação da força. A solução particular pode ser escrita (CHOPRA, 1995):

$$u_p(t) = X \sin(\omega t) \qquad \omega \neq \omega_n$$

Onde:

$$X = \frac{F_0}{k(1 - r^2)} \tag{15}$$

Sendo que X representa o valor máximo do deslocamento da solução, r é a relação entre a frequência de excitação (ω) com a frequência natural (ωn) (LIMA E SANTOS, 2008).

$$r = \omega/\omega_n \tag{16}$$

A solução complementar corresponde à solução do problema de vibração livre sem amortecimento, podendo ser escrita pela expressão (LIMA E SANTOS, 2008).

$$u_c(t) = A \cos(\omega n t) + B \sin(\omega n t) \tag{17}$$

Assim, a solução para a equação inicial pode ser escrita da seguinte forma (LIMA E SANTOS, 2008):

$$u(t) = u_c(t) + u_p(t) \tag{18}$$

$$u(t) = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t) + \frac{F_0}{k(1 - r^2)} \sin(\omega t) \tag{19}$$

Logo, a equação que descreve a vibração não amortecida para força harmônica é (LIMA E SANTOS, 2008):

$$u(t) = u_t(t) + u_p(t) \tag{20}$$

$$u_t(t) = u(0)\cos(\omega_n t) + \left(\frac{\dot{u}_0}{\omega_n} + \frac{rF_0}{k(1-r^2)}\right)\sin(\omega_n t) \tag{21}$$

$$u_p(t) = \frac{F_0}{k(1-r^2)}\sin(\omega t) \tag{22}$$

Onde:

$u(t)$ → Resposta Total;

$u_t(t)$ → Resposta Transiente;

$u_p(t)$→ Resposta Permanente

Na Figura 2.12 a resposta total e permanente para as condições iniciais $(u(0) = 0, \dot{u}(0) = \frac{\omega_n F_0}{k},\ \omega = 0{,}20\omega_n)$.

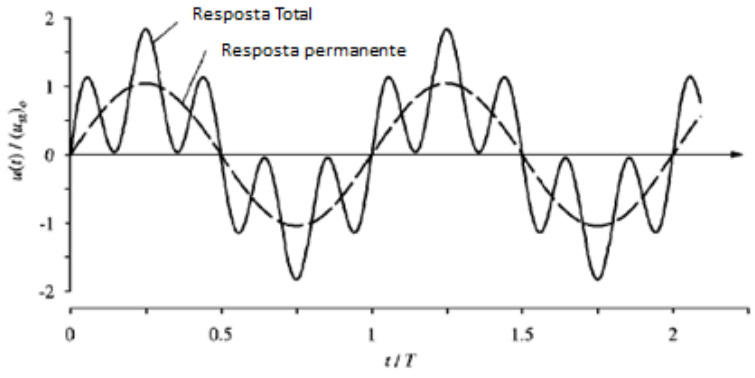


Figura 2.12 - Representação gráfica da comparação entre as respostas total e permanente para movimento sem amortecimento (CHOPRA, 1995)

A resposta transiente depende das condições iniciais de deslocamento e velocidade $(x(0) = \dot{x}(0) = 0)$, apresentando-se na Figura 2.12 comportamento continuo e infinito, o qual não ocorre na realidade devido à presença do amortecimento (CHOPRA, 1995).

Já a resposta permanente possui o valor de frequência igual a da força excitatória, permanecendo mesmo com a presença do amortecimento (LIMA E SANTOS, 2008).

2.4.2.1.2 Vibração Harmônica Amortecida

Se considerarmos a presença do amortecimento na equação diferencial do movimento teremos (LIMA E SANTOS, 2008):

$$\mathrm{m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = F_0 \sin(\omega t)} \tag{23}$$

Novamente a solução do problema pode ser realizada através da equação abaixo (LIMA E SANTOS, 2008):

$$u(t) = u_c(t) + u_p(t) \tag{24}$$

Onde, $u_c(t)$ é a solução complementar do problema a qual corresponde ao movimento de vibração livre e pode ser escrita conforme apresentado anteriormente, $up(t)$ é a solução particular a qual pode adotar a forma (LIMA E SANTOS, 2008):

$$u_p(t) = S_1 \sin(\omega t) + S_2 \cos(\omega t) \tag{25}$$

Os valores de $S1$ e $S2$ são determinados da seguinte maneira (LIMA E SANTOS, 2008):

$$S_1 = \frac{(1 - r^2)F_0}{k[(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2]} \tag{26}$$

$$S_2 = -\frac{2\xi r F_0}{k[(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2]} \tag{27}$$

Substituindo as equações de solução particular e complementar, se obtém a equação do movimento amortecido sob uma força harmônica (LIMA E SANTOS, 2008):

$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t}[A\cos(\omega_D t) + B\sin(\omega_D t)] + \frac{(1-r^2)F_0}{k[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]}\sin(\omega t) + \frac{2\xi r F_0}{k[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]}\cos(\omega t) \quad (28)$$

As constantes A e B podem ser determinadas a partir das condições iniciais de deslocamento $u(0)$ e velocidade $\dot{u}(0)$. Sendo que o primeiro termo da equação refere-se ao movimento transiente, o qual apresenta uma dissipação com o desenvolvimento do movimento ao longo tempo (ver Figura 2.13). Os termos da direita referem-se ao movimento de vibração livre e permanecem mesmo com a presença do amortecimento (CHOPRA, 1995).

Na Figura 2.13 é ilustrada a diferença entre o movimento total e permanente considerando-se as condições iniciais ($u(0) = 0$, $\dot{u}(0) = \frac{\omega_n F_0}{k}$, $\omega = 0{,}20\omega_n$) e amortecimento ξ=0,05.

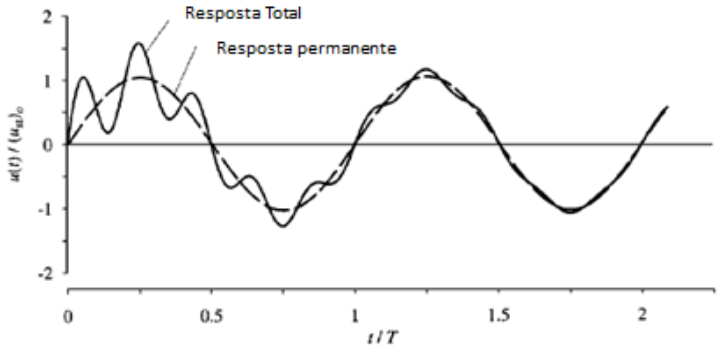


Figura 2.13 - Representação gráfica da diferença entre o movimento total e permanente (CHOPRA, 1995)

Vale salientar a importância deste estudo utilizando-se de recursos gráficos a fim de evitar a ocorrência do fenômeno da ressonância, aonde a frequência de excitação iguala-se a frequência natural da estrutura ($\omega \cong \omega_n$) (ESPADA, 2010).

2.4.2.2 Excitação com Variação Arbitrária no Tempo

Na maioria das vezes as solicitações dinâmicas apresentam comportamento de forma totalmente arbitrária no tempo, exemplos são as vibrações causadas por explosões, impactos, ações de ventos e principalmente terremotos (LIMA E SANTOS, 2008).

A análise da resposta de uma força arbitrária pode ser descrita de forma simplificada pele equação do movimento (CHOPRA, 1995). Para as condições iniciais $\mathrm{u}(0) = \dot{\mathrm{u}}(0) = 0$.

$$\mathrm{m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F(t)} \tag{29}$$

Sendo, $\mathrm{F(t)}$ uma sequência de vários impulsos com duração infinitesimal (ver Figura 2.14), a resposta da estrutura será igual à sobreposição dos impulsos individuais (CHOPRA, 1995).

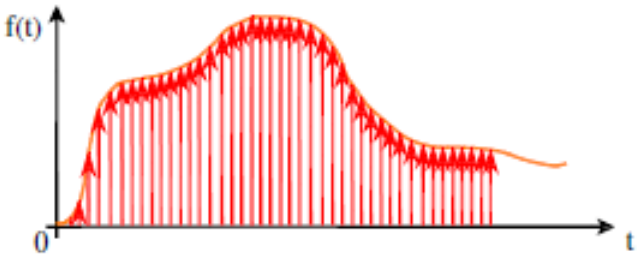


Figura 2.14 - Representação gráfica de força impulsiva no tempo (ESPADA, 2010)

A solução de uma força arbitrária no tempo pode ser obtida através da continua aplicação de uma força impulsiva (ver Figura 2.15). Esta continuidade pode ser descrita pela equação da integral de *Duhamel* (CHOPRA, 1995).

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n}\int_0^t F(\tau)\,\mathrm{sin}[\omega_n(t-\tau)]d\tau \tag{30}$$

Onde:

$m \rightarrow$ Massa do sistema;

$t \rightarrow$ Tempo de duração da solicitação;

$F(t)$ → Força variável no tempo;

A equação abaixo é descrita para um sistema com amortecimento (LIMA E SANTOS, 2008).

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n}\int_0^t F(\tau)e^{-\xi\omega_n(t-\tau)}\sin[\omega_n(t-\tau)]d\tau \quad (31)$$

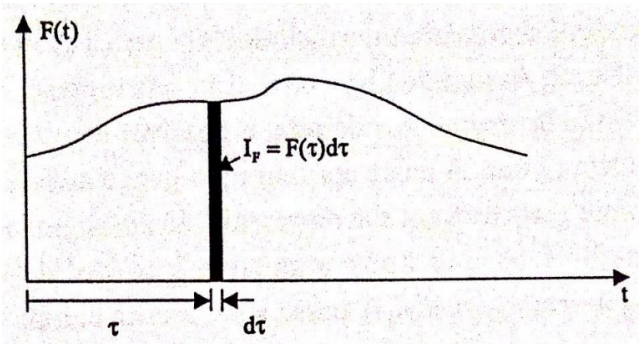


Figura 2.15 - Força de impulsão linear (LIMA E SANTOS, 2008)

Ip é a força impulsão linear, a qual é numericamente igual a área escurecida, que é descrita pela equação abaixo (LIMA E SANTOS, 2008).

$$Ip = \int_{\tau}^{\tau+\varepsilon} Fdt \quad (32)$$

Em muitos casos práticos a excitação gerada pela ação de uma força arbitraria no tempo não pode ser descrita por uma função, e sim, é obtida através de dados coletados de medições realizadas em campo, o principal exemplo são as acelerações medidas durante um terremoto (LIMA E SANTOS, 2008).

Para estes casos é necessário assumir que a excitação possa ser representada por uma sequência de seguimentos de retas (ver Figura 2.16), a solução é possível através da integral de *Duhamel* (LIMA E SANTOS, 2008).

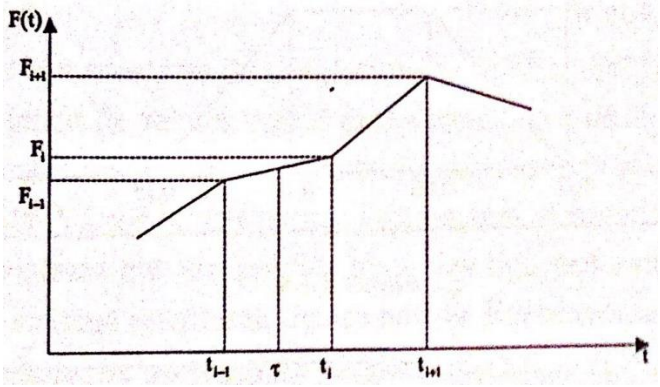


Figura 2.16 - Representação gráfica do método da Integral de Duhamel para uma força arbitrária no tempo (LIMA E SANTOS, 2008)

Substituindo-se a equação (33) pela equação (34) na equação do sistema com amortecimento temos a equação (35) (LIMA E SANTOS, 2008):

$$\sin[\omega_d(t-\tau)] \tag{33}$$

$$\sin(\omega_d\tau)\cos(\omega_d\tau) - \cos(\omega_D t)\sin(\omega_D t) \tag{34}$$

$$x(t) = \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{m\omega_n}[A(t)\sin(\omega_D t) - B(t)\cos(\omega_D t)] \tag{35}$$

Quando considerada a força excitatória representada por uma sequência de seguimentos retilíneos, os valores de $A(t)$ e $B(t)$ são descritos pelas equações: (LIMA E SANTOS, 2008).

$$A(t) = A(t_{i-1}) + \left[F(t_{i-1}) - t_{i-1}\frac{F(t_i) - F(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}}\right]I_1 + \frac{F(t_i) - F(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}}I_4 \tag{36}$$

$$B(t) = B(t_{i-1}) + \left[F(t_{i-1}) - t_{i-1}\frac{F(t_i) - F(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}}\right]I_2 + \frac{F(t_i) - F(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}}I_3 \tag{37}$$

Onde:

$$I_1 = \frac{e^{\xi\omega_n\tau}}{(\xi\omega_n)^2 + {\omega_D}^2}[\xi\omega_n\cos(\omega_D\tau) + \omega_D\sin(\omega_D\tau)]\,|_{t_{i-1}}^{t_i} \tag{38}$$

$$I_2 = \frac{e^{\xi\omega_n\tau}}{(\xi\omega_n)^2 + {\omega_D}^2}[\xi\omega_n \cos(\omega_D\tau) - \omega_D \sin(\omega_D\tau)]\,|_{t_{i-1}}^{t_i} \tag{39}$$

$$I_3 = \left(\tau - \frac{\xi\omega_n}{(\xi\omega_n)^2 + \omega_D^2}\right) I_2 + \frac{\omega_D}{(\xi\omega_n)^2 + \omega_D^2} I_1|_{t_{i-1}}^{t_i} \tag{40}$$

$$I_4 = \left(\tau - \frac{\xi\omega_n}{(\xi\omega_n)^2 + \omega_D^2}\right) I_1 - \frac{\omega_D}{(\xi\omega_n)^2 + \omega_D^2} I_2|_{t_{i-1}}^{t_i} \tag{41}$$

2.5 Comportamento Dinâmico de Estruturas com Múltiplos Graus de Liberdade (MDOF)

2.5.1 Frequências e Modos de Vibração Naturais

Os modos de vibração e suas respectivas frequências podem ser descritos como a tendência de resposta da estrutura á uma vibração (ESPADA, 2010).

Para determinação dos modos e frequências naturais de vibração utiliza-se a consideração da vibração livre não amortecida (ver subitem 2.4.1.1), dependendo apenas das condições iniciais (deslocamento e velocidade), denominado de método dos autovalores e autovetores (eigenvectors) (CHOPRA, 1995).

Para um sistema com MDOF a equação do movimento pode ser escrita na forma matricial (HART E WONG, 1999).

$$[M][\ddot{u}] + [K][u] = 0 \tag{42}$$

Onde:

$[M]$ é a matriz de massa do sistema;

$[K]$ é a matriz de rigidez do sistema;

O software SAP2000 para determinação das frequências e modos de vibração da estrutura utiliza o método dos autovalores e autovetores (eigenvectors) (CSI Analysis Reference Manual, 2014, p. 341).

2.5.1.1 Método dos Autovalores e Autovetores (eigenvectors)

Conforme apresentado anteriormente, a solução numérica para um sistema de vibração livre sem amortecimento é denominada de autovalores e autovetores, a qual apresenta como resultados as frequências e modos de vibração natural da estrutura (CHOPRA, 1995).

Segundo Chopra (1995), é um método interativo e de grande eficiência, sendo amplamente utilizado na engenharia estrutural. No qual a solução para a equação de vibração livre, pode ser escrita da seguinte forma (LIMA E SANTOS, 2008).

$$u(t) = q_n(t)\Phi_n \tag{43}$$

Onde, Φ_n é a constante que representa a forma deformada da estrutura, a qual permanece inalterada com o passar do tempo, $q_n(t)$ descreve a função harmônica na forma da seguinte expressão (LIMA E SANTOS, 2008).

$$q_n(t) = A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t) \tag{44}$$

Sendo, A_n e B_n constantes que podem ser determinadas a partir das condições iniciais (CHOPRA, 1995), logo a equação (44) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$u(t) = A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t)\, \Phi_n \tag{45}$$

Substituindo-se a equação (45) na equação (44) se obtém (LIMA E SANTOS, 2008).

$$[-\omega_n^2 m\Phi_n + K\Phi_n]q_n(t) = 0 \tag{46}$$

A solução da equação pode ser encontrada, quando as frequências (ω_n) e modos (Φ_n), satisfazem a seguinte equação (CHOPRA, 1995).

$$K\Phi_n = {\omega_n}^2 m\Phi_n \tag{47}$$

Conforme Chopra (1995), este é problema denominado de matriz do problema de autovalores. Onde k é a matriz de rigidez e m é a matriz de massa, podendo então a solução ser escrita da seguinte maneira.

$$[K - \omega_n^2 m]\Phi_n = 0 \tag{48}$$

A solução onde $\Phi_n = 0$ não apresenta interesse para o estudo da dinâmica, sendo assim, para solução deve ser adotada (LIMA E SANTOS, 2008).

$$\det[K - \omega_n^2 m] = 0 \tag{49}$$

Este é um problema típico de autovalores e autovetores. Os autovalores são de fato as frequências naturais (ω_n) devendo estes ser ordenadas da menor para a maior, onde a primeira frequência é denominada de frequência fundamental da estrutura. Após determinadas às frequências são calculados vetores, denominados de autovetores que irão descrever os modos de vibração (Φ_n) da estrutura (LIMA E SANTOS, 2008).

As frequências naturais (ω_n) e os seus respectivos modos de vibração (Φ_n) podem ser escritos na forma matricial, compondo a matriz espectral e a matriz modal, respectivamente (CHOPRA, 1995).

A matriz espectral é formada pelos autovalores (ω_n) sendo estes plotados em uma matriz diagonal (LIMA E SANTOS, 2008).

$${\omega_n}^2 = \begin{bmatrix} {\omega_{n1}}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & {\omega_{nj}}^2 & \vdots \\ 0 & \cdots & {\omega_{nN}}^2 \end{bmatrix}$$

A matriz modal tem nas colunas plotados os valores para cada autovetor (Φ_n), como apresentado abaixo (LIMA E SANTOS, 2008).

$$\Phi_n = \begin{bmatrix} \Phi_{1,1} & \cdots & \Phi_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{N,1} & \cdots & \Phi_{N,N} \end{bmatrix}$$

Assim, pode-se escreve de forma simplificada a seguinte expressão matricial para a vibração livre (LIMA E SANTOS, 2008).

$$[M][\Phi][\omega_n{}^2] = [K][\Phi] \tag{50}$$

2.6 Análise Dinâmica de Estruturas sob Eventos Sísmicos

2.6.1 Análise Linear Modal por Espectro de Resposta

O espectro de resposta pode ser definido como uma representação gráfica da resposta máxima seja em termos de aceleração, velocidade ou deslocamentos em função do período ou frequência natural para um sistema qualquer de um grau de liberdade (NEWMARK E HALL, 1982).

Espectro de resposta pode ser utilizado para a representação de acelerações ocorrentes na base, o qual possui grande importância para a análise de estruturas quando solicitadas a eventos sísmicos (LIMA E SANTOS, 2008).

A ideia da análise pelo espectro de resposta está na determinação dos deslocamentos e forças nas estruturas associados as suas propriedades naturais, quando sujeitas a movimentações na base. Sendo estas, determinadas considerando-se que a estrutura em análise ira possuir apenas graus de liberdade horizontais na direção da solicitação (NEWMARK E HALL, 1982).

Seja uma estrutura com dois graus de liberdade igual a apresentada na Figura 2.17 abaixo, para se determinar os esforços internos e os deslocamentos devido a uma solicitação (F(t)) aplicada na base, adota-se o método pelo espectro

de resposta, devendo considerar que a estrutura só ira possuir graus de liberdade horizontais, na respectiva direção da solicitação.

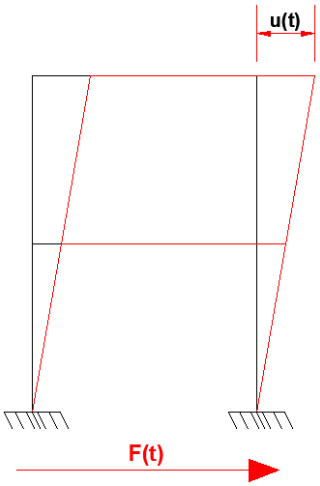


Figura 2.17 - Estrutura com dois graus de liberdade horizontais na direção da solicitação para análise por espectro de resposta

A análise através do espectro de resposta tem grande utilização para a engenharia estrutural no estudo das ações sísmicas, pois apresenta a máxima resposta estrutural independente do tempo que esta irá ocorre, gerando assim uma menor quantidade de dados e uma redução do tempo de processamento (HART E WONG, 1999).

Para estruturas de edificações, a análise pode ser feita de forma plana (2D), considerando-se as análises independentes para cada direção ortogonal da estrutura. A idealização estrutural se dá, considerando-se as massas concretadas nos níveis dos pavimentos e os graus de liberdades laterais nas direções consideradas (NEWMARK E HALL, 1982).

2.6.1.1 Concepção do Espectro de Resposta

Como será apresentado adiante, a concepção do espectro de reposta depende de certos fatores, são eles (HART E WONG, 1999):

- Frequências e Períodos Naturais (ω);
- Razão de Amortecimento (ξ);

- Acelerações da Base ($\ddot{u}g$);

Conforme dito no primeiro parágrafo do subitem 2.6.1, o espectro é representação da resposta de um sistema com SDOF, quando solicitado a uma aceleração na base ($\ddot{u}g$). Considerando por exemplo o pórtico plano plotado na Figura 2. (CLOUGH E PENZIEN, 2003).

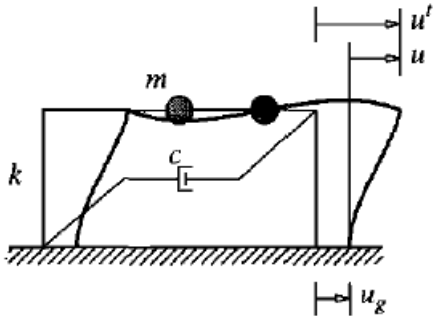


Figura 2.18 - Resposta de um sistema com SDOF para aceleração na base (CHOPRA, 1995)

A relação entre o deslocamento e aceleração solicitante é descrita através da integral de Duhamel (CLOUGH E PENZIEN, 2003).

$$u(t) = \frac{1}{\omega}\int_0^t [\ddot{u}_g\,(t)\sin\omega(t-\tau)e^{-\xi\omega(t-\tau)}]d\tau \tag{51}$$

Quando realizada a primeira derivada da equação (51) é determinada a resposta do sistema no âmbito da velocidade (CLOUGH E PENZIEN, 2003).

$$\dot{u}(t) = \int_0^t \left[\ddot{u}_g \cos\omega(t-\tau))\, e^{-\xi\omega(t-\tau)}\right] d\tau - \xi\int_0^t \left[\ddot{u}_g \sin\omega(t-\tau)\, e^{-\xi w(t-\tau)}\right] d\tau \tag{52}$$

Substituindo-se as equações (51) e (52) na equação do movimento apresentada abaixo, é obtida a equação que é relacionada à aceleração do sistema (54).

$$\ddot{u}_g = -2\omega\xi\dot{u}(t) - \omega^2 u(t) \tag{53}$$

$$\begin{aligned}\ddot{u}(t) = \omega(2\xi^2 - 1)\int_0^t \left[\ddot{u}g(t)\sin\omega(t-\tau)\, e^{-\xi\omega(t-\tau)}\right]d\tau \\ - 2\xi\omega\int_0^t \left[\ddot{u}_g(t)\cos\omega(t-\tau)\, e^{-\xi\omega(t-\tau)}\right]d\tau\end{aligned} \tag{54}$$

Dos valores obtidos pela aplicação das equações (54), (52) e (51) apenas os valores máximos absolutos são preponderantes para a engenharia estrutural, estes então são denominados então de deslocamento espectral ($S_D(\xi,\omega)$), velocidade espectral ($S_v(\xi,\omega)$) e aceleração espectral ($S_a(\xi,\omega)$), respectivamente.

Segundo Choung e Penzien, (2003) para a análise do comportamento das estruturas é necessário apenas à determinação da pseudo-velocidade espectral, a qual é obtida através da equação:

$$S_{pv}(\xi,\omega) = \left[\int_0^t \left[\ddot{u}_g(t)\,\mathrm{sin}\,\omega(t-\tau)\,e^{-\xi\omega(t-\tau)}\right]d\tau\right]_{máx} \tag{55}$$

Com a equação (55) é possível à determinação das deformações e acelerações espectrais, sendo:

$$S_D(\xi,\omega) = \frac{1}{\omega}S_{pv}(\xi,\omega) \tag{56}$$

$$S_a(\xi,\omega) = \omega S_{pv}(\xi,\omega) \tag{57}$$

Normalmente os valores de $S_{pv}(\xi,\omega)$, $S_D(\xi,\omega)$ e $S_a(\xi,\omega)$ são plotados em função dos períodos de vibração (T) e relacionados a um determinado valor de amortecimento (ξ), estas representações são denominadas de pseudo-velocidade espectral, deslocamento espectral e pseudo-aceleração espectral, respectivamente (CHOUGH E PENZIEN, 2003).

Na Figura 2.19 é plotada a resposta espectral para o sismo de EL Centro (1940) com razão do amortecimento (ξ) igual a 2%.

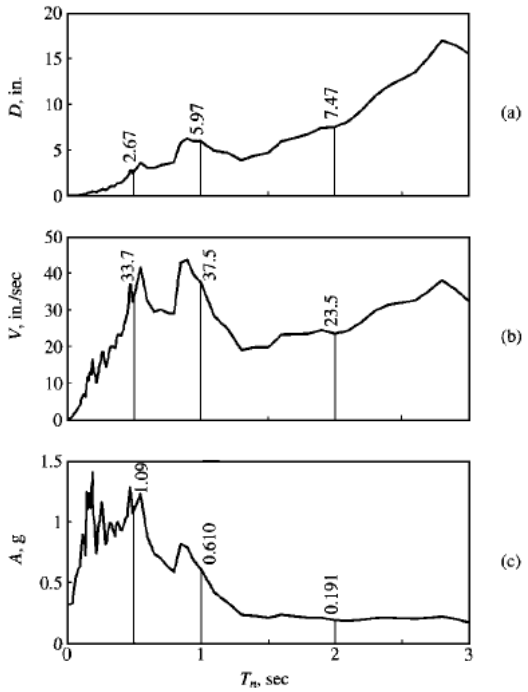


Figura 2.19 - Resposta espectral para o sismo de EL Centro (1940) em um sistema com razão de amortecimento (ξ=2%): (a) deformação espectral; (b) pseudo-velocidade espectral; (c) pseudo-aceleração espectral (CHOPRA, 1995)

2.6.1.2 Concepção do Espectro Elástico de Projeto

O espectro de projeto deve atender os requisitos de segurança em vista, que será utilizado para a elaboração de projetos de novas estruturas e avaliação da segurança sísmica de estruturas já existentes a novos tremores, sendo assim o procedimento apresentado no subitem anterior não é valido (CHOPRA, 1995).

O espectro de projeto, em geral deve ser capaz de representar os registros de tremores que ocorram no local durante terremotos anteriores, quando não se possui registros de eventos anteriores é possível se basear em registros de outras localidades, desde que estas apresentem as mesmas características do local que se irá trabalhar, são estes fatores: distância do local para a falha que originou os tremores anteriores, mecanismo da falha, caminho geológico feito pelas ondas sísmicas no momento de um evento e as condições do solo (CHOPRA, 1995).

A norma ASCE/SEI 7-10 recomenda no mínimo a utilização de cinco registros de terremotos anteriores no local em que se irá trabalhar, para a concepção de espectro.

A construção do espectro de projeto pode se dar através de parâmetros, os quais foram desenvolvidos por pesquisadores da área, esta forma de construção é denominada de método determinístico. O procedimento considera quatro importantes períodos de vibração T_a, T_b, T_e e T_f (CHOPRA, 1995). Estes períodos são ilustrados na Figura abaixo.

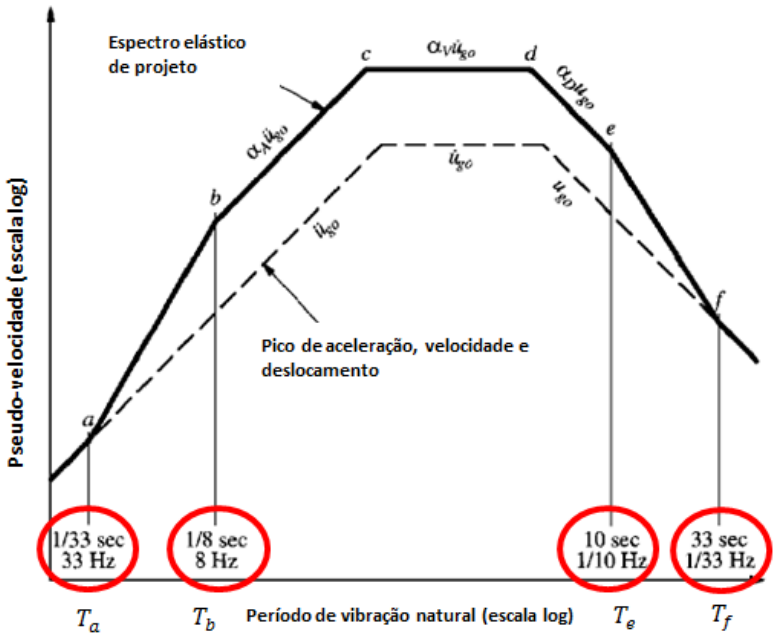


Figura 2.20 - Concepção do Espectro Elástico de Projeto (CHOPRA, 1995)

O procedimento para construção do espectro elástico de projeto consiste em inicialmente traçar uma linha tracejada com os picos de acelerações, velocidades e deslocamentos dos tremores (ver Figura 2.20). Para a determinação do trecho *b-c* as acelerações devem ser majoradas pelo coeficiente α_A, para o trecho *c-d* as velocidades devem ser majoradas pelo coeficiente α_V e para o trecho *d-e* os deslocamentos devem ser majorados pelo coeficiente α_D. Onde os períodos forem menores que T_a os valores do trecho são iguais aos valores de aceleração, para os períodos maiores que T_f os valores do trecho serão iguais aos valores dos deslocamentos. Os trechos *a-b* e *e-f* devem ser ligado por um segmento de reta (CHOPRA, 1995). Na Tabela abaixo são apresentados os coeficientes de majoração.

Tabela 2.2 - Fatores de Amplificação: Espectro Elástico de Projeto (CHOPRA, 1995)

	Um Sigma (84.1 Percentil)		
Amortecimento ξ (%)	α_A	α_V	α_D
1	4.38	3.38	2.73
2	3.66	2.92	2.42
5	2.71	2.30	2.01
10	1.99	1.84	1.69
20	1.26	1.37	1.38

2.6.1.3 Respostas Modais

As máximas repostas de cada modo de vibração (deslocamentos, cortantes e momentos) estão associadas as suas propriedades naturais e a solicitação do espectro de resposta (NEWMARK e HALL, 1982).

Sendo por exemplo, a força de corte na base para cada modo de vibração obtida da seguinte maneira (NEWMARK e HALL, 1982):

$$\alpha_0 = \frac{A_n}{g} x \beta_n \tag{58}$$

Onde:

$A_n \rightarrow$ Refere-se à pseudo-aceleração, que está relacionada ao período natural de vibração;

$\beta_n \rightarrow$ Peso efetivo que ira participar do enésimo modo natural;

$g \rightarrow$ Aceleração da gravidade (9,81 m²/s);

Sendo β_n, obtido conforme apresentado por Newmark e Hall, 1982:

$$\beta_n = {[\sum_{i=1}^{N} W_t \Phi_{tn}]^2} \Big/ {\sum_{i=1}^{N} W_t \Phi^2{}_{tn}} \tag{59}$$

Onde, W_t referindo-se ao peso do sistema que é adotado concentrado em cada pavimento, Φ_{tn} é o deslocamento modal de cada pavimento e N é o número de pavimentos da estrutura.

Logo, a força lateral atuante em cada pavimento devido a ação sísmica será determinada através (NEWMARK E HALL, 1982):

$$q_{in} = \alpha_0 \frac{W_i \Phi_{in}}{\sum_{j=1}^{N} W_j \Phi_{jn}} \tag{60}$$

Desta maneira, a determinação de esforços internos (deslocamentos dos pavimentos, força cortante e momentos nos pavimentos), deixam de ser de forma dinâmica, pois são obtidos através da consideração da força lateral (NEWMARK E HALL, 1982).

Logo, o deslocamento de cada pavimento pode ser escrito através da equação (61) (NEWMARK E HALL, 1982).

$$V_{in} = \frac{1}{{\omega_n}^2} \frac{g}{W_i} q_{in} \tag{61}$$

A resposta total da estrutura é obtida através da superposição modal das respostas de cada modo de vibração quando submetida a solicitação do espectro de resposta (NEWMARK E HALL, 1982).

2.6.1.4 Combinação Modal (SRSS)

Existem diversos métodos sugeridos para a determinação da combinação modal da estrutura quando solicitada por ações sísmicas, entre eles está o método da *raiz-quadrada-da-soma-dos-quadrados* ou *SRSS* (LIMA E SANTOS, 2008). Conforme será apresentado mais a frente (ver Anexo II) é um dos métodos sugeridos pela ASCE 7/2010 para determinação da resposta estrutural.

Neste método a máxima resposta de cada modo é elevada ao quadrado, após os máximos modais são somados e a determinação da raiz quadrada da soma irá fornecer a aproximação da resposta total máxima da estrutura (CHOPRA, 1995). A equação é escrita da seguinte forma:

$$\mathrm{E_{máx}} \cong \left[\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} \mathrm{E}^2_{\mathrm{N_{máx_i}}}\right]^{1/2} \tag{62}$$

O termo $E_{N_{máx_i}}$ refere-se à resposta máxima da estrutura em cada i's modos de vibração natural. $\mathrm{E_{máx}}$ é a resposta máxima da estrutura, quando submetida a solicitação sísmica.

Segundo Lima e Santos, (2008), este método apresenta excelentes resultados para análise de estruturas, mas, deve ser evitada a sua aplicação para estruturas que possam possuir frequências naturais muito próximas.

2.7 Método Numérico de Análise de Estruturas: Método dos Elementos Finitos

2.7.1 Introdução

O principal objetivo da análise das estruturas está na determinação dos deslocamentos, esforços e deformações impostas a esta quando submetidos a ações de cargas externas, sejam de natureza estática ou dinâmica. (ESPADA, 2010).

Em exceções de casos de estruturas simples, não é possível obter-se um solução exata do comportamento, apenas aplicando as equações fundamentais de mecânica das estruturas, deste modo é necessário recorrer a métodos numéricos mais complexos, utilizando-se, por exemplo, o Método dos Elementos Finitos (MEF).

Conforme (SORIANO, 2009), o MEF é a mais eficiente ferramenta para solução de equações diferenciais que regem modelos matemáticos que representam modelos físicos, sejam estudos de condução de calor, eletromagnetismo, estudo de tensões, etc., os quais são de fundamental importância para o desenvolvimento de projetos de engenharia.

O MEF é o método mais largamente empregado para a análise de modelos físicos, isto é comprovado pela grande quantidade de sistemas computacionais comerciais que o utilizam (SORIANO, 2009). Entre estes está o software SAP2000 v.17.1.1 que será utilizado para este trabalho.

A ideia principal do MEF consiste em subdividir, o domínio de um problema em subdomínios de dimensões finitas, sendo que a combinação da resposta dos subdomínios é igual a do domínio geral, isso ocorre através de equações de aproximação. (CARRER, 2009).

Cada subdomínio recebe a nomenclatura de *elemento finito* e os pontos de ligação entre elementos adjacentes são denominados de *pontos nodais* ou *pontos de fronteira*, o conjunto destes elementos que descreve o domínio do problema recebe a nomenclatura de *malha* (CARRER, 2009).

A Figura 2.21 abaixo apresenta um exemplo de domínio, subdomínio (elementos finitos) e ponto nodais.

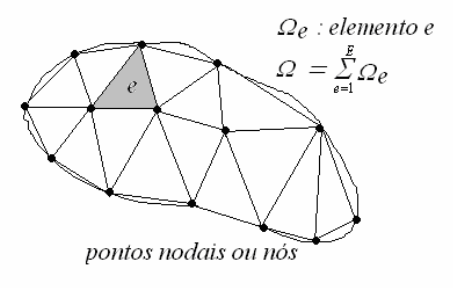


Figura 2.21 - Rede de Subdomínios e Pontos Nodais (fonte: Carrer, 2006)

Segundo Soriano, 2009 o comportamento da malha é resultado da combinação do comportamento de todos os elementos. Quanto maior o número de subdomínios (refinamento da malha), melhor será a obtenção resultados, se aproximando cada vez mais do comportamento exato do domínio (CARRER, 2009). Isto pode ser verificado na Figura 2.22.

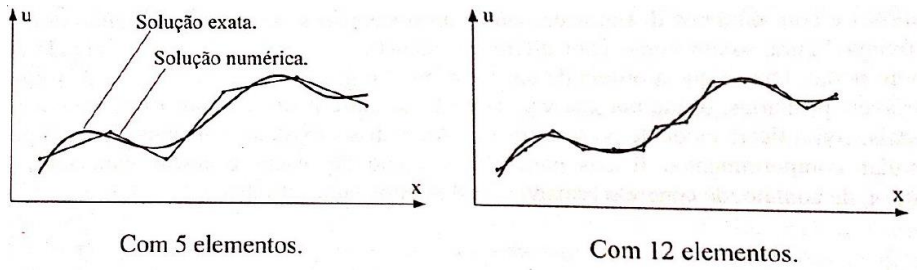


Figura 2.22 - Resultado de discretizações com aproximações locais lineares (fonte: SORIANO, 2009)

2.7.2 Tipos de Elementos Finitos

Os elementos finitos podem ser uni, bi e tridimensionais, de várias formas e padrões, cada um com distintos pontos nodais nos lados e faces, sendo cada elemento apresentando diferentes graus de liberdade (SORIANO, 2009).

Na Figura 2.23 são apresentadas às varias formas e tipos de elementos finitos.

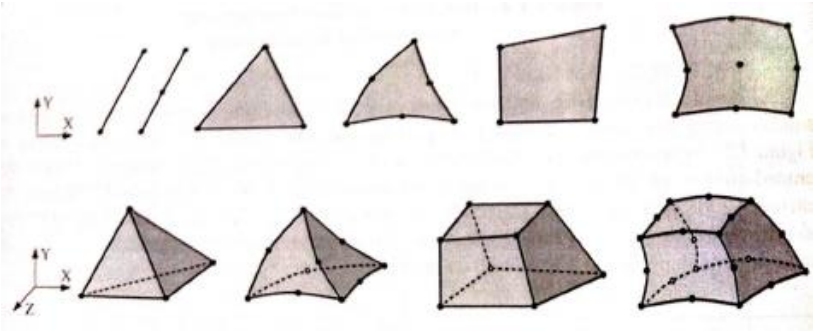


Figura 2.23 - Exemplos de formas de elementos finitos (SORIANO, 2009)

2.7.3 Fundamentos do MEF para uma estrutura reticulada em barras

Como as estruturas que serão analisadas neste trabalho serão modeladas em elementos unidimensionais (frames), serão apresentados os fundamentos considerados pelo MEF para análise de estruturas deste tipo.

Conforme já informado acima, a combinação dos elementos finitos é de maneira aproximada com o domínio real. Para que isso ocorrer os elementos devem interagir entre si, através de interpolações nodais (SORIANO, 2009). Sendo escritas da seguinte forma abaixo:

$$u = \sum_{i=1}^{n} Ni * ui \tag{63}$$

$$u = [N1 \ldots . Ni \ldots . Nn] \begin{Bmatrix} u1 \\ . \\ . \\ . \\ un \end{Bmatrix} = N * u(e) \tag{64}$$

Sendo que N representa a função de interpolação e u é o conjunto de parâmetros nodais, onde o número de equações de interpolação deve ser igual a número de parâmetros nodais (SORIANO, 2009).

Para ilustra o fundamento do MEF será tomado o exemplo da Figura 2.24 abaixo, uma viga bi-apoiada solicitada através de um carregamento distribuído (q).

Onde o principal objetivo será determinar o deslocamento do elemento na direção de aplicação do carregamento.

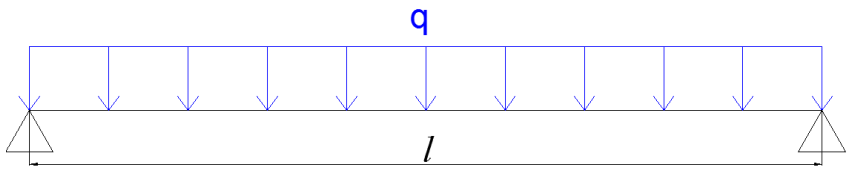


Figura 2.24 - Viga Bi-Apoiada

O segmento da viga de comprimento (l) foi subdivido em 4 trechos (ver Figura 2.25), sendo que a solução pode ser aproximada através da combinação linear através funções de interpolação $N_i = N_i(x)$, para cada ponto nodal i é definida um função $N_i(x)$, o qual assume valor unitário para este ponto e valor nulo para os demais pontos (ESPADA, 2010), conforme é apresentado na Figura 2.25.

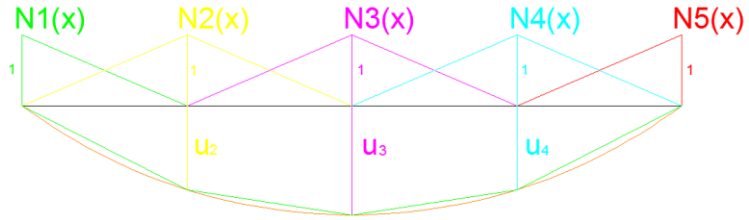


Figura 2.25 - Interpolação nodal (N_i)

Utilizando o desenvolvimento da forma fraca de Galerkin (o qual não é o foco deste trabalho apresentar o seu desenvolvimento) obtém-se a seguinte equação algébrica que irá descreve o deslocamento para os diferentes pontos nodais para uma barra de treliça, por exemplo.

$$\left(\int_0^l N^t EAN dx\right) u^e = \int_0^l N^t q dx \tag{65}$$

Onde:

$K^e = \int_0^l N^t EAN dx$;

$f^e = \int_0^l N^t q dx$;

E = Modulo de elasticidade do material constituinte do elemento;

A =Área da seção transversal do elemento;

Podemos então escreve o sistema acima de forma simplificada, como:

$$K^e u^e = f^e \tag{66}$$

Sendo K^e a matriz de rigidez (simétrica), f^e é o vetor de forças nodais equivalentes a força distribuída aplicada no elemento (SORIANO, 2009).

Assim, descrever o comportamento de qualquer estrutura com comportamento elástico linear, é montar um sistema de equações algébricas. Sendo que esta analise é realizada separadamente para cada elemento finito, e então combinada para criar o sistema geral referente a toda estrutura.

Conforme é verificado através da equação (66) para estruturas reticuladas em barras, o método dos elementos finitos acaba equivale-se pelo método dos deslocamentos de teoria das estruturas.

3 METODOLOGIA

3.1 Passos Metodológicos

Para atingir os objetivos propostos no capítulo introdutório do presente trabalho, os seguintes passos metodológicos foram adotados:

(1) Composição de uma fundamentação teórica onde foram estudados os principais conceitos de análise dinâmica de estruturas com enfoque nas solicitações sísmicas.
(2) Composição de uma revisão bibliográfica contemplando trabalhos similares que serviram de apoio para desenvolvimento do processo de modelagem estrutural
(3) Definição de modelos estruturais a serem estudados com variações nos tipos de contraventamentos e vinculações internas dos elementos estruturais, bem como no número de pavimentos dos modelos.
(4) Composição dos modelos estruturais via o software comercial de elementos finitos SAP 2000 v.17.1.1.
(5) Definição dos perfis componentes dos pórticos a partir de análise estática simplificada.
(6) Obtenção dos parâmetros dinâmicos dos modelos estruturais, a saber, frequências naturais e modos de vibração com a consequente tabulação destes dados.
(7) Determinação do espectro de projeto para análise sísmica – aplicação de deslocamentos de base em função do espectro.
(8) Obtenção dos deslocamentos laterais máximos no topo dos modelos em função do tipo de solicitação determinado no item (7).
(9) Tabulação de todos os dados e análise comparativa dos mesmos por maio da qual foram tecidas as considerações finais.

A seguir são apresentados um fluxograma com as etapas descritas acima, como também os detalhes do processo de modelagem utilizado.

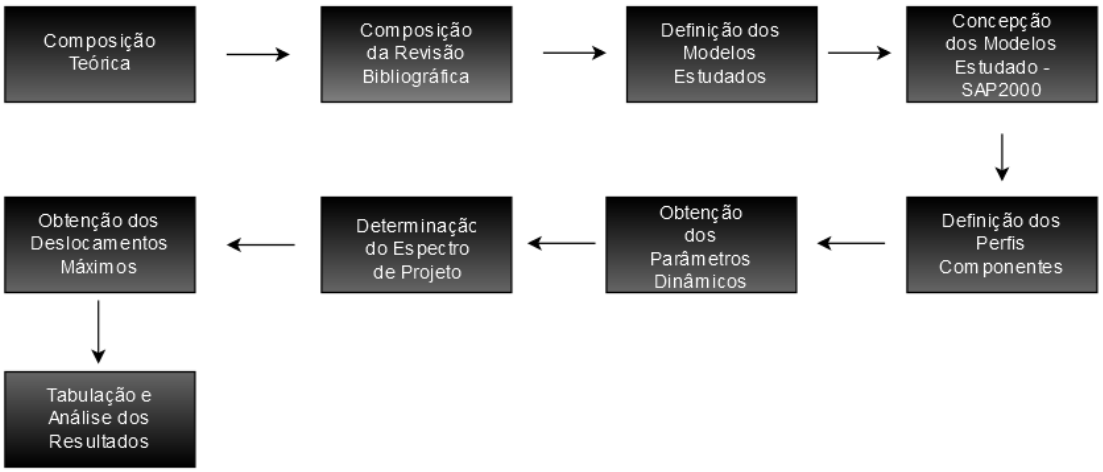


Figura 3.1 - Fluxograma do processo metodológico

3.2 Modelos de Análise

Os modelos consistiram em sistemas estruturais do tipo pórtico, apresentando ou não sistemas de contraventamento. Os pórticos serão em elementos metálicos, apresentando diferentes números de pavimentos (3,6 e 9). Os modelos irão apresentar vigas com vãos de 4m e a altura entre os pavimentos será de 3m. Alguns dos modelos de análise contaram com sistemas de contraventamento na forma de “X” e “K”, escolhe que se justificar por serem as formas mais usuais quando se trabalha com estruturas metálicas.

Nas Figuras abaixo são apresentadas a forma dos modelos utilizados para este estudo.

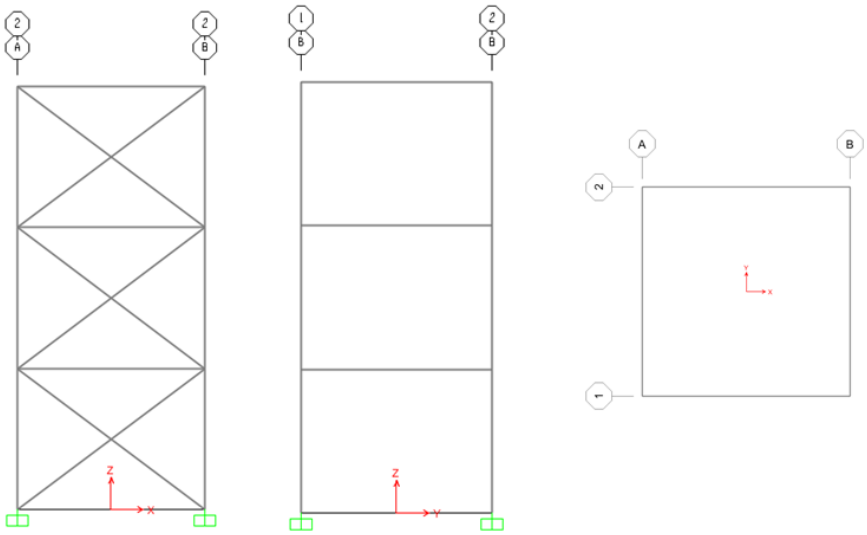


Figura 3.2 – Modelo de Análise com contraventamento em “X” – 3 Pavimentos

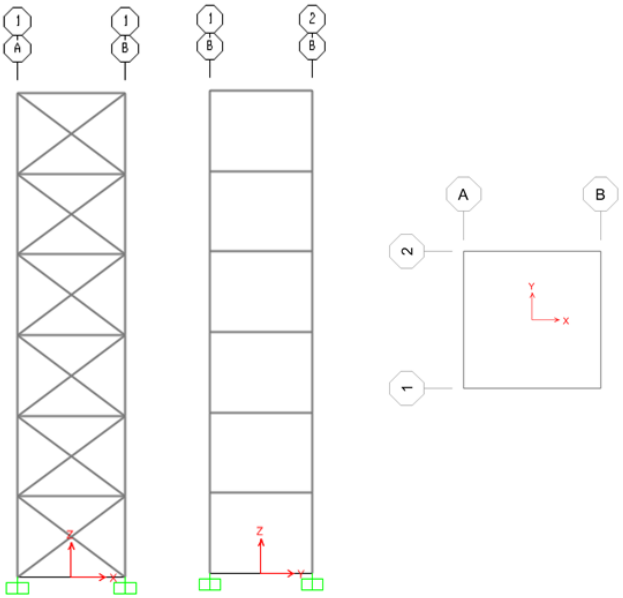


Figura 3.3 – Modelo de Análise com contraventamento “X” – 6 Pavimentos

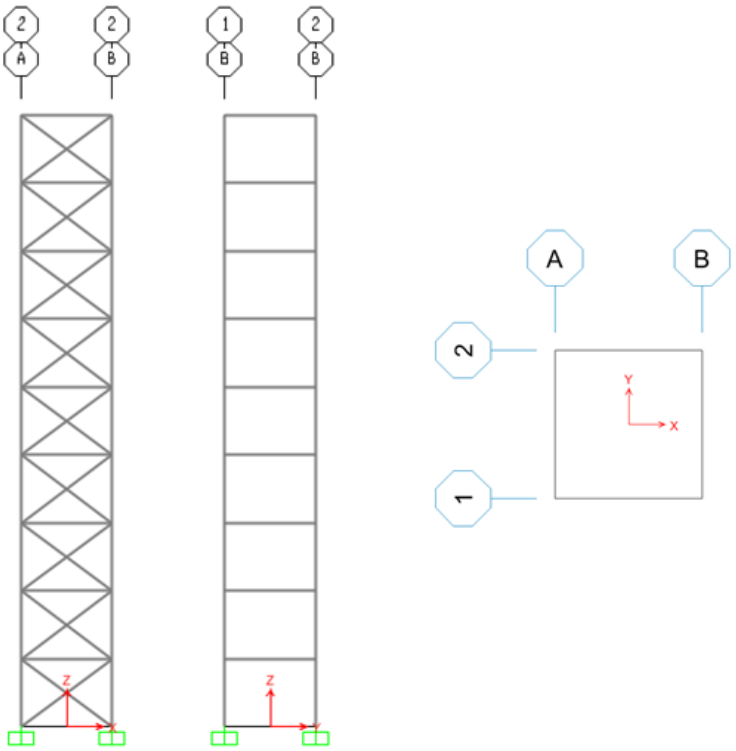


Figura 3.4 – Modelo de Análise com contraventamento em “X” – 9 Pavimentos

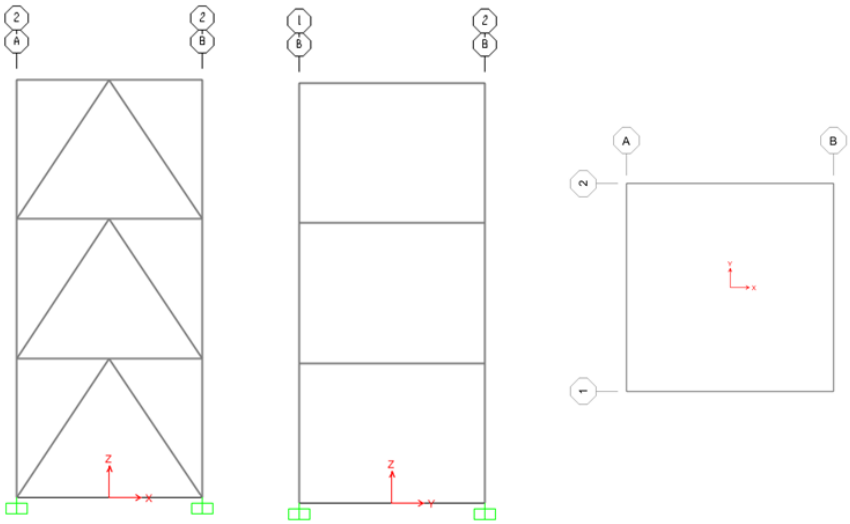


Figura 3.5 – Modelo de análise com contraventamento “K”- 3 Pavimentos

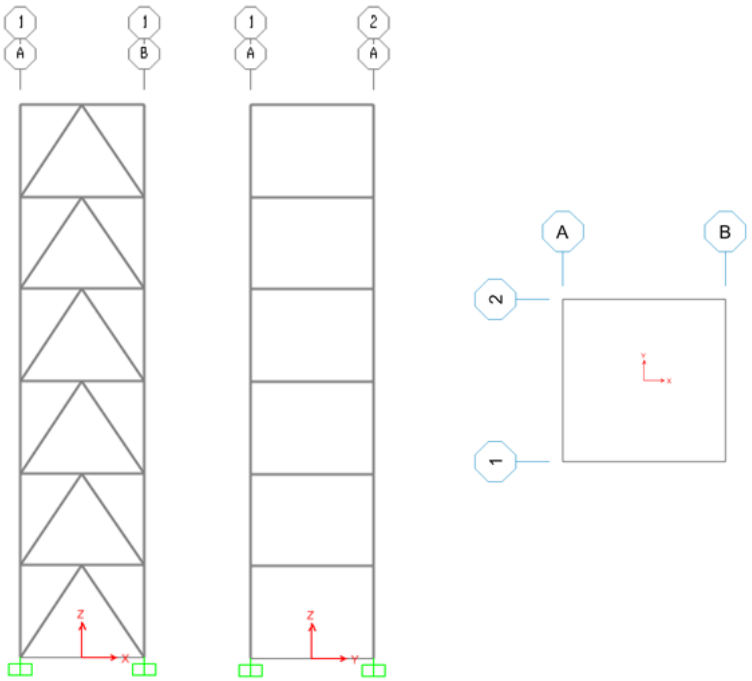


Figura 3.6 – Modelo de análise com contraventamento em “K” – 6 Pavimentos

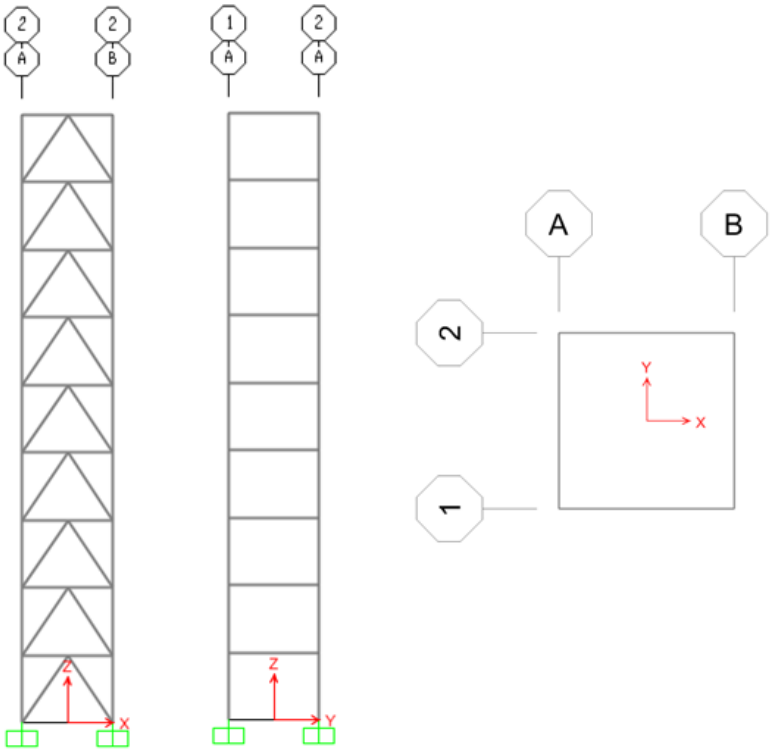


Figura 3.7 – Modelo de análise com contraventamento em “K” – 9 Pavimentos

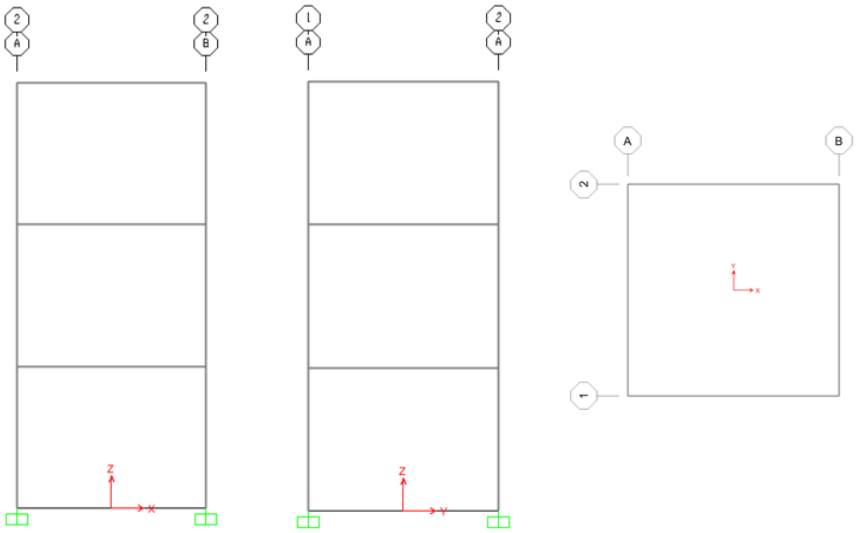


Figura 3.8 – Modelo de análise sem contraventamento – 3 Pavimentos

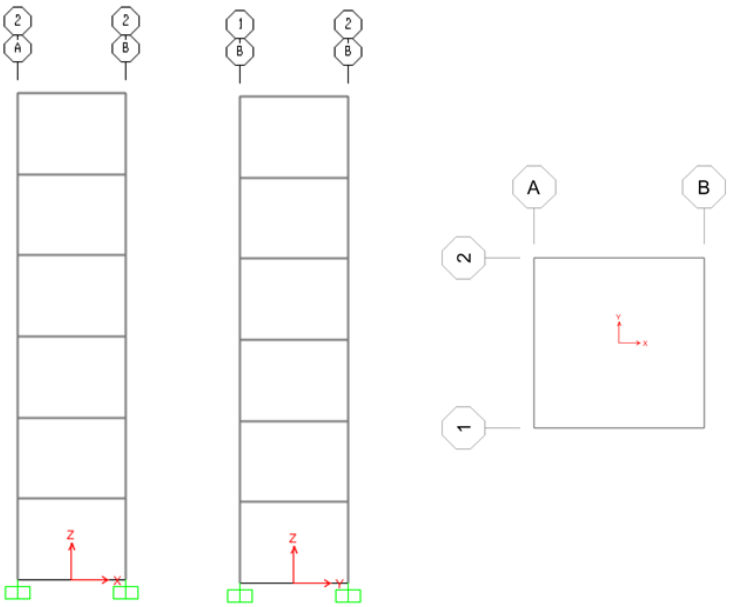


Figura 3.9 – Modelos de análise sem contraventamento – 6 Pavimentos

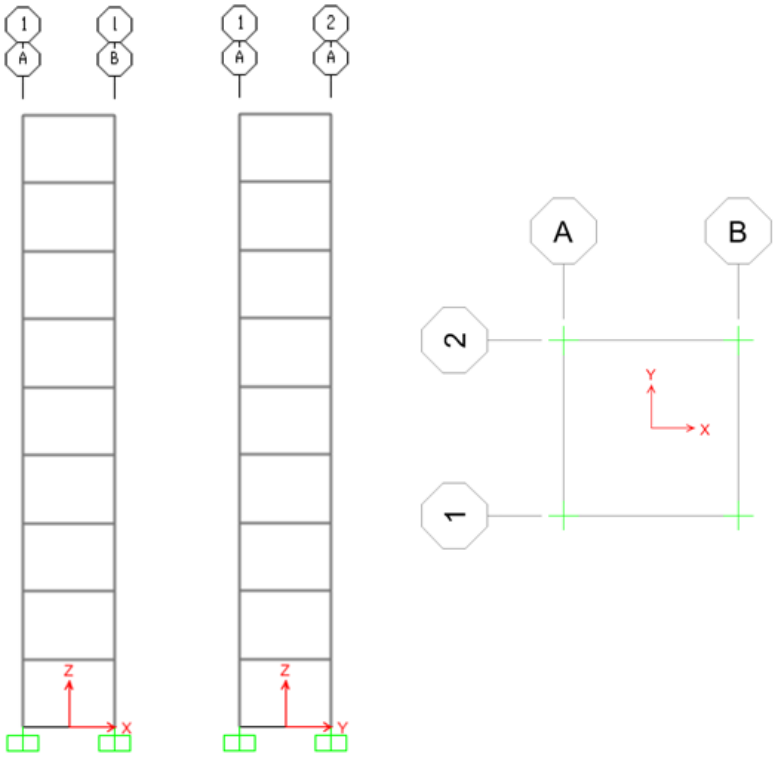


Figura 3.10 – Modelo de análise sem contraventamento – 9 Pavimentos

3.2.1 Material

Conforme informado no subitem 3.2, os modelos de análise serão constituídos de elementos metálicos, mais especificamente, o aço estrutural A36, o qual tem suas propriedades plotadas abaixo. Na Figura 3.11 são apresentadas estas propriedades aplicadas no SAP2000.

Tabela 3.1 - Propriedades Mecânicas do Aço A36

Aço Estrutural	**A36**
Modulo de Elasticidade	$E=2x10^5 MPa$
Tensão de Escoamento	$f_y=250$ MPa
Tensão de Ruptura	$f_u=400$ MPa

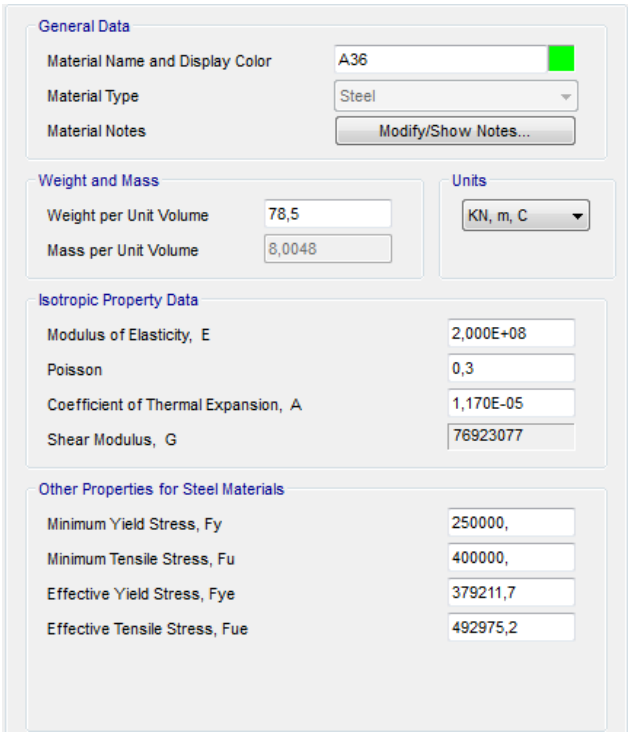


Figura 3.11 - Propriedade do material aço A36 - SAP2000

3.2.2 Sistemas Estruturais

Os modelos são divididos em três classes, as quais são subdivididas em mais três tipos. As classes se referem ao número de pavimentos, os quais se adotaram três, seis e nove pavimentos. Já os tipos referem-se aos modelos possuírem ou não contraventamento, em caso de presença destes, foram adotadas duas formas distintas, sendo em forma de “X” e “K”, conforme já apresentado no item 3.2. Para a modelagem dos contraventamento em forma de “X”, se adotou as barras que o constituem passantes entre si, ou seja, não foi utilizada a presença de um “nó” ou ligação rígida na região de intersecção das barras.

Nas Tabelas abaixo são apresentadas as respectivas classe e tipos que cada modelo recebeu.

Tabela 3.2 - Classe dos modelos de análise

Classe	Modelos
A	Três Pavimentos
B	Seis Pavimentos
C	Nove Pavimentos

Tabela 3.3 - Tipos de contraventamento dos modelos de análise

Tipo	Modelos
1	Contraventamento tipo “X”
2	Contraventamento tipo “X” rotulado
3	Contraventamento tipo “K”
4	Contraventamento tipo “K” rotulado
5	Sem Contraventamento

Logo, pode-se verificar na Tabela abaixo um resumo com a classificação de cada um dos modelos recebeu para a realização deste estudo.

Tabela 3.4 - Classificação geral dos modelos de análise

Classificação	Modelos
A1	Três Pavimentos c/ Contraventamento em “X”
A2	Três Pavimentos c/ Contraventamento em “X” rotulado
A3	Três Pavimentos c/ Contraventamento em "K"
A4	Três Pavimentos c/ Contraventamento em “K” rotulado
A5	Três Pavimentos s/ Contraventamento
B1	Seis Pavimentos c/ Contraventamento em “X”
B2	Seis Pavimentos c/ Contraventamento em “X” rotulado
B3	Seis Pavimentos c/ Contraventamento em “K”
B4	Seis Pavimentos c/ Contraventamento em “K” rotulado
B5	Seis Pavimentos s/ Contraventamento
C1	Nove Pavimentos c/ Contraventamento em “X”
C2	Nove Pavimentos c/ Contraventamento em “X” rotulado
C3	Nove Pavimentos c/ Contraventamento em “K”
C4	Nove Pavimentos c/ Contraventamento em “K” rotulado
C5	Nove Pavimentos s/ Contraventamento

Nas Figuras a seguir são plotados cada um dos modelos adotados para este estudo, sendo apresentados de acordo com a classificação acima. Observa-se que a presença de uma circunferência na extremidade dos elementos que apresentam liberdade ao momento e torção.

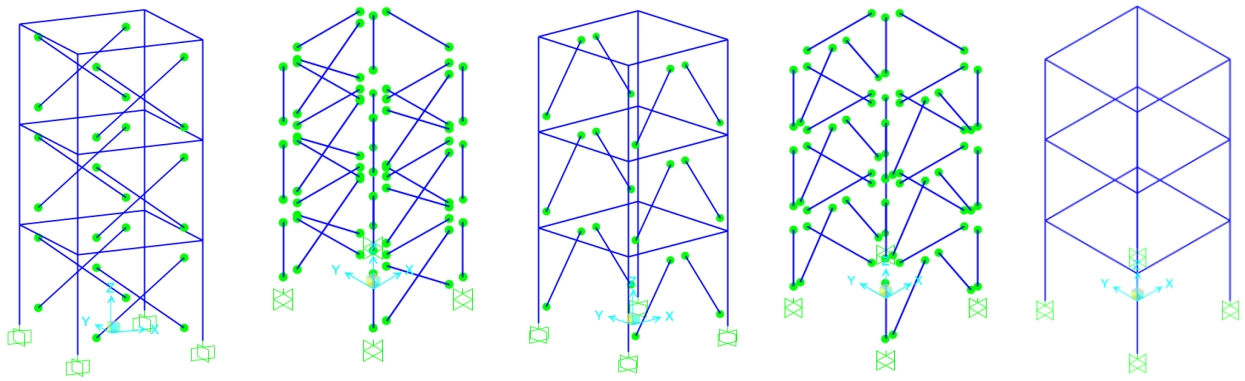


Figura 3.12 - Modelos de Análise - Classe A

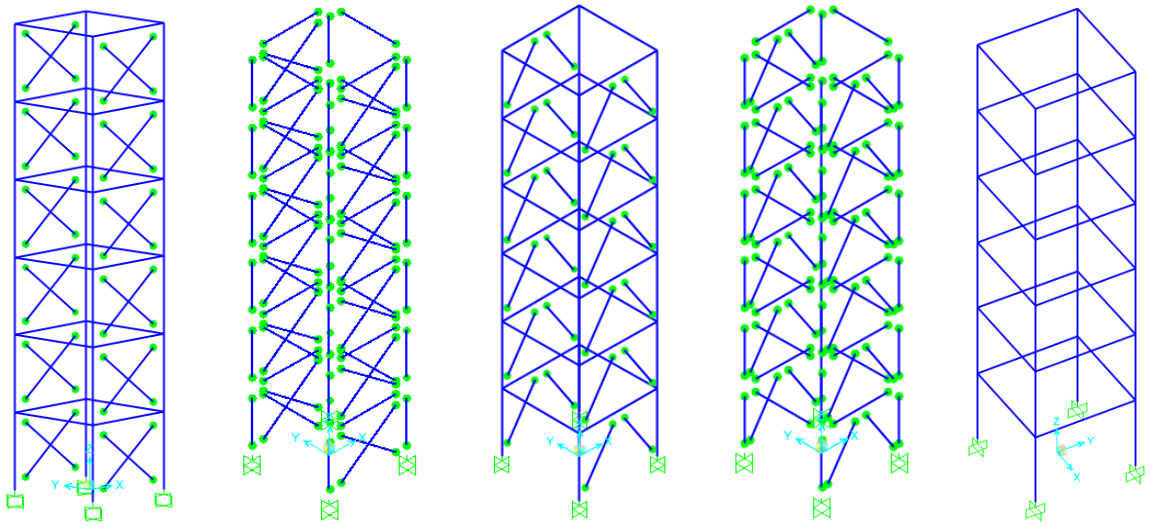
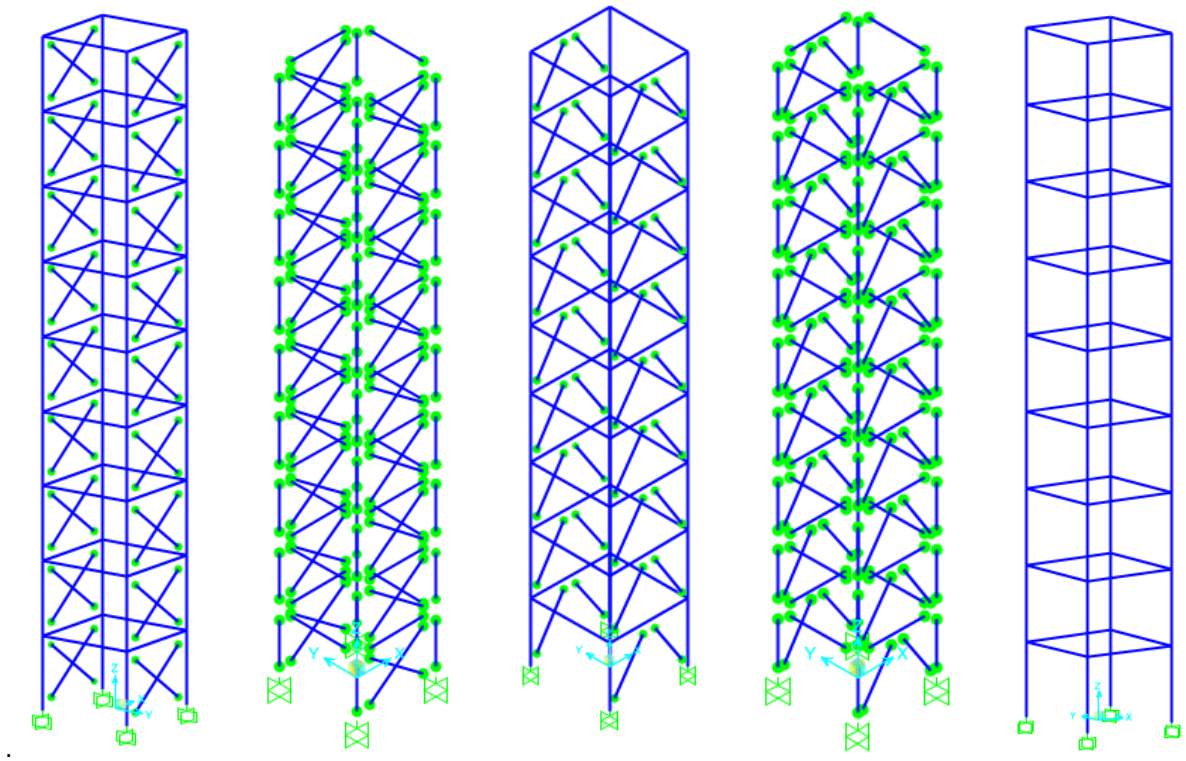


Figura 3.13 - Modelos de Análise - Classe B



C1 C2 C3 C4 C5

Figura 3.14 - Modelos de Análise - Classe C

3.2.3 Perfis Estruturais

Os elementos constituintes dos pilares e vigas serão em perfis laminados I de abas iguais, para os contraventamentos foram adotados perfis laminados de cantoneira “L” de abas iguais.

Valido informar que para o dimensionamento dos perfis adotou-se a atuação de carga estática distribuída ao longo comprimento das vigas. O dimensionamento é apresentado no Apêndice I.

Abaixo são apresentadas uma tabela com as bitolas utilizadas nos elementos constituintes nos modelos de análise e um Figura com a representação de aplicação no SAP2000.

Tabela 3.5 - Bitola dos Perfis Estruturais Laminados "I" de Abas Iguais

Bitola	d	b	ESPESSURA		h	d'	Cor	
			tw	tf				
	mm	mm	mm	mm	mm	mm		
W4x13	105,7	103,1	7,11	8,76	88,18	88,18		
W5x16	127,3	127,0	6,10	9,14	109,01	109,01		
W6x16	159,5	102,4	6,60	10,30	138,90	138,90		
W8x15	206,0	102,0	6,22	8,00	190,00	190,00		
W8X18	206,8	133,4	5,84	8,38	190,04	190,04		
W8x21	210,3	133,9	6,35	10,20	189,90	189,90		

Tabela 3.6 - Bitola dos Perfis Estruturais Laminados em Cantoneira "L" de Abas Iguais

Bitola	b	ESPESSURA	Cor	
		tw		
	mm	mm		
L2,5x2,5x5/16	63,5	7,94		
L3,5x3,5x5/16	88,9	7,94		
L5x5x5/16	127,0	7,94		

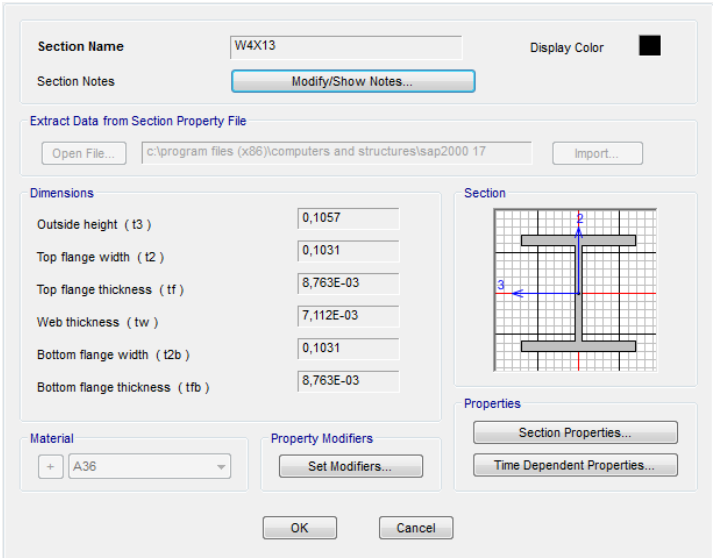


Figura 3.15 - Representação da Aplicação do Perfil no Software SAP2000

Abaixo é plotado através da escala de cores quais os perfis foram adotados para cada um dos modelos.

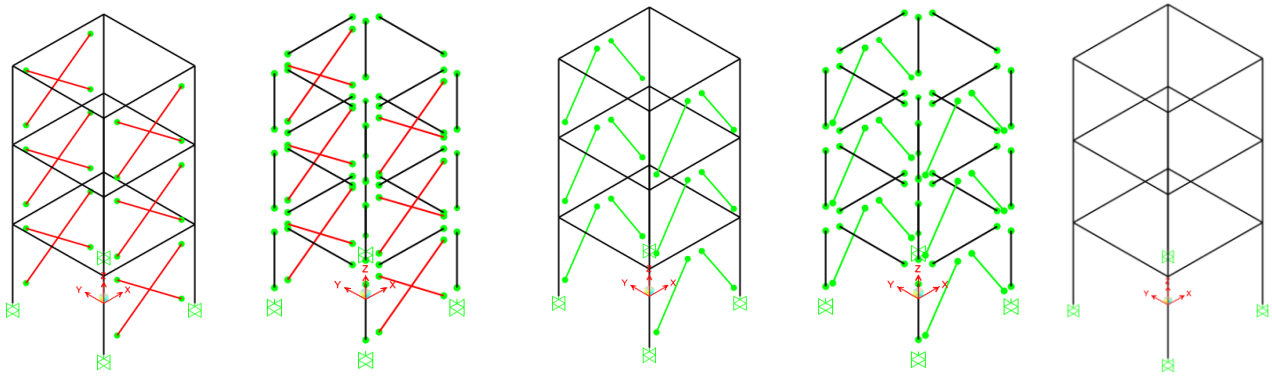


Figura 3.16 - Modelos de Análise - Classe A

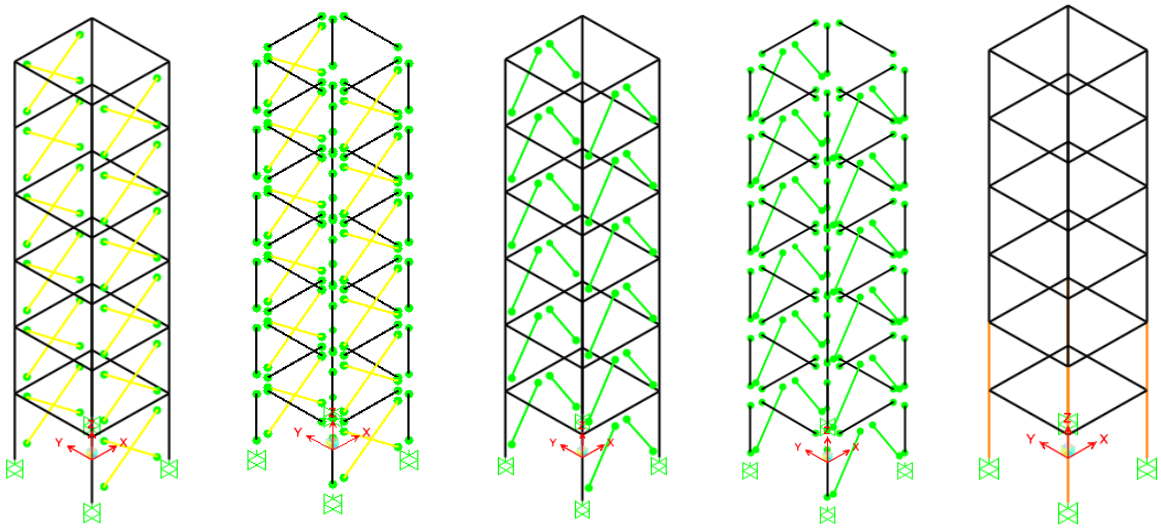


Figura 3.17 - Modelos de Analise - Classe C

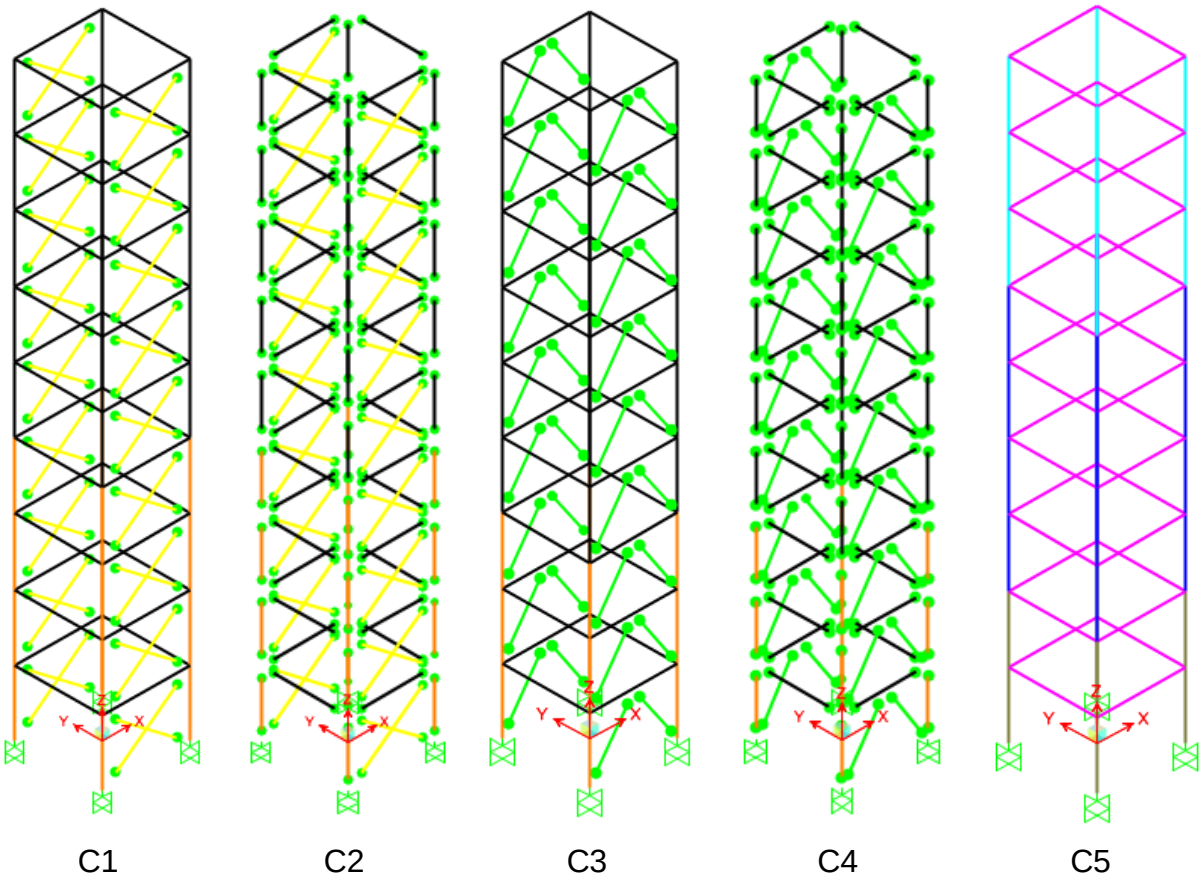


Figura 3.18 - Modelos de Analise - Classe C

3.3 Análise Modal

Para realizar uma análise modal por espectro de resposta, primeiramente é necessária a determinação dos modos e frequências de vibração natural para cada um dos modelos, através da propriamente dita, análise modal.

Neste trabalho adotou-se o método dos autovalores e autovetores (eigenvectors), qual é descrita no subitem 2.5.1.1. Neste método consideramos que o amortecimento do sistema é igual a zero.

Por se tratar de um trabalho de fim acadêmico a análise modal se deu no plano XZ, considerando-se apenas os deslocamentos em X e Z e a rotação em Y.

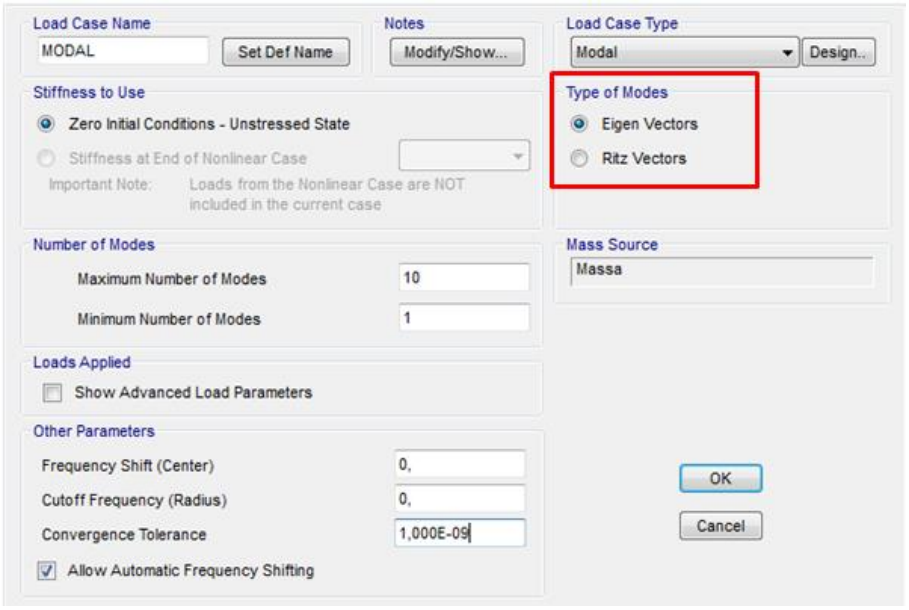


Figura 3.19 - Análise Modal - Método de análise adotado

A massa do sistema será proveniente dos elementos que constituem os modelos de analise. Abaixo é apresentada a consideração de massa na análise modal no SAP2000.

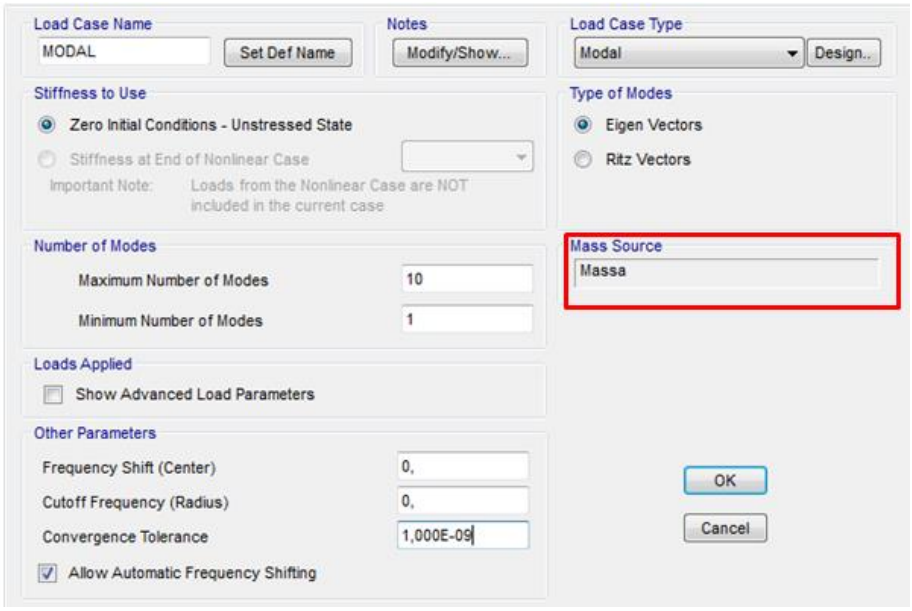


Figura 3.20 - Análise Modal - Massa do sistema - SAP2000

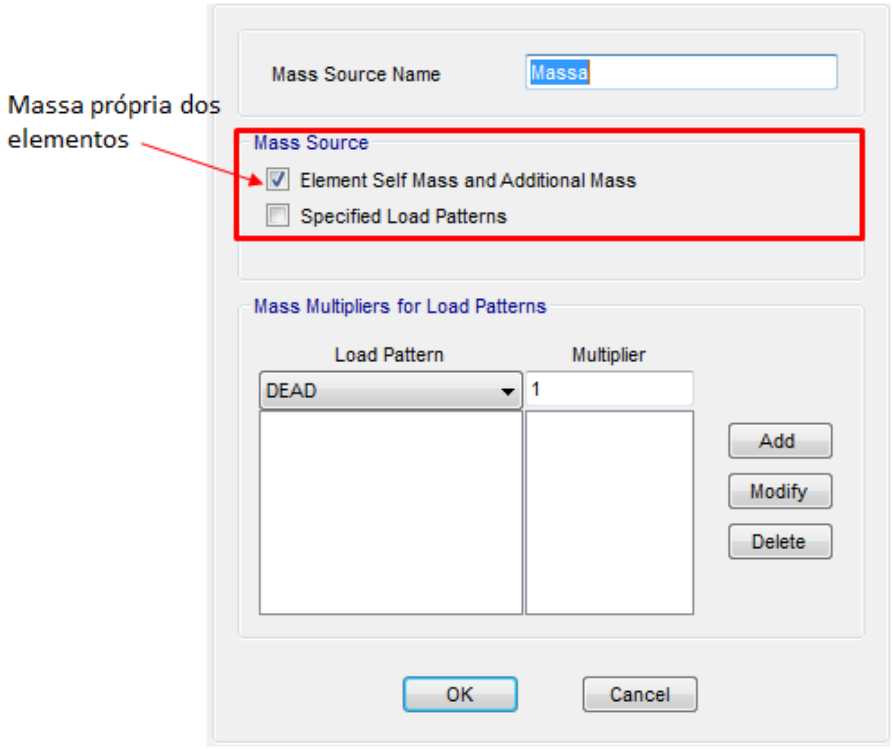


Figura 3.21 - Fonte de massa do sistema para análise modal - SAP2000

Visando atender os requisitos do código ASCE/SEI 7-10 para análise modal por espectro de resposta, a princípio se adotara os 10 primeiros modos de vibração, em caso deste não atingirem a participação de 90% da massa, serão adicionados mais, até que esta condição se satisfaça. Abaixo é apresentada a consideração do número de modos de vibração adotados para o estudo.

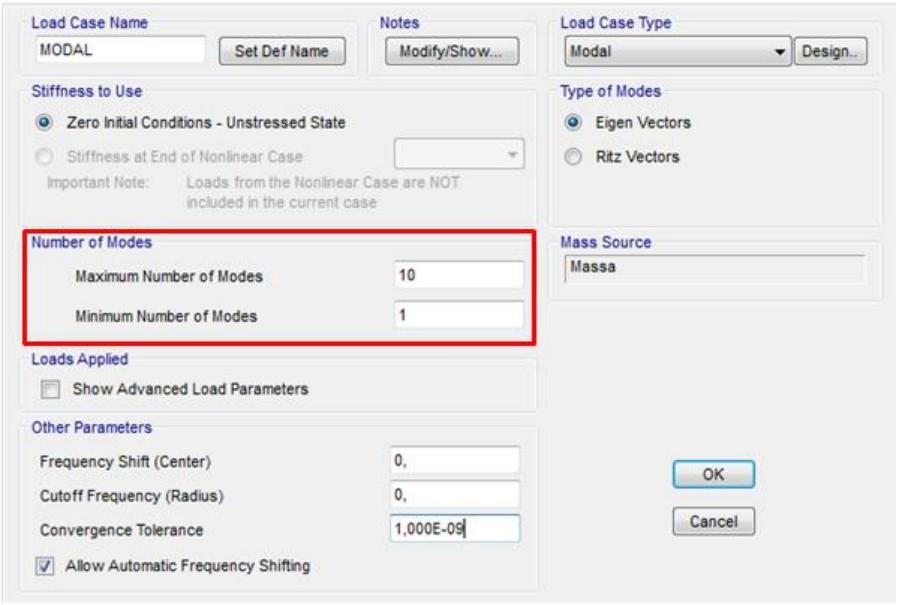


Figura 3.22 - Análise Modal - Número de modos de vibração - SAP2000

3.4 Solicitação Dinâmica

Após determinado os modos e frequências de vibração natural dos modelos, aplicou-se a solicitação dinâmica sísmica através do método do espectro de resposta. A seguir é apresentada a determinação do espectro de projeto adotado para este estudo.

3.4.1 Espectro de Resposta

Conforme apresentado no Anexo II a determinação do espectro de projeto depende de alguns fatores, os quais são, fator de amplificação para cada classe de solo, classe de risco e fator de importância da estrutura.

Por este trabalho ser de âmbito acadêmico será adotada a classe de solo D, a qual se justifica conforme o item 11.4.2 da ASCE/SEI 7-10, em que caso não se possua informações necessárias para se determinar a classe do solo, a classe D pode ser adotada.

Para os coeficientes de aceleração referentes a localização que a estrutura estará locada, será adotados os seguintes valores.

Tabela 3.7 - Coeficientes de aceleração adotados para determinação do espectro de projeto - ASCE/SEI 7-10

S_s	1,50g
S_1	0,60g

Com os coeficientes acima determinados e conhecendo-se a classe do solo, é determinado o fator de amplificação do solo, através das Tabelas abaixo, obtidas do item 11.4 da ASCE/SEI 7-10.

Tabela 3.8 - Tabela 11.4-1 da ASCE/SEI 7-10 para coeficiente Fa

	Parâmetros de Aceleração Espectral para Período Curto				
Classe do Solo	$S_s \leq 0.25$	$S_s = 0.5$	$S_s = 0.75$	$S_s = 1.0$	$S_s \geq 1.25$
A	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
B	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
C	1.2	1.2	1.1	1.0	1.0
D	1.6	1.4	1.2	1.1	1.0
E	2.5	1.7	1.2	0.9	0.9
F	-	-	-	-	-

Tabela 3.9 - Tabela 11.4-2 da ASCE/SEI 7-10 para coeficientes Fv

	Parâmetros de Aceleração Espectral para Período Longo				
Classe do Solo	$S_1 \leq 0.10$	$S_1 = 0.2$	$S_1 = 0.3$	$S_1 = 0.4$	$S_1 \geq 0.5$
A	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
B	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
C	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3
D	2.4	2.0	1.8	1.6	1.5
E	3.5	3.2	2.8	2.4	2.4
F	-	-	-	-	-

Com os coeficientes S_s e S_1 determinados anteriormente e através das Tabelas acima plotadas, obteve-se os seguintes coeficientes F_a e F_v.

Tabela 3.10 - Coeficientes Fa e Fv - ASCE/SEI 7-10

F_a	1.0
F_v	1.5

Obtidos os coeficientes F_a e F_v e com os valores de S_s e S_1 é possível determinar-se os parâmetros de aceleração para o espectro de resposta considerando-se o máximo terremoto que esta estrutura poderá receber em todo a sua vida, para este parâmetro a ASCE/SEI 7-10 considera um tempo de recorrência de 2.500 anos. A determinação destes coeficientes (S_{MS} e S_{M1}) é através das equações abaixo retiradas do subitem 11.4.3 da norma.

$$S_{MS} = F_a x\, S_s \tag{67}$$

$$S_{M1} = F_v\, x\, S_1 \tag{68}$$

Logo, obtiveram-se os seguintes valores.

Tabela 3.11 - Parâmetros de resposta espectral para tempo de recorrência de 2500 anos - ASCE/SEI 7-10

S_{MS}	1.5
S_{M1}	0.9

Para a determinação dos coeficientes para determinação do espectro de projeto é o valor de 2/3 dos coeficientes acima obtidos, conforme se apresenta no subitem 11.4.4 da ASCE/SEI 7-10. Abaixo se apresenta os coeficientes para o período curto (S_{DS}) e para período longo (S_{D1}).

Tabela 3.12 - Parâmetros do espectro de projeto - ASCE/SEI 7-10

S_{DS}	1.0
S_{D1}	0.6

Com os coeficientes acima, determinou-se as referentes acelerações espectrais a fim de se obter a curva do espectro de projeto. As equações para a determinação das acelerações são apresentadas no Anexo II.

Na Figura 3.39 abaixo é plotada a planilha com a curva do espectro de resposta obtida para este estudo.

SEISMIC DESIGN CRITERIA (ASCE/SEI 7-10)

Ss	1.50	Figura 22-1	Sms	1.50	Equação 11.4-1
S1	0.60	Figura 22-2	Sm1	0.90	Equação 11.4-2
Site Class	D				
			Sds	1.00	Equação 11.4-3
			Sd1	0.60	Equação 11.4-4

Tabela 11.4-1: Site Coefficient Fa

Site Class	Spectral Response Acceleration Parameter at Short Period				
	Ss < 0.25	Ss = 0.5	Ss = 0.75	Ss = 1.0	Ss = 1.25
A	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
B	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
C	1.20	1.20	1.10	1.00	1.00
D	1.60	1.40	1.20	1.10	1.00
E	2.50	1.70	1.20	0.90	0.90

Tabela 11.4-2: Site Coefficient Fv

Site Class	Spectral Response Acceleration Parameter at Long Period				
	S1 < 0.1	S1 = 0.2	S1 = 0.3	S1 = 0.4	S1 = 0.5
A	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
B	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
C	1.70	1.60	1.50	1.40	1.30
D	2.40	2.00	1.80	1.60	1.50
E	3.50	3.20	2.80	2.40	2.40

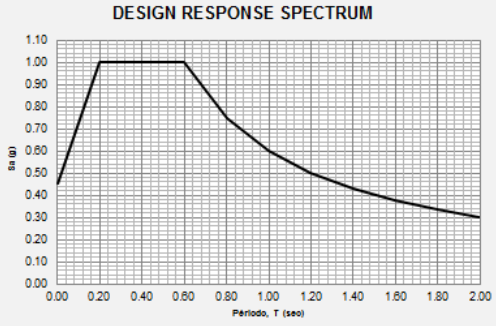


Figura 3.23 - Planilha para determinação do espectro de projeto - ASCE/SEI 7-10

Abaixo se apresenta a curva do espectro de projeto obtido para este trabalho aplicado no SAP2000.

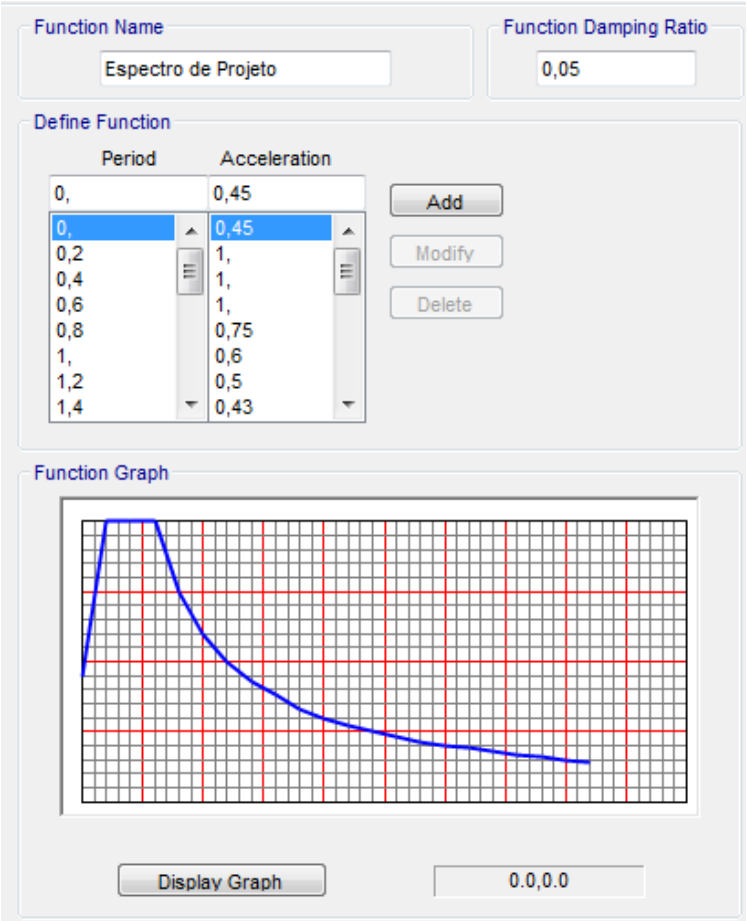


Figura 3.24 - Curva do espectro de projeto adotado para este trabalho - ASCE/SEI 7-10 – SAP2000

É valido ressaltar que a aplicação da solicitação sísmica será apenas na direção horizontal do eixo X, já que análise dos deslocamentos laterais se dará na no plano XZ.

Para análise dos deslocamentos laterais os valores do espectro de projeto serão multiplicados por C_d/R conforme o item 8.4.4 do Anexo II. Na tabela abaixo são apresentados os valores dos coeficientes que serão utilizados para este estudo. Todos os valores apresentados foram obtidos da Tabela 12.2-1 da ASCE/SEI 7-10.

Tabela 3.13 - Parâmetros para Análise Modal por Espectro de Resposta

Sistema Sismo-Resistente	**Coeficiente de Modificação de resposta (R)**	**Fator de Amplificação dos deslocamentos (C_d)**	**Modelos de Análise**
Sistema Reticulado de Edificações			
Estrutura Metálica Especial com contraventamento excêntrico	8	4	A3,A4,B3, B4,C3 e C4
Estrutura Metálica Especial com contraventamento centrado	6	5	A1,A2,B1, B2,C1 e C2
Sistema de Momento Resistente			
Estrutura Metálica Especial de Momento Resistente	8	5,5	A5,B5 e C5

Nas Figuras 3.25 a 3.27 são plotadas a consideração dos coeficientes acima mostrados no software SAP2000.

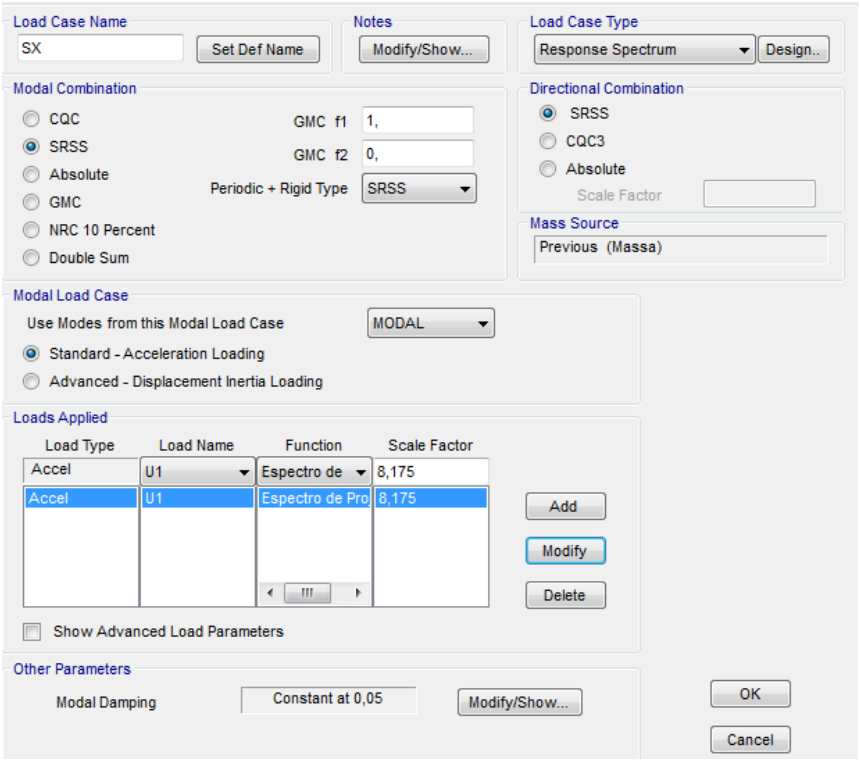


Figura 3.25 - Parâmetros para análise por espectro de resposta - Modelos A3,A4,B3,B4,C3 e C4

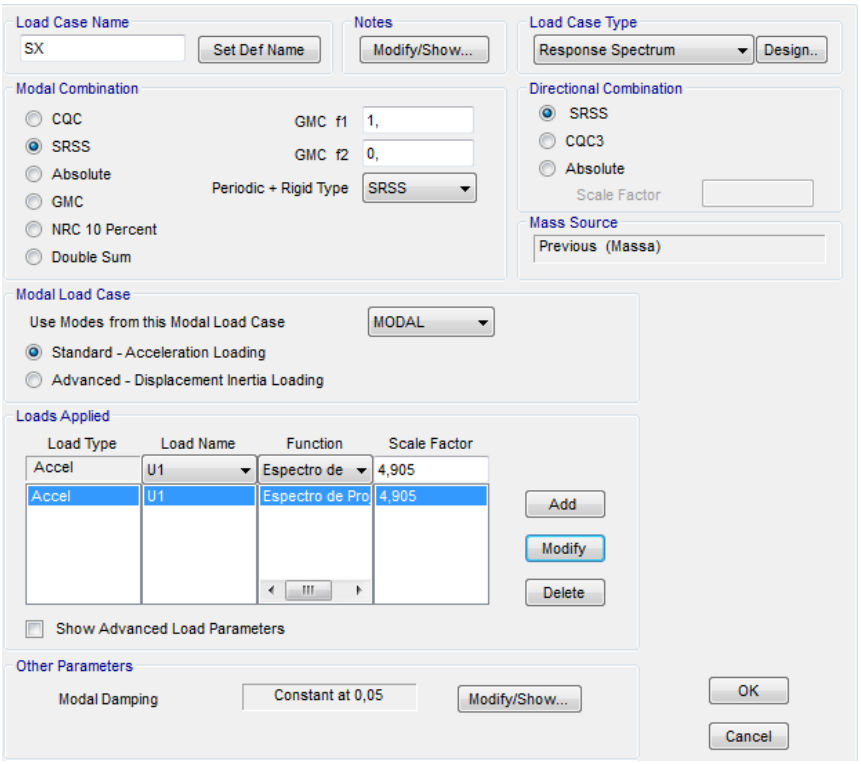


Figura 3.26 - Parâmetros para análise por espectro de resposta - Modelos A1,A2,B1,B2,C1 e C2

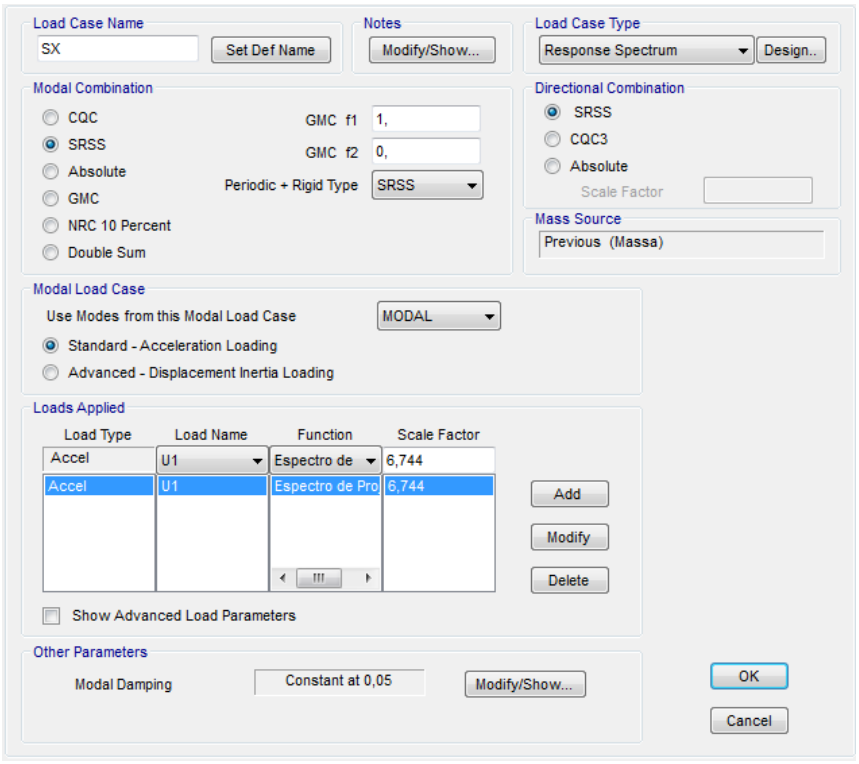


Figura 3.27 - Parâmetros para análise por espectro de resposta - Modelos A5,B5 e C5

4 RESULTADOS

Os resultados obtidos dos modelos de análise são divididos entre os referentes à análise modal (modos e frequências naturais), a fim de se verificar a melhor relação massa x rigidez, e os referente a análise pelo espectro de resposta para verificação dos deslocamentos laterais.

4.1 Análise Modal

A seguir são apresentadas as respostas modais de cada um dos modelos de análise adotados para este estudo. Nas Tabelas a seguir são apresentadas as seguintes respostas: relação massa x rigidez, frequência circular, período natural, frequência natura e participação de massa modal.

A forma deformada do primeiro modo de vibração para cada um dos modelos em estudo é apresentada no Anexo I deste trabalho.

Tabela 4.1 – Respostas Modais do Modelo de Análise A1

Modelo de análise A1					
Modo	$\omega^2{}_n$ **(rad²/s)**	ω_n **(rad/s)**	T_n **(sec)**	f_n **(Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	17470	132,17	0,047537	21,036	73,90
2	18116	134,6	0,046681	21,422	73,90
3	158220	397,77	0,015796	63,308	97,19
4	159040	398,8	0,015755	63,471	97,19
5	162580	403,21	0,015583	64,173	97,19
6	164140	405,15	0,015508	64,481	97,19
7	518930	720,37	0,008722	114,65	99,54
8	519620	720,85	0,008716	114,73	99,54
9	693670	832,87	0,007544	132,56	99,80
10	694760	833,52	0,007538	132,66	99,80

Tabela 4.2 – Resposta Modais do Modelo de Análise A2

Modelo de análise A2					
Modo	**$\omega^2{}_n$ (rad²/s)**	**ω_n (rad/s)**	**T_n (sec)**	**f_n (Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	17437	132,05	0,047582	21,016	73,96
2	17973	134,07	0,046867	21,337	73,96
3	15973	396,97	0,015828	63,18	97,22
4	157940	397,41	0,01581	63,25	97,22
5	162570	403,2	0,015583	64,171	97,22
6	162570	403,2	0,015583	64,171	97,22
7	515680	718,11	0,00875	114,29	99,56
8	516060	718,37	0,008746	114,33	99,56
9	691350	831,47	0,007557	132,33	99,80
10	691610	831,63	0,007555	132,36	99,80

Os resultados expostos nas Tabelas 4.1 e 4.2 contrastam o uso de contraventamento X em pórtico com vigas e pilares engastados (Modelo A1) com o uso de contraventamento X em pórtico com vigas e pilares rotulados (Modelo A2).

Para efeito de comparação abaixo são calculadas as diferenças percentuais entre as frequências naturais fundamentais (do 1º. Modo) de cada um dos modelos:

$$\Delta f1_{A1-A2} = \frac{f1_{A1} - f1_{A2}}{f1_{A1}} . 100 = \frac{21{,}036 - 21{,}016}{21{,}036} . 100 = 0{,}0951\% \quad (69)$$

Dado que para ambos os modelos foram utilizados exatamente os mesmos perfis estruturais, é possível comparar a diferença de rigidez das estruturas por meio da expressão abaixo:

$$\Delta K1_{A1-A2} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{A1}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{A2}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{A1}}} . 100 = \frac{17470 - 17437}{17470} . 100 = 0{,}189\% \quad (70)$$

Com base no resultados das expressões acima é possível constatar a pequena influência do uso de ligações rígidas em pórticos contraventados.

Tabela 4.3 – Respostas Modais do Modelo de Análise A3

Modelo de análise A3					
Modo	**$\omega^2{}_n$ (rad²/s)**	**ω_n (rad/s)**	**T_n (sec)**	**f_n (Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	14365	119,86	0,052423	19,076	85,70
2	15076	122,78	0,051172	19,542	85,70
3	90908	301,51	0,020839	47,987	98,28
4	91789	302,97	0,020739	48,219	98,28
5	200200	447,44	0,014042	71,213	98,28
6	202200	449,66	0,013973	71,566	98,28
7	234900	484,66	0,012964	77,136	99,97
8	235610	485,4	0,012944	77,253	99,97
9	404080	635,67	0,009884	101,17	99,98
10	406370	637,47	0,009856	101,46	99,98

Tabela 4.4 – Respostas Modais do Modelo de Análise A4

Modelo de análise A4					
Modo	**$\omega^2{}_n$ (rad²/s)**	**ω_n (rad/s)**	**T_n (sec)**	**f_n (Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	14248	119,36	0,052639	18,997	85,89
2	14936	122,21	0,051412	19,451	85,89
3	89626	299,38	0,020988	47,647	98,34
4	90203	300,34	0,02092	47,8	98,34
5	199720	446,91	0,014059	71,127	98,34
6	199730	446,91	0,014059	71,127	98,34
7	229700	479,27	0,01311	76,278	99,97
8	230290	479,88	0,013093	76,375	99,97
9	401370	633,54	0,009918	100,83	99,98
10	401500	633,64	0,009916	100,85	99,98

Procedendo os cálculos das diferenças percentuais de frequência natural fundamental e rigidez entre os modelos de pórticos com contraventamento em K, tem-se que:

$$\Delta f1_{A3-A4} = \frac{f1_{A3} - f1_{A4}}{f1_{A3}} . 100 = \frac{19{,}076 - 18{,}997}{19{,}076} . 100 = 0{,}414\% \quad (71)$$

$$\Delta K1_{A3-A4} = \frac{\boldsymbol{\omega^2{}_{1_{A3}} - \omega^2{}_{1_{A4}}}}{\boldsymbol{\omega^2{}_{1_{A3}}}} . 100 = \frac{14365 - 14248}{14365} . 100 = 0{,}814\% \quad (72)$$

Mais uma vez as diferenças percentuais de frequência natural fundamental e rigidez estrutural não ultrapassaram a marca de 1%.

Tabela 4.5 – Respostas Modais do Modelo de Análise A5

Modelo de análise A5					
Modo	**$\omega^2{}_n$ (rad²/s)**	**ω_n (rad/s)**	**T_n (sec)**	**f_n (Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	210,36	14,5	0,433324	2,3077	85,19
2	1005,4	31,707	0,198162	5,0464	85,19
3	2184,8	46,742	0,134424	7,4391	96,81
4	2953,6	54,347	0,115612	8,6497	96,81
5	6596,2	81,217	0,077363	12,926	100
6	7310,4	85,501	0,073487	13,608	100
7	212950	461,47	0,013616	73,445	100
8	214380	463,01	0,01357	73,691	100
9	215230	463,93	0,013543	73,837	100
10	216660	465,47	0,013499	74,081	100

Com os resultados apresentados nas Tabelas 4.1 a 4.5 podemos constatar a influencia que a presença dos sistemas de contraventamento, através do calculo diferença percentual das frequências naturais fundamentais e rigidez dos modelos em relação ao modelo sem contraventamento (Modelo A5).

$$\Delta f1_{A1-A5} = \frac{f1_{A3} - f1_{A4}}{f1_{A3}}.100 = \frac{21{,}036 - 2{,}3077}{21{,}036}.100 = 89{,}03\% \quad (73)$$

$$\Delta f1_{A2-A5} = \frac{f1_{A3} - f1_{A4}}{f1_{A3}}.100 = \frac{21{,}016 - 2{,}3077}{21{,}016}.100 = 89{,}02\% \quad (74)$$

$$\Delta f1_{A3-A5} = \frac{f1_{A3} - f1_{A4}}{f1_{A3}}.100 = \frac{19{,}076 - 2{,}3077}{19{,}076}.100 = 87{,}90\% \quad (75)$$

$$\Delta f1_{A4-A5} = \frac{f1_{A3} - f1_{A4}}{f1_{A3}}.100 = \frac{18{,}997 - 2{,}3077}{18{,}997}.100 = 87{,}85\% \quad (76)$$

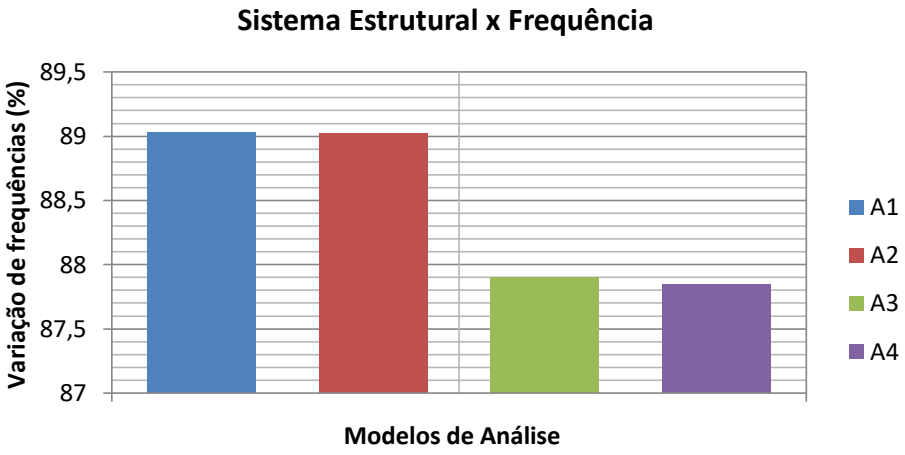
$$\Delta K1_{A1-A5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2{}_{1}}_{A3} - \boldsymbol{\omega^2{}_{1}}_{A4}}{\boldsymbol{\omega^2{}_{1}}_{A3}}.100 = \frac{17470 - 210{,}36}{17470}.100 = 98{,}80\% \quad (77)$$

$$\Delta K1_{A2-A5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2{}_{1}}_{A3} - \boldsymbol{\omega^2{}_{1}}_{A4}}{\boldsymbol{\omega^2{}_{1}}_{A3}}.100 = \frac{17437 - 210{,}36}{17437}.100 = 98{,}79\% \quad (78)$$

$$\Delta K1_{A3-A5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{A3}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{A4}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{A3}}} . 100 = \frac{14365 - 210{,}36}{14365} . 100 = 98{,}53\% \quad (79)$$

$$\Delta K1_{A4-A5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{A3}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{A4}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{A3}}} . 100 = \frac{14248 - 210{,}36}{14248} . 100 = 98{,}52\% \quad (80)$$

Podemos verificar que a diferença entre os modelos com ou sem contraventamento, ficou em torno de 89% para as frequências fundamentais e 98% para a rigidez estrutural. Abaixo é plotado de forma gráfica estas diferenças.



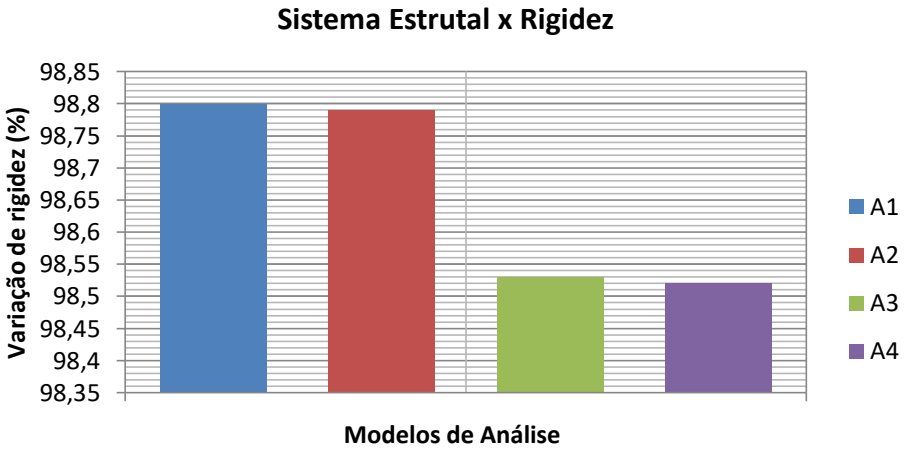


Tabela 4.6 – Respostas Modais do Modelo de Análise B1

Modelo de análise B1					
Modo	**$\omega^2{}_n$ (rad²/s)**	**ω_n (rad/s)**	**T_n (sec)**	**f_n (Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	1764,8	42,01	0,149564	6,6861	65,24
2	2203,7	46,943	0,133846	7,4713	65,24
3	35064	187,26	0,033554	29,803	88,81
4	35625	188,75	0,033289	30,04	88,81
5	39811	199,53	0,031491	31,756	89,00
6	40911	202,27	0,031064	32,192	89,00
7	162050	402,56	0,015608	64,069	95,99
8	162610	403,25	0,015581	64,179	95,99
9	331610	575,85	0,010911	91,65	95,99
10	332780	576,87	0,010892	91,812	95,99

Tabela 4.7 – Respostas Modais do Modelo de Análise B2

Modelo de análise B2					
Modo	**$\omega^2{}_n$ (rad²/s)**	**ω_n (rad/s)**	**T_n (sec)**	**f_n (Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	1714,9	41,411	0,151727	6,5908	65,64
2	2161,5	46,492	0,135145	7,3994	65,64
3	34845	186,67	0,03366	29,709	89,13
4	35208	187,64	0,033486	29,863	89,13
5	38819	197,03	0,03189	31,358	89,13
6	38820	197,03	0,03189	31,358	89,13
7	160220	400,27	0,015697	63,705	95,98
8	160550	400,69	0,015681	63,772	95,98
9	328170	572,86	0,010968	91,174	95,98
10	328180	572,87	0,010968	91,176	95,98

Conforme realizado os cálculos das diferenças percentuais das frequências naturais fundamentais e rigidez para os modelos com 3 pavimentos (classe A), procede-se aqui a mesma verificação para os modelo de 6 pavimentos (classe B).

Através dos resultados plotados nas Tabelas 4.6 e 4.7, é possível determinar a diferença percentual entre o modelo com contraventamento X e vigas e pilares engastados (Modelo B1) e o modelo com contraventamento X e vigas e pilares rotulados (Modelo B2).

$$\Delta f1_{B1-B2} = \frac{f1_{B1} - f1_{B2}}{f1_{B1}} . 100 = \frac{6{,}6861 - 6{,}5908}{6{,}6861} . 100 = 1{,}425\% \qquad (81)$$

$$\Delta K1_{B1-B2} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}_{B1}} - \boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}_{B2}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}_{B1}}} . 100 = \frac{1764{,}8 - 1714{,}9}{1764{,}8} . 100 = 2{,}827\% \quad (82)$$

Verificamos que a diferença percentual entre as frequências fundamentais e a rigidez se mantem baixas (inferior a 5%). É valido salientar que esta diferença é ocasionada apenas pela variação das vinculações internas (engastadas ou rotuladas), dado que ambos os modelos são constituídos pelos mesmos perfis estruturais.

Tabela 4.8 – Respostas Modais do Modelo de Análise B3

Modelo de análise B3					
Modo	$\omega^2{}_n$ **(rad²/s)**	ω_n **(rad/s)**	T_n **(sec)**	f_n **(Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	2189,7	46,794	0,134273	7,4475	71,69
2	2873,2	53,602	0,117218	8,5311	71,69
3	21231	145,71	0,043121	23,19	93,57
4	22003	148,33	0,042358	23,608	93,57
5	53180	230,61	0,027246	36,702	93,57
6	55076	234,68	0,026773	37,351	93,57
7	79721	282,35	0,022253	44,937	97,97
8	80452	283,64	0,022152	45,143	97,97
9	146130	382,27	0,016437	60,839	99,29
10	146960	383,35	0,01639	61,013	99,29

Tabela 4.9 – Respostas Modais do Modelo de Análise B4

Modelo de análise B4					
Modo	$\omega^2{}_n$ **(rad²/s)**	ω_n **(rad/s)**	T_n **(sec)**	f_n **(Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	2183,5	46,727	0,134465	7,4369	71,77
2	2828,7	53,186	0,118137	8,4648	71,77
3	21027	145,01	0,043331	23,078	93,64
4	21603	146,98	0,042749	23,392	93,64
5	53025	230,27	0,027286	36,649	93,64
6	53025	230,27	0,027286	36,649	93,64
7	78720	280,57	0,022394	44,654	98,02
8	79304	281,61	0,022312	44,82	98,02
9	143840	379,26	0,016567	60,361	99,32
10	144370	379,96	0,016537	60,472	99,32

Procedendo os cálculos das diferenças percentuais das frequências naturais fundamentais e rigidez dos modelos com contraventamento K, tem-se que:

$$\Delta f1_{B3-A4} = \frac{f1_{B3} - f1_{B4}}{f1_{B3}} . 100 = \frac{7{,}4475 - 7{,}4367}{7{,}4475} . 100 = 0{,}145\% \quad (83)$$

$$\Delta K1_{B3-B4} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}_{B3}} - \boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}_{B4}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}_{B3}}} . 100 = \frac{2189{,}7 - 2183{,}5}{2189{,}7} . 100 = 0{,}283\% \quad (84)$$

Como o ocorrido com os modelos de classe A (3 pavimentos), a diferença percentual entre as frequências naturais fundamentais e a rigidez ficaram abaixo de 1% quando utilizado o contraventamento em K.

Tabela 4.10 – Respostas Modais do Modelo de Análise B5

Modelo de análise B5					
Modo	$\boldsymbol{\omega^2}_{\boldsymbol{n}}$ **(rad²/s)**	$\boldsymbol{\omega_n}$ **(rad/s)**	$\boldsymbol{T_n}$ **(sec)**	$\boldsymbol{f_n}$ **(Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	54,07	7,3532	0,854483	1,1703	78,29
2	520,12	22,806	0,275503	3,6297	89,90
3	793,88	28,176	0,222999	4,4843	89,90
4	1259,1	35,483	0,177075	5,6473	89,90
5	1646,7	40,579	0,154837	6,4584	94,82
6	2373,2	48,715	0,128978	7,7533	94,82
7	3729,6	61,07	0,102884	9,7197	97,23
8	4442,4	66,651	0,094269	10,608	97,23
9	6847,3	82,749	0,075931	13,17	98,34
10	7544	86,856	0,07234	13,824	97,34

Através das Tabelas 4.6 a 4.10 é possível observar a influencia da presença do sistema de contraventamento nos modelos classe B (6 pavimentos), através do calculo diferença percentual das frequências naturais fundamentais e rigidez dos modelos em relação ao modelo sem contraventamento (Modelo B5).

$$\Delta f1_{B1-A5} = \frac{f1_{B1} - f1_{B5}}{f1_{B1}} . 100 = \frac{6{,}6861 - 1{,}1703}{6{,}6861} . 100 = 82{,}50\% \quad (85)$$

$$\Delta f1_{B2-B5} = \frac{f1_{B2} - f1_{B5}}{f1_{B2}} . 100 = \frac{6{,}5908 - 1{,}1703}{6{,}5908} . 100 = 82{,}24\% \quad (86)$$

$$\Delta f1_{B3-B5} = \frac{f1_{B3} - f1_{B5}}{f1_{B3}} . 100 = \frac{7{,}4478 - 1{,}1703}{7{,}4475} . 100 = 84{,}29\% \quad (87)$$

$$\Delta f1_{B4-A5} = \frac{f1_{B4} - f1_{B5}}{f1_{B4}} . 100 = \frac{7{,}4369 - 1{,}1703}{7{,}4475} . 100 = 84{,}26\% \quad (88)$$

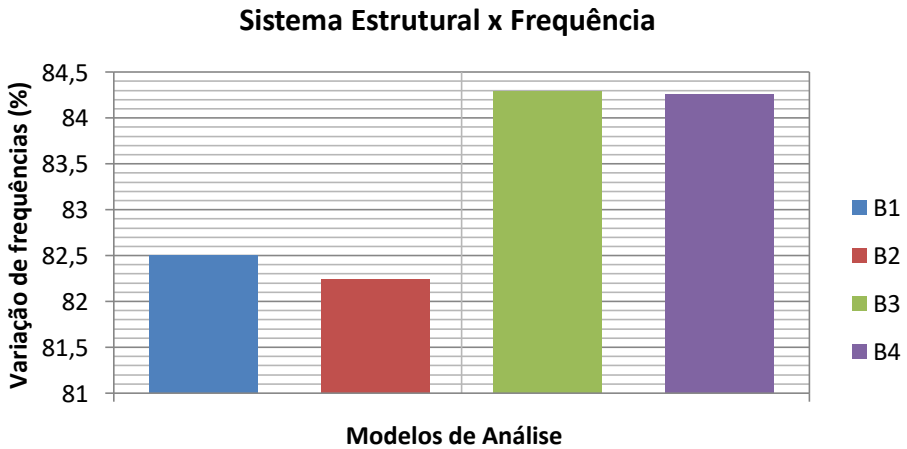
$$\Delta K1_{B1-B5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{B1}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{B5}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{B1}}} . 100 = \frac{1764{,}8 - 54{,}07}{1764{,}8} . 100 = 96{,}94\% \quad (89)$$

$$\Delta K1_{B2-B5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{B2}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{B5}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{B2}}} . 100 = \frac{1714{,}9 - 54{,}07}{1714{,}9} . 100 = 96{,}85\% \quad (90)$$

$$\Delta K1_{B3-B5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{B3}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{B5}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{B3}}} . 100 = \frac{2189{,}7 - 54{,}07}{2189{,}7} . 100 = 97{,}53\% \quad (91)$$

$$\Delta K1_{B4-B5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{B4}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{B5}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{B4}}} . 100 = \frac{2183{,}5 - 54{,}07}{2183{,}5} . 100 = 97{,}52\% \quad (92)$$

Podemos verificar que a diferença entre os modelos com ou sem contraventamento, reduziu em comparação com os modelos da classe A, ficando em torno de 83% para as frequências fundamentais e 97% para a rigidez estrutural. Abaixo são plotadas de forma gráfica estas diferenças.



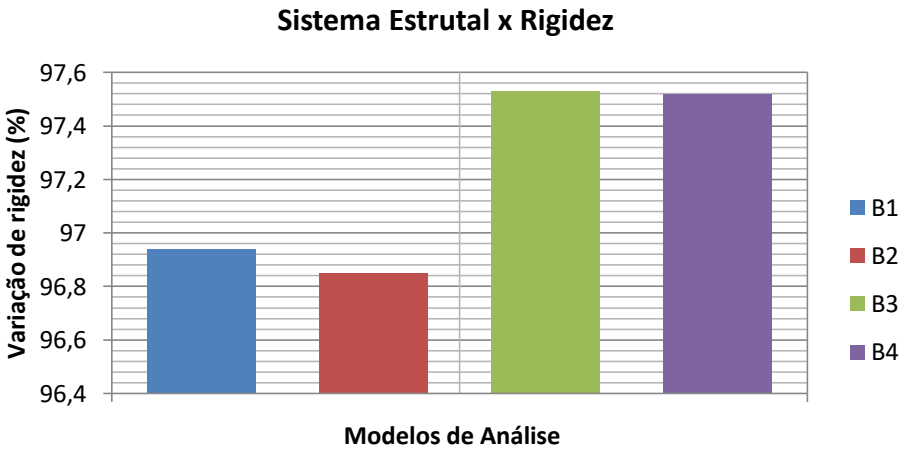


Tabela 4.11 – Respostas Modais do Modelo de Análise C1

Modelo de análise C1					
Modo	$\omega^2{}_n$ (rad²/s)	ω_n (rad/s)	T_n (sec)	f_n (Hz)	Participação Modal Ux (%)
1	500,59	22,374	0,280828	3,5609	63,88
2	1017,2	31,894	0,197005	5,076	63,88
3	10989	104,83	0,059939	16,684	86,58
4	11550	107,47	0,058463	17,105	86,58
5	22150	148,83	0,042217	23,687	86,58
6	23523	153,37	0,040967	24,41	86,58
7	54837	234,17	0,026831	37,27	94,15
8	55413	235,4	0,026692	37,465	94,15
9	135960	368,72	0,01704	58,684	97,34
10	136550	369,53	0,017003	58,812	97,34

Tabela 4.12 – Respostas Modais do Modelo de Análise C2

Modelo de análise C2					
Modo	$\omega^2{}_n$ (rad²/s)	ω_n (rad/s)	T_n (sec)	f_n (Hz)	Participação Modal Ux (%)
1	500,08	22,362	0,280971	3,5591	63,90
2	989,11	31,45	0,199782	5,0054	63,90
3	10965	104,71	0,060004	16,666	86,61
4	11395	106,75	0,058861	16,989	86,61
5	22150	148,83	0,042218	23,687	86,61
6	22150	148,83	0,042217	23,687	86,61
7	54660	233,8	0,026875	37,21	94,19
8	55064	234,66	0,268776	37,347	94,19
9	135400	367,96	0,017075	58,563	97,37
10	135790	368,49	0,017051	58,647	97,37

Procedendo os cálculos das diferenças percentuais de frequência natural fundamental e rigidez para os modelos com contraventamento em “X”, tem-se que:

$$\Delta f1_{C1-C2} = \frac{f1_{C1} - f1_{C2}}{f1_{C1}} . 100 = \frac{3{,}56096 - 3{,}5591}{3{,}5609} . 100 = 0{,}0505\% \quad (93)$$

$$\Delta K1_{C1-C2} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}C1} - \boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}C2}}{\boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}C1}} . 100 = \frac{500{,}59 - 500{,}08}{500{,}59} . 100 = 0{,}102\% \quad (94)$$

Verifica-se que as diferenças percentuais de frequência natural fundamental e rigidez estrutural não ultrapassaram a marca de 1%

Tabela 4.13 – Respostas Modais do Modelo de Análise C3

Modelo de análise C3					
Modo	**ω^2_n (rad²/s)**	**ω_n (rad/s)**	**T_n (sec)**	**f_n (Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	629,16	25,083	0,250496	3,9921	65,80
2	1285,4	35,853	0,175248	5,7062	65,80
3	8096,2	89,979	0,06983	14,321	90,00
4	8789,3	93,751	0,06702	14,921	90,00
5	26782	163,65	0,038393	26,046	90,00
6	28618	169,17	0,037141	26,924	90,00
7	32985	181,62	0,034596	28,905	96,04
8	33660	183,47	0,034247	29,2	96,04
9	70659	265,82	0,023637	42,306	98,19
10	71360	267,13	0,023521	42,516	98,19

Tabela 4.14 – Respostas Modais do Modelo de Análise C4

Modelo de análise C4					
Modo	**ω^2_n (rad²/s)**	**ω_n (rad/s)**	**T_n (sec)**	**f_n (Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	627,94	25,059	0,250739	3,9882	53,01
2	627,94	25,059	0,250739	3,9882	65,89
3	8018,8	89,548	0,070166	14,252	90,11
4	8018,8	89,548	0,070166	14,252	90,13
5	26701	163,4	0,038452	26,007	90,13
6	26701	163,4	0,038452	26,007	90,13
7	32579	180,5	0,034811	28,727	92,85
8	32579	180,5	0,034811	28,727	96,15
9	69606	263,83	0,023815	41,99	97,64
10	69606	263,83	0,023815	41,99	98,27

Procedendo os cálculos das diferenças percentuais de frequência natural fundamental e rigidez dos modelos com contraventamento K, tem-se que:

$$\Delta f1_{C3-C4} = \frac{f1_{C3} - f1_{C4}}{f1_{C3}} . 100 = \frac{3{,}9921 - 3{,}9882}{3{,}9921} . 100 = 0{,}0978\% \quad (95)$$

$$\Delta K1_{C3-C4} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}_{C3}} - \boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}_{C4}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{\mathbf{1}_{C3}}} . 100 = \frac{629{,}16 - 627{,}945}{629{,}16} . 100 = 0{,}319\% \quad (96)$$

Mais uma vez as diferenças percentuais de frequência natural fundamental e rigidez estrutural não ultrapassaram a marca de 1%.

Tabela 4.15 – Respostas Modais do Modelo de Análise C5

Modelo de análise C5					
Modo	$\boldsymbol{\omega^2}_{\boldsymbol{n}}$ **(rad²/s)**	$\boldsymbol{\omega_n}$ **(rad/s)**	$\boldsymbol{T_n}$ **(sec)**	$\boldsymbol{f_n}$ **(Hz)**	**Participação Modal**
					Ux (%)
1	55,102	7,4231	0,846442	1,1814	77,82
2	520,78	22,821	0,275329	3,632	88,83
3	728,53	26,991	0,232785	4,2958	88,83
4	1190,6	34,504	0,182098	5,4815	88,83
5	1708,6	41,335	0,152008	6,5786	93,32
6	2370,8	48,691	0,129043	7,7494	93,32
7	3953,4	62,876	0,09993	10,007	95,83
8	4614,6	67,931	0,092494	10,812	95,83
9	7691,1	87,699	0,071645	13,958	97,45
10	8344,6	91,346	0,068782	14,539	97,45

Através das Tabelas 4.6 a 4.10 é possível observar a influência da presença do sistema de contraventamento nos modelos classe C (9 pavimentos), através do cálculo da diferença percentual das frequências naturais fundamentais e rigidez dos modelos em relação ao modelo sem contraventamento (Modelo C5).

$$\Delta f1_{C1-C5} = \frac{f1_{C1} - f1_{C5}}{f1_{C1}} . 100 = \frac{3{,}56096 - 1{,}1814}{3{,}56096} . 100 = 67{,}80\% \quad (97)$$

$$\Delta f1_{C2-C5} = \frac{f1_{C3} - f1_{C5}}{f1_{C3}} . 100 = \frac{3{,}5591 - 1{,}1814}{3{,}5591} . 100 = 66{,}80\% \quad (98)$$

$$\Delta f1_{C3-C5} = \frac{f1_{C3} - f1_{C5}}{f1_{C3}} . 100 = \frac{3{,}9921 - 1{,}1814}{3{,}9921} . 100 = 70{,}41\% \quad (99)$$

$$\Delta f1_{C4-C5} = \frac{f1_{C4} - f1_{C5}}{f1_{C4}} . 100 = \frac{3{,}9882 - 1{,}1814}{3{,}9882} . 100 = 70{,}38\% \quad (100)$$

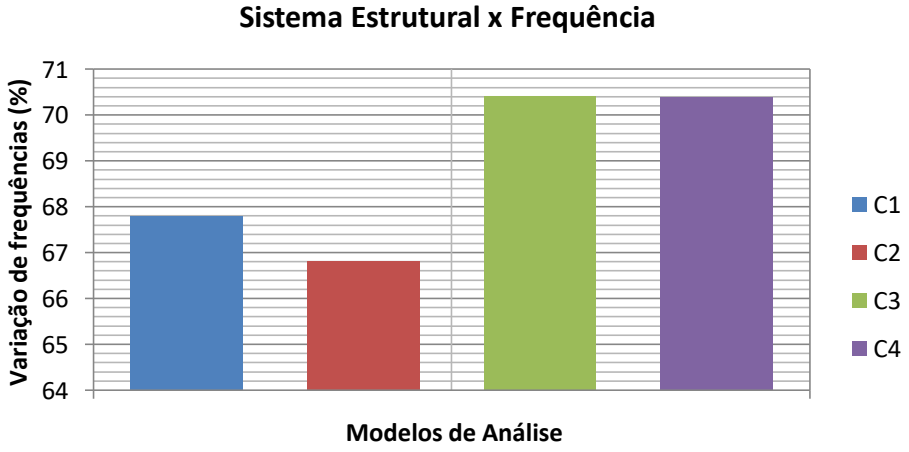
$$\Delta K1_{C1-C5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{C1}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{C5}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{C1}}} . 100 = \frac{500{,}59 - 55{,}102}{500{,}59} . 100 = 88{,}99\% \quad (101)$$

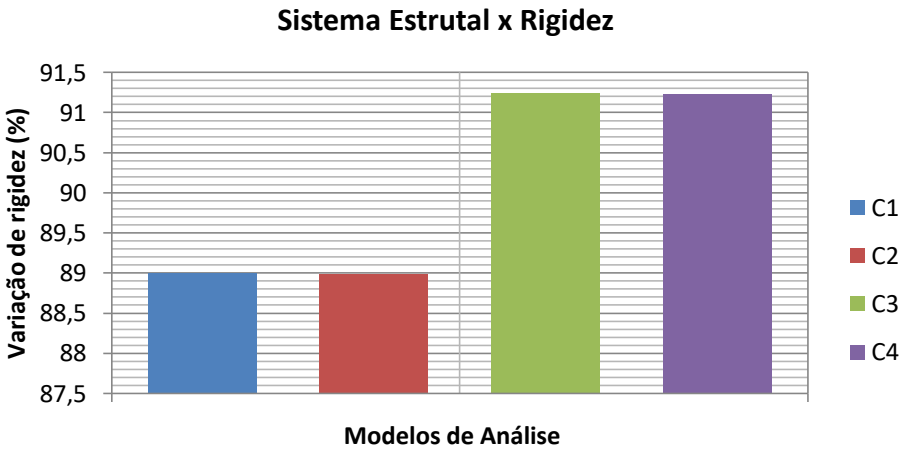
$$\Delta K1_{C2-C5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{C2}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{C5}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{C2}}} . 100 = \frac{500{,}08 - 55{,}102}{500{,}08} . 100 = 88{,}98\% \quad (102)$$

$$\Delta K1_{C3-C5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{C3}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{C5}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{C3}}} . 100 = \frac{629{,}16 - 55{,}102}{629{,}16} . 100 = 91{,}24\% \quad (103)$$

$$\Delta K1_{C4-C5} = \frac{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{C4}} - \boldsymbol{\omega^2}_{1_{C5}}}{\boldsymbol{\omega^2}_{1_{C4}}} . 100 = \frac{627{,}945 - 55{,}102}{627{,}945} . 100 = 91{,}23\% \quad (104)$$

Podemos verificar que a diferença entre os modelos com ou sem contraventamento reduziu ainda mais, comparado com os de classe B, ficando em torno de 68% para as frequências fundamentais e 90% para a rigidez estrutural. Abaixo é plotado um gráfico comparativo destas diferenças em relação ao modelo C5.





4.2 Análise Modal por Espectro de Resposta

A análise modal por espectro de resposta apresentou como resultados os deslocamentos laterais sofridos pelos modelos quando submetidos à solicitação apresentada no subitem 3.3 deste trabalho. Nas Tabelas abaixo são apresentados os deslocamentos obtidos no último pavimento em cada um dos modelos.

Tabela 4.16 – Deslocamento Laterais para os Modelos de Análise Classe A

Modelo de Análise	Deslocamento Lateral (cm)
A1	0,0346
A2	0,03468
A3	0,0263
A4	0,02653
A5	4,12453

A partir dos resultados plotados na Tabela 4.16 é possível verificar o contraste entre as respostas ao deslocamento lateral, quando se opta por trabalha com o contraventamento em “X” ou em “K”. Esta diferença pode ser mensurada de forma percentual a partir dos cálculos abaixo.

$$\Delta\delta_{x_{A1-A3}} = \frac{\delta_{x_{A1}} - \delta_{x_{A3}}}{\delta_{x_{A1}}}.100 = \frac{0{,}0346 - 0{,}0263}{0{,}0346}.100 = 23{,}99\% \quad (105)$$

$$\Delta\delta_{x_{A2-A4}} = \frac{\delta_{x_{A2}} - \delta_{x_{A4}}}{\delta_{x_{A2}}}.100 = \frac{0{,}03468 - 0{,}02653}{0{,}03468}.100 = 23{,}50\% \quad (106)$$

É possível verificar também, a influência do sistema de contraventamento, quando comparamos os modelos com a presença deste em relação ao modelo sem contraventamento (Modelo A5).

$$\Delta\delta_{x_{A1-A5}} = \frac{\delta_{x_{A1}} - \delta_{x_{A5}}}{\delta_{x_{A1}}}.100 = \frac{0{,}0346 - 4{,}12453}{0{,}0346}.100 = 11820{,}61\% \quad (107)$$

$$\Delta\delta_{x_{A2-A5}} = \frac{\delta_{x_{A2}} - \delta_{x_{A5}}}{\delta_{x_{A2}}}.100 = \frac{0{,}03468 - 4{,}12453}{0{,}03468}.100 = 11793{,}11\% \quad (108)$$

$$\Delta\delta_{x_{A3-A5}} = \frac{\delta_{x_{A3}} - \delta_{x_{A5}}}{\delta_{x_{A3}}}.100 = \frac{0{,}0263 - 4{,}12453}{0{,}0263}.100 = 15582{,}62\% \quad (109)$$

$$\Delta\delta_{x_{A4-A5}} = \frac{\delta_{x_{A4}} - \delta_{x_{A5}}}{\delta_{x_{A4}}}.100 = \frac{0{,}02653 - 4{,}12453}{0{,}02653}.100 = 15446{,}66\% \quad (110)$$

As diferenças percentuais obtidas acima entre os modelos com e sem contraventamento se mostraram altíssimas, superando a casa dos 1000%.

Tabela 4.17 – Deslocamento Lateral dos Modelos de Análise Classe B

Modelo de Análise	**Deslocamento Lateral (cm)**
B1	0,57027
B2	0,58872
B3	0,25885
B4	0,25973
B5	11,58763

Através dos cálculos da diferença percentual é possível identificar a melhor resposta entre o contraventamento em “X” e “K”.

$$\Delta\delta_{x_{B1-B3}} = \frac{\delta_{x_{B1}} - \delta_{x_{B3}}}{\delta_{x_{B1}}}.100 = \frac{0{,}57027 - 0{,}25885}{0{,}57027}.100 = 54{,}61\% \quad (111)$$

$$\Delta\delta_{x_{B2-B4}} = \frac{\delta_{x_{B2}} - \delta_{x_{B4}}}{\delta_{x_{B2}}}.100 = \frac{0{,}58872 - 0{,}25973}{0{,}58872}.100 = 55{,}88\% \quad (112)$$

Sendo a diferença percentual gerada pela presença do contraventamento, em relação ao modelo sem contraventamento (Modelo B5).

$$\Delta\delta_{x_{B1-B5}} = \frac{\delta_{x_{B1}} - \delta_{x_{B5}}}{\delta_{x_{B1}}}.100 = \frac{0{,}57027 - 11{,}58763}{0{,}57027}.100 = 1931{,}95\% \quad (113)$$

$$\Delta\delta_{x_{B2-B5}} = \frac{\delta_{x_{B2}} - \delta_{x_{B5}}}{\delta_{x_{B2}}}.100 = \frac{0{,}58872 - 11{,}58763}{0{,}58872}.100 = 1868{,}28\% \quad (114)$$

$$\Delta\delta_{x_{B3-B5}} = \frac{\delta_{x_{B3}} - \delta_{x_{B5}}}{\delta_{x_{B3}}}.100 = \frac{0{,}25885 - 11{,}58763}{0{,}25885}.100 = 4376{,}58\% \quad (115)$$

$$\Delta\delta_{x_{B4-B5}} = \frac{\delta_{x_{B4}} - \delta_{x_{B5}}}{\delta_{x_{B4}}}.100 = \frac{0{,}25973 - 11{,}58763}{0{,}25973}.100 = 4361{,}41\% \quad (116)$$

Novamente podemos verificar que a diferença percentual entre os modelos com e sem contraventamento se manteve alta.

Tabela 4.18 – Deslocamento Lateral dos Modelos de Análise Classe C

Modelo de Análise	**Deslocamento Lateral (cm)**
C1	2,43497
C2	2,43748
C3	1,14904
C4	0,82654
C5	11,61988

Através dos cálculos da diferença percentual é possível identificar a melhor resposta entre o contraventamento em “X” e “K”.

$$\Delta\delta_{x_{C1-C3}} = \frac{\delta_{x_{C1}} - \delta_{x_{C3}}}{\delta_{x_{C1}}}.100 = \frac{2{,}43497 - 1{,}14904}{2{,}43497}.100 = 52{,}81\% \quad (117)$$

$$\Delta\delta_{x_{C2-C4}} = \frac{\delta_{x_{C2}} - \delta_{x_{C4}}}{\delta_{x_{C2}}}.100 = \frac{2{,}43748 - 0{,}82654}{2{,}43748}.100 = 66{,}08\% \quad (118)$$

Sendo a diferença percentual gerada pela presença do contraventamento, em relação ao modelo sem contraventamento (Modelo C5).

$$\Delta\delta_{x_{C1-C5}} = \frac{\delta_{x_{C1}} - \delta_{x_{C5}}}{\delta_{x_{C1}}}.100 = \frac{2{,}43497 - 11{,}61988}{2{,}43497}.100 = 377{,}21\% \quad (119)$$

$$\Delta\delta_{x_{C2-C5}} = \frac{\delta_{x_{C2}} - \delta_{x_{C5}}}{\delta_{x_{C2}}}.100 = \frac{2{,}43748 - 11{,}61988}{2{,}43497}.100 = 376{,}72\% \quad (120)$$

$$\Delta\delta_{x_{C3-C5}} = \frac{\delta_{x_{C3}} - \delta_{x_{C5}}}{\delta_{x_{C3}}}.100 = \frac{1{,}14904 - 11{,}61988}{1{,}14904}.100 = 911{,}27\% \quad (121)$$

$$\Delta\delta_{x_{C4-C5}} = \frac{\delta_{x_{C4}} - \delta_{x_{C5}}}{\delta_{x_{C4}}}.100 = \frac{0{,}82654 - 11{,}61988}{0{,}82654}.100 = 1305{,}85\% \quad (122)$$

Novamente podemos verificar que a diferença percentual entre os modelos com e sem contraventamento se manteve alta.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das diferenças percentuais das frequências naturais fundamentais e da rigidez, pode-se verificar que a utilização de ligações rígidas entre os elementos de vigas e pilares em pórticos contraventados não se justifica devido ao fato de estas diferenças serem baixas, não chegando a 3%.

Pela análise modal é possível observar a significativa influência da presença do contraventamento nos modelos de análise pois estes apresentaram frequências naturais fundamentais e rigidez maiores que os modelos sem contraventamento, sendo a menor diferença para as frequências em torno de 67% e para a rigidez em torno de 71%. Este valores referentes aos modelos de 9 pavimentos.

Quanto as respostas dos deslocamentos laterais, podemos observar que o contraventamento em “K” apresentou melhores resultados quando comparado com o contraventamento em “X”, diferença que se tornou maior conformo o acréscimo do número de pavimentos.

O mesmo contraventamento em “K” também apresentou melhores respostas aos deslocamentos laterais quando comparado com as respostas obtidas dos modelos sem contraventamento, onde, por exemplo, para os pórticos com 9 pavimentos esta diferença foi de 1305,85%.

Sendo assim, o sistema de contraventamento em “K” para os pórticos analisados no presente trabalho, é o que apresentou a maior rigidez estrutural e menor frequência natural fundamental em comparação com o contraventamento em “X”. Em função disto, os modelos de pórtico com este tipo de contraventamento responderam melhor as solicitações de aceleração de base apresentando menores deslocamentos laterais.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

American Society of Civil Engineers (ASCE), **ASCE-7/2010, Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures**, ASCE, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15421: Projeto de estruturas resistentes a sismos** – Procedimentos. Rio de Janeiro, 2006.

CARRER, José Antonio Marques**. Introdução aos Métodos Aproximados em Engenharia**. 2006. 268 p.- Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, PR.

CHAVES, J. R. F. (2009**). Análise Dinâmica de Pórticos Metálicos Contraventados**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM – 008ª/09, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, xvi, 77p.

CHOPRA, Anil K. **Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering**. New Jersey: Prentice Hall, 1995.

CLOUGH, Ray W; PENZIEN Joseph, **Dynamics of structures**, Third Edition, Computers & Structures, Inc, 2003.

CUNHA, Emanuel Erivan Silva da. **Análise modal experimental e numérica de treliça plana**. 2012. 62f. Monografia (Graduação em Ciência e Tecnologia) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Campus Angicos. [Orientadora: Profª. Dra. Marcilene Vieira Nóbraga].

DE SOUSA LIMA, Sílvio; CARVALHO DOS SANTOS, Sergio. **Análise Dinâmica das Estruturas**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

ESPADA, Margarida Isabel Ramalha (2010). **Desenvolvimento de modelos para análise dinâmica de estruturas. Aplicação a barragens de betão e estruturas auxiliares**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Portugal, 206p.

European Committee for Standardization. **EN 1998-1:2004, Eurocode 8 - Design of structures for earthquake resistance** – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings, European Standard, 2004.

FRANCA, M. P. de A. (2003). **Estudo da Eficiência dos Contraventamentos Treliçados em Edifícios com Estrutura de Aço**. Recife, 2003, 333 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

HART, Gary C; WONG, Kevin. **Structural dynamics for structural engineers**. ed. John Wiley & Sons, Inc, 1999.

Instituto Nacional de Normalización. **INN NCh433of96: Diseño sísmico de edificio**s. Santiago, 1996.

NEWMARK, N.W; HALL, W.J. **EARTHQUAKE SPECTRA AND DESIGN**. Earthquake Engineering Research Institute, 1982.

PEREIRA, Luís Afonso Januário Fernandes. **Estudo comparativo da resposta sísmica de pórticos metálicos simples através de várias metodologias de análise estrutural**. 2014. 98f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2014. [Orientador: Prof. Dr. José Miguel de Freitas Castro].

PINTO, Ellen Felizardo; BESPALHOK, Lorena Cristina; BATISTA, Rodrigo Costa. **Análise, modelagem e dimensionamento de torres autoportantes de telecomunicações**. 2013. 116f. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Civil – Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, PR.

RAO, Singiresu**. Vibrações mecânicas**. São Paulo: PEARSON, 2008.

RODRIGUES, Rodrigo Mendonça Ribeiro. **Geração de acelerogramas sísmicos artificiais compatíveis com um espectro de resposta** – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2012. XII, 68p. Projeto de Graduação (Curso de Engenharia Civil). [Orientadores: Sergio Hampshire de Carvalho Santos e Silvio de Souza Lima].

RÔLO, Rodrigo Alexandre Gonçalves**. Geração de pares de sismos compatíveis com um espectro de resposta**. 2009. 98f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2009. [Orientador: Prof. Luís Manuel Coelho Guerreiro].

SAP2000 v 17.1.1 – Structural and Earthquake engineering software, **CSI Analysis Reference Manual**, Computers & Structures, In. 2014.

SORIANO, Humberto Lima Elementos Finitos – **Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas**, Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

7 ANEXO I – MODOS DE VIBRAÇAO DOS MODELOS DE ANÁLISE

Neste anexo é apresentada a forma deformada de cada um dos modelos de análise, para o primeiro ou fundamental modo de vibração.

Tabela 7.1 - Forma deformada do primeiro modo de vibração dos modelos em estudo – Parte 1

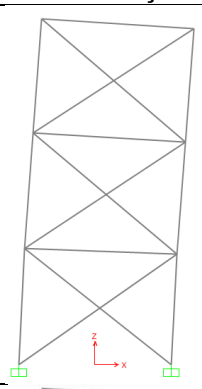
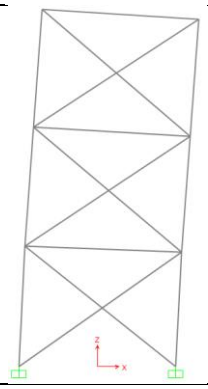
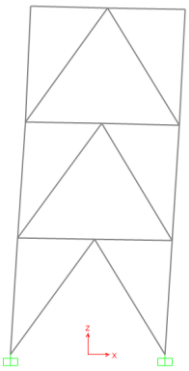
Modelo de Análise	Deformação	f_n (Hz)
A1		21,036
A2		21,016
A3		19,076

Tabela 7.1 - Forma deformada do primeiro modo de vibração dos modelos em estudo – Parte 2

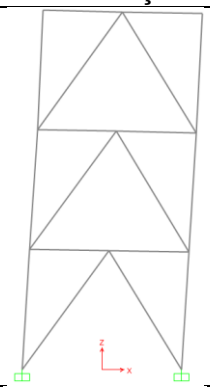
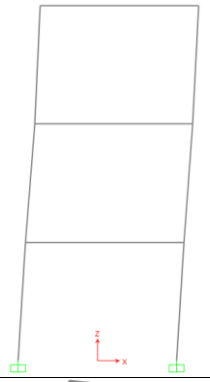
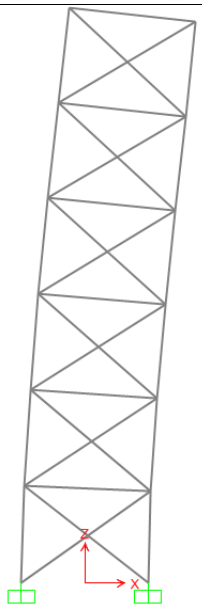
Modelo de Análise	**Deformação**	**f_n (Hz)**
A4		18,997
A5		2,3077
B1		6,6861

Tabela 7.1 - Forma deformada do primeiro modo de vibração dos modelos em estudo – Parte 3

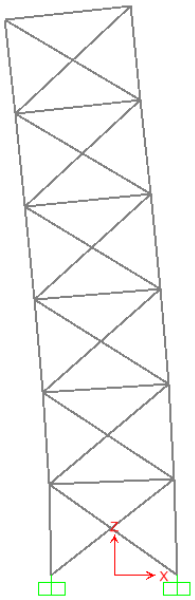
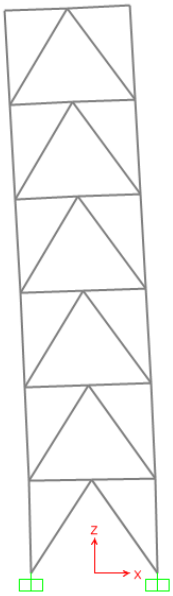
Modelo de Análise	**Deformação**	f_n **(Hz)**
B2		6,5908
B3		7,4475

Tabela 7.1 - Forma deformada do primeiro modo de vibração dos modelos em estudo – Parte 4

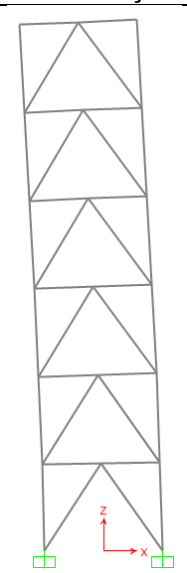
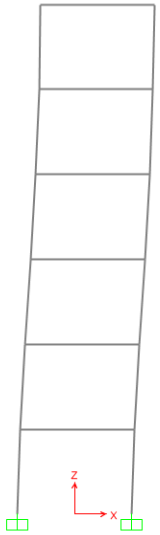
Modelo de Análise	Deformação	f_n (Hz)
B4		7,4369
B5		1,1703

Tabela 7.1 - Forma deformada do primeiro modo de vibração dos modelos em estudo – Parte 5

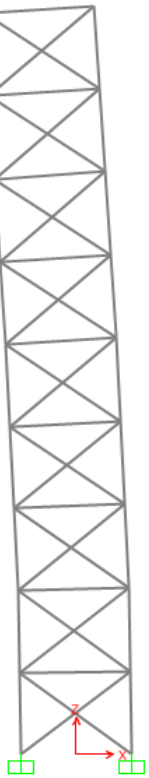
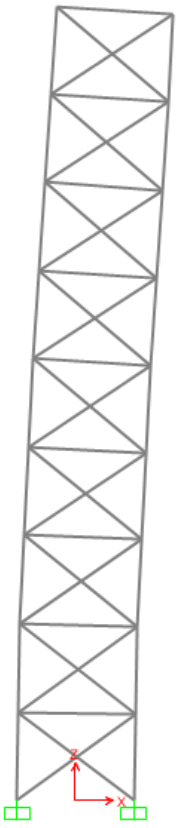
Modelo de Análise	**Deformação**	f_n **(Hz)**
C1		3,5609
C2		3,5591

Tabela 7.1 - Forma deformada do primeiro modo de vibração dos modelos em estudo – Parte 6

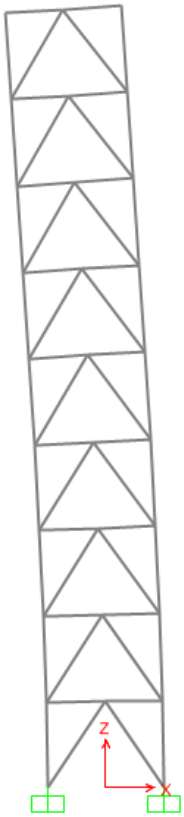
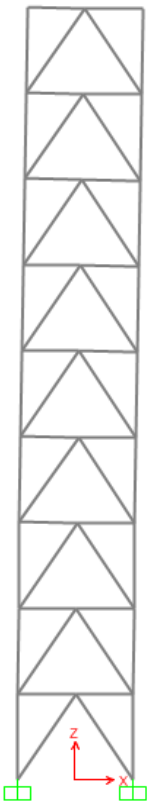
Modelo de Análise	Deformação	f_n (Hz)
C3		3,9921
C4		3,9882

Tabela 7.1- Forma deformada do primeiro modo de vibração dos modelos em estudo – Parte 7

Modelo de Análise	**Deformação**	f_n **(Hz)**
C5		1,1814

8 ANEXO II – CONSIDERAÇÕES SÍSMICAS – ASCE/SEI 7-10

Neste anexo é descrito os procedimentos e considerações para determinação dos parâmetros para análise sísmica, construção do espectro de projeto e classificação das estruturas quanto a solicitações sísmicas conforme a ASCE/SEI 7-10.

8.1 Determinação da categoria de risco da estrutura:

A ASCE/SEI 7-10 classifica as estruturas em quatro categorias de risco (I, II, III e IV), as quais levam em consideração o risco em que as estruturas podem ocasionar a vida humana em caso de colapso. A classificação deve ser realizada conforme a Tabela 1.5-1 do código.

Tabela 8.1 – Tabela 1.5-1 para classificação das estruturas quanto a categoria de risco - ASCE/SEI 7/10

Uso ou ocupação de edificações e outras estruturas	**Categoria de Risco**
Edificações e outras estruturas que representam pequeno risco a vidas humanas no caso de falha;	I
Todas outras edificações ou estruturas que não estão classificadas como Categoria de Risco I, III e IV;	II
Edificações e outras estruturas que podem causa um risco substancial a vida humana em caso de falha; Edificações e outras estruturas que não pertencem a categoria IV, mas com potencial para causa um impacto econômico substancial ou interromper as atividades do dia-a-dia da civilização em caso de falha; Edificações e outras estruturas não incluídas na categoria IV (incluindo, mas não limitado a estes, são instalações de manufatura, produção, armazenamento e uso de substancias como combustíveis, produtos químicos ou explosivos) que contem substâncias tóxicas ou explosivas.	III
Edificações ou outras estruturas classificadas como essenciais; Edificações e outras estruturas, que em caso de falha podem causar um grande riscam a comunidade; Edificações e outras estruturas (incluindo, mas não limitadas a instalações de processos de manufatura, armazenamento ou uso de substancias como combustíveis, químicos) que armazenam substancias de alta toxicidade e classificadas como perigosa para o publico se liberada; Edificações e outras estruturas requeridas para manutenção de estruturas com Categoria de Risco IV	IV

Relacionado a cada categoria de risco esta um fator de importância (I_e) que a frente será utilizada para determinação dos esforços. Cada fator é descrito para cada tipo de carga através da Tabela 1.5-2 do código.

Tabela 8.2 – Tabela 1.5-2 com os parâmetros do fator de importância de acordo com a Categoria de Risco - ASCE/SEI 7-10

Categoria de Risco	**Fator de Importância (Sismo)**
I	1,00
II	1,00
III	1,25
IV	1,50

8.2 Determinação da classe do solo:

Conforme item 11.4.2 do código ASCE/SEI 7-10, os solos para fundação devem ser classificados em uma destas categorias (A, B, C, D, E e F). Tabela 8.3 apresentam-se os critérios para classificação.

Tabela 8.3 - Classificação do solo pela ASCE/SEI 7-10

Classe de Solo	v_s	N ou N_{ch}	s_u
A. Rocha Sã	> 1524 m/s	N.A	NA
B. Rocha	762 a 1524 m/s	N.A	NA
C. Solo denso e rocha mole	365,75 a 762 m/s	>50	>95,8 kN/m²
D. Solo duro	182,88 a 365,75 m/s	15 a 50	47,9 a 95,8 kN/m²
E. Solo de argila mole	<182.88 m/se	<15	<47,9 kN/m²
	Qualquer perfil com mais de 3,048m de solo que apresente as seguintes características: - Índice de Plasticidade PI >20. - Umidade w ≥ 40%. - Força cortante não drenada s_u< 23,95 kN/m²		
F. Solo que requerem análise de acordo com a seção 21.1 da ASCE/SEI 7-10	Ver seção 20.3.1 da ASCE/SEI 7-10		

Onde não se possui dados suficientes de ensaios de campo para a classificação o código permite a utilização da categoria D.

8.3 Determinação do espectro de resposta do projeto

A construção do espectro de resposta de projeto é função da classe do solo, do período de vibração natural da estrutura e da aceleração do solo prevista, a qual depende de sua localização geográfica.

A seguir serão apresentados os procedimentos necessários para a determinação da forma do espectro de resposta para projetos:

8.3.1 Parâmetros de acelerações para o espectro de resposta considerando o máximo sismo que poderá ocorrer no local (MCE_R) e coeficientes de solo:

A norma considera três pontos de períodos para determinação dos parâmetros de aceleração para o máximo espectro de resposta (MCE_R), sendo dois destes periodos igual a 0.2 sec e 1.0 sec. Cada parâmetro deve receber correção adequada de acordo com a classe do solo em que a estrutura se encontrará. As equações para determinação dos parâmetros são:

$$S_{MS} = F_a x\, S_s \quad (123)$$

$$S_{M1} = F_v\, x\, S_1 \quad (124)$$

Os parâmetros S_s e S_1 são obtidos através da localização em que a estrutura estará situada, são obtidos através do mapeamento geográfico apresentado nas 6 Figuras 22-2, 22-3 e 22-4, 22-5, 22-6 da ASCE/SEI 7-10.

Os valores de F_a e F_v são obtidos através das Tabelas 11.4-1 e 11.4-2 da ASCE/SEI 7-10, abaixo são ilustradas.

Tabela 8.4 - Tabela 11.4-1 da ASCE/SEI 7-10 para coeficiente Fa

	Parâmetros de Aceleração Espectral para curtos períodos (0.2sec)				
Classe do Solo	$S_s \leq 0.25$	$S_s = 0.5$	$S_s = 0.75$	$S_s = 1.0$	$S_s \geq 1.25$
A	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
B	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
C	1.2	1.2	1.1	1.0	1.0
D	1.6	1.4	1.2	1.1	1.0
E	2.5	1.7	1.2	0.9	0.9
F	-	-	-	-	-

Tabela 8.5 - Tabela 11.4-2 da ASCE/SEI 7-10 para coeficientes Fv

	Parâmetros de Aceleração Espectral para longos períodos (1.0sec)				
Classe do Solo	$S_1 \leq 0.10$	$S_1 = 0.2$	$S_1 = 0.3$	$S_1 = 0.4$	$S_1 \geq 0.5$
A	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
B	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
C	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3
D	2.4	2.0	1.8	1.6	1.5
E	3.5	3.2	2.8	2.4	2.4
F	-	-	-	-	-

8.3.2 Parâmetros de Aceleração Espectral para Projeto:

Os parâmetros de aceleração para o espectro de aceleração são obtidos através das equações 67 e 68, conforme o item 11.4.4 do código.

$$S_{DS} = \frac{2}{3}\, x\, S_{ms} \quad (125)$$

$$S_{D1} = \frac{2}{3}\, x\, S_{m1} \quad (126)$$

8.3.3 Espectro de Resposta de Projeto:

O espectro de resposta de projeto deve apresentar o desenvolvimento das curvas conforme apresentado pela Figura 8.1, obtida do item 11.4.5 da ASCE/SEI 7-10.

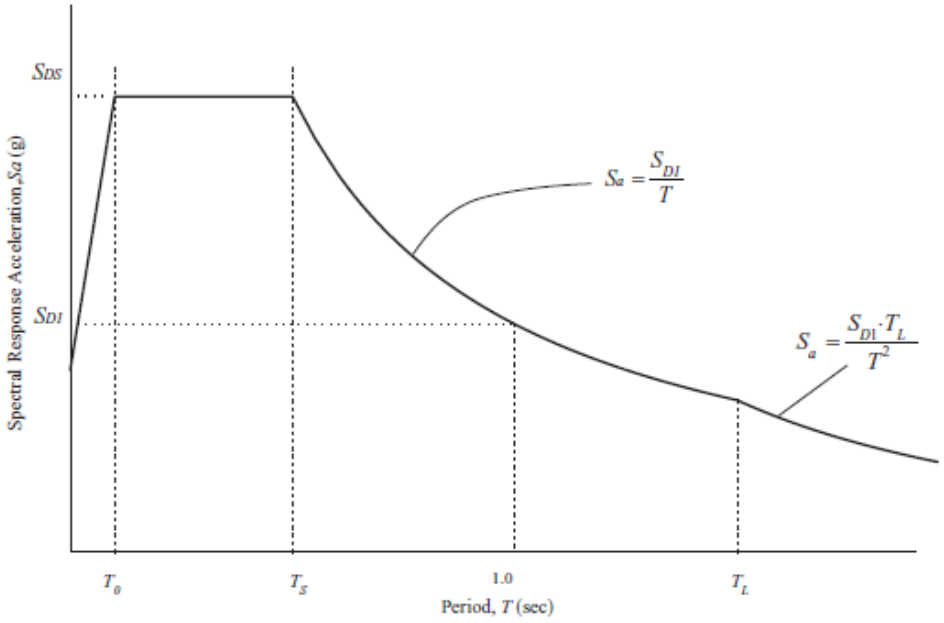


Figura 8.1 – Forma do espectro de resposta para projeto (ASCE/SEI 7-10)

A determinação dos intervalos que formam a forma do espectro de projeto é feita através das seguintes considerações:

a) Quando o período for menor que T_0, a aceleração do espectro de resposta (Sa) deve ser obtida através:

$$\mathrm{S}_a = \mathrm{S}_{ds}\left(4 + 6\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_0}\right) \quad (127)$$

b) Para períodos maiores ou iguais a T_0 e menores ou iguais a T_s, a aceleração do espectro de resposta deve ser igual a S_{ds}.
c) Para períodos maiores que T_se menores ou iguais a T_L, a aceleração do espectro de resposta é dada pela equação 70:

$$\mathrm{S}_s = \frac{\mathrm{S}_{d1}}{\mathrm{T}} \quad (128)$$

d) Para períodos maiores que T_L, a aceleração do espectro de resposta deve ser dada:

$$\mathrm{S}_a = \frac{\mathrm{S}_{d1} * T_L}{\mathrm{T}^2} \quad (129)$$

Onde:

$T_0 = 0.2 \text{ x } \frac{S_{d1}}{S_{ds}}$;

$T_s = \frac{S_{d1}}{S_{ds}}$;

$T_L =$ Para períodos de transmissão longos (s) mostrado nas Figuras 22-12 até a 22-16 da ASCE 7/2010;

A ASCE/SEI 7-10 trabalha com um fator de amortecimento (ε) igual a 5% para a construção do espectro de resposta.

8.4 Análise Modal por Espectro de Resposta

8.4.1 Número de Modos de Vibração

Conforme o subitem 12.9.1 da ASCE/SEI 7-10, a análise deve ser conduzida para determinar os modos de vibração natural da estrutura, sendo necessário contar com o número de modos suficientes a se obter uma participação de massa combinada de no mínimo noventa por cento (90%) em cada direção horizontal ortogonal considerada.

8.4.2 Parâmetros de Combinação de Resposta

Conforme a norma o valor para cada parâmetro de interesse para os vários modos de vibração da estrutura devem ser combinados utilizado os métodos da *soma das raízes do quadro da soma* (*SRSS*), *quadrática completo* (*CQC*) ou o *quadrática completo modificado* pela ASCE 4 (*CQC-4*). Ver o subitem 2.5.1.4 para a apresentação detalhada do método *SRSS*, o qual será utilizado neste trabalho.

8.4.3 Parâmetros de resposta modal

Para a análise dos deslocamentos laterais através da análise modal por espectro de resposta, os deslocamento obtidos devem ser multiplicados por C_d/R, onde C_d refere-se a coeficiente de amplificação dos deslocamentos obtido através da Tabela 12.2-1da ASCE/SEI 7-10, o coeficiente R refere-se a um fator de modificação, também obtido através da Tabela 12.2-1.

8.4.4 Deslocamento máximo admissível

O deslocamento máximo admissível para as estruturas de edificações é determinado através da Tabela 12.12-1 da ASCE/SEI 7-10. O limite de deslocamento é variável para cada uma das categorias de risco em que a estrutura é classifica.

Tabela 8.6 - Limite de deslocamento lateral das estruturas sob ações sísmicas

Estrutura	**Categoria de Risco**		
	I ou II	**III**	**IV**
Estruturas, outras além de estruturas em alvenaria estrutural, com paredes internas, partições, tetos e sistemas de paredes externas que foram projetadas para acomodar o pavimento.	$0.025h_{sx}$	$0.020h_{sx}$	$0.015h_{sx}$
Paredes de alvenaria em balanço	$0.010h_{sx}$	$0.010h_{sx}$	$0.010h_{sx}$
Outras estruturas de parede de alvenaria	$0.007h_{sx}$	$0.007h_{sx}$	$0.007h_{sx}$
Todas as outras estruturas	$0.020h_{sx}$	$0.015h_{sx}$	$0.010h_{sx}$

h_{sx} é a altura do pavimento abaixo do nível “x”

9 APENDICE I – DIMENSIONAMENTO DOS PERFIS METÁLICOS

Neste apêndice será apresentado o dimensionamento dos perfis metálicos quer iram constituir cada um dos modelos de análise dinâmica.

É valido ressaltar, o dimensionamento dos elementos das vigas, pilares e contraventamento foram realizados de forma “grosseira”, por não ser este o foco principal deste trabalho.

9.1 Materiais

9.1.1 Aço

As propriedades adotadas para o material constituinte dos perfis que formam os modelos análise são descritos no subitem 3.1.3 deste trabalho. Abaixo é apresentada as propriedades consideradas.

Tabela 9.1 - Propriedades Mecânicas do Material

Aço Estrutural	**.A36**
Modulo de Elasticidade	E=2x10^5MPa
Tensão de Escoamento	f_y=250 MPa
Tensão de Ruptura	f_u=400 MPa

9.2 Documentos de Referência

Abaixo são apresentados os documentos e códigos adotados para o dimensionamento dos elementos.

- American Society of Civil Engineers (ASCE), **ASCE/SEI 7-10, Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures**, ASCE, 2010;
- American Institute of Steel Construction (AISC), **ANSI/AISC 360-, Specification for Structural Steel Buildings**, AISC, 2010;

9.3 Descrição dos Modelos

9.4 Dimensionamento dos Perfis

9.4.1 Modelo de Cálculo

Conforme apresentado no item 3.1.2 dos modelos de análise que recebem contraventamento, são divididos em duas categorias, as quais são: pórtico contraventado rotulado (não há transmissão de momentos entre os elementos) e pórticos rígidos com contraventamento rotulado (o contraventamento não recebem esforço de momento).

9.5 Carregamento

Para o dimensionamento dos perfis foi considerada um carga distribuída ao longo do eixo das vigas metálicas, com valor de 6,0 kN/m. Abaixo é apresentado de forma esquemática e no SAP2000 do carregamento considerado.

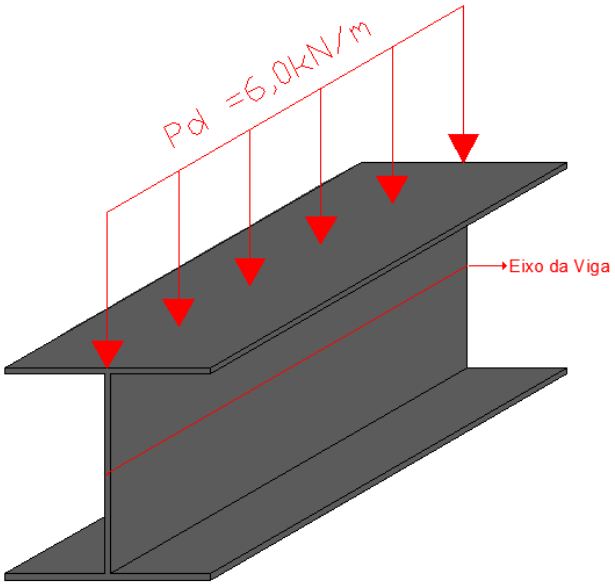


Figura 9.1 - Representação esquemática do carregamento distribuído - 60 kN/m

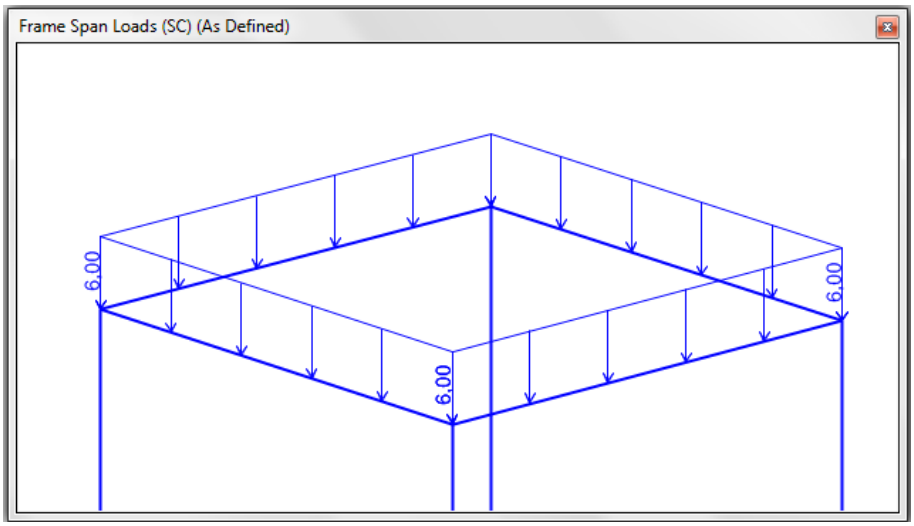


Figura 9.2 - Representação do carregamento aplicado - 60 kN/m - SAP2000

9.6 Combinação

A combinação adotada para obtenção dos esforços solicitantes atende ao código ASCE/SEI 7-10, sendo adotada a combinação número dois da mesma.

$$1{,}2D + 1{,}6L \quad (130)$$

Onde:

D →Refere-se às cargas de peso próprio dos elementos constituintes;

L →Refere-se às cargas vivas ou acidentais – 6,0 kN/m;

9.7 Dimensionamento e Verificação dos Perfis

Para o dimensionamento dos elementos estruturais (vigas, pilares e contraventamento) foi adotada a ferramenta *"Steel Frame Design"* do software SAP2000, o qual realiza a escolha de uma lista de perfis já pré-definido, adotando-se o mais econômico (mais leve), que atenda a seguinte consideração:

$$\frac{D}{C} \leq 1{,}0 \qquad (131)$$

Onde:

D → Esforço Solicitante no Elemento (Axial, Cortante, Momento, Flexo-Tração e Flexo-Compressão);

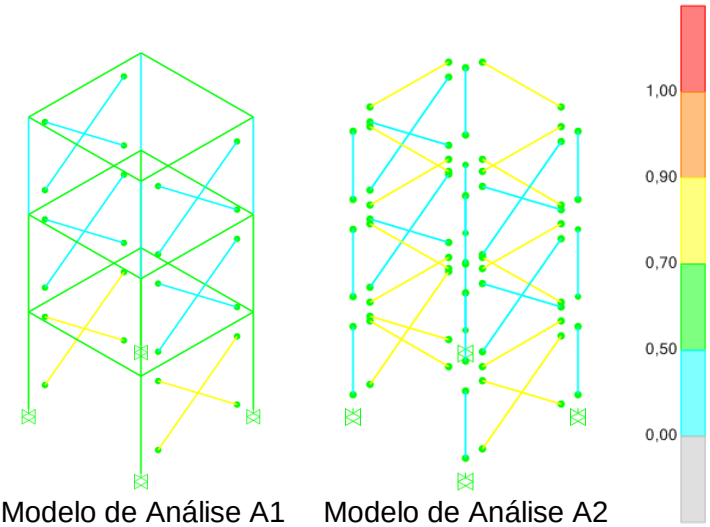
C → Capacidade de Resistência dos Perfis;

Os perfis adotados para os elementos estão apresentados no subitem 3.1.3 deste trabalho, sendo a seguir apresentada a verificação quanto a capacidade destes mesmos a solicitação adotada.

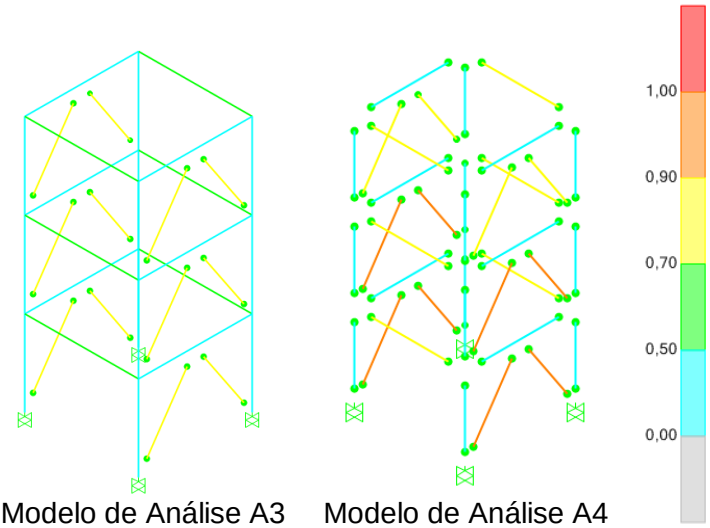
9.7.1 Verificação dos Perfis (SAP2000)

A seguir será plotado o diagrama de verificação de resistência dos perfis quanto aos esforços internos, conforme já informado anteriormente a verificação do SAP2000 se da através da relação solicitação/capacidade.

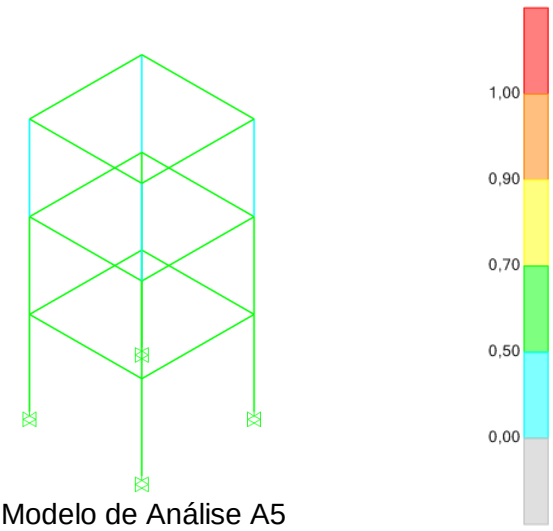
- Modelos Classe A:



Modelo de Análise A1 Modelo de Análise A2

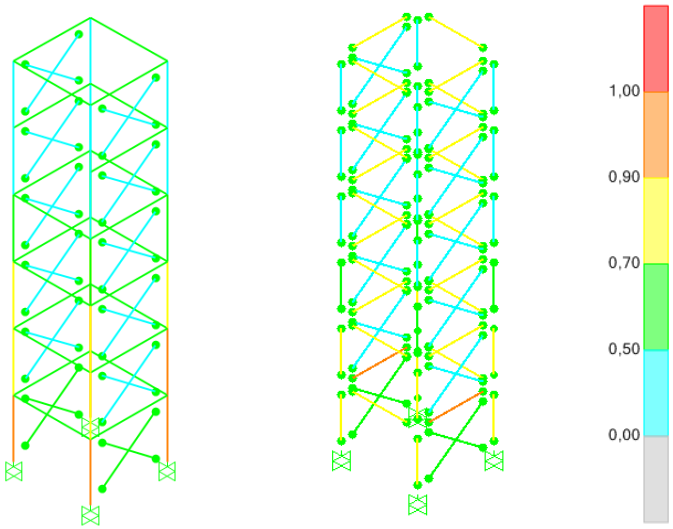


Modelo de Análise A3 Modelo de Análise A4

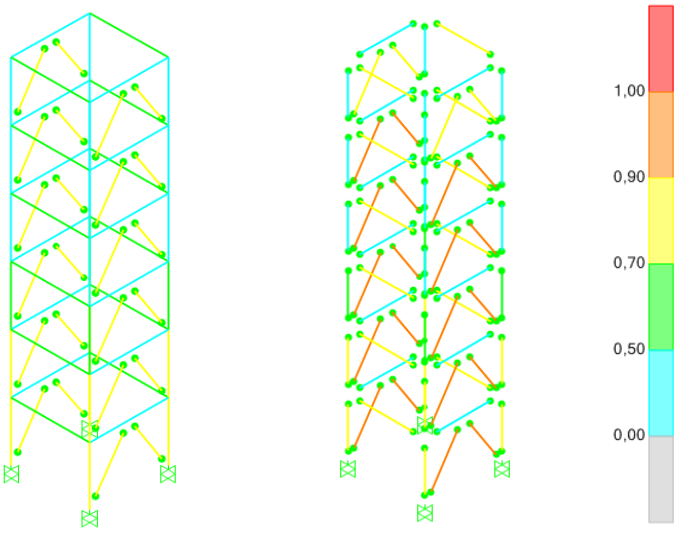


Modelo de Análise A5

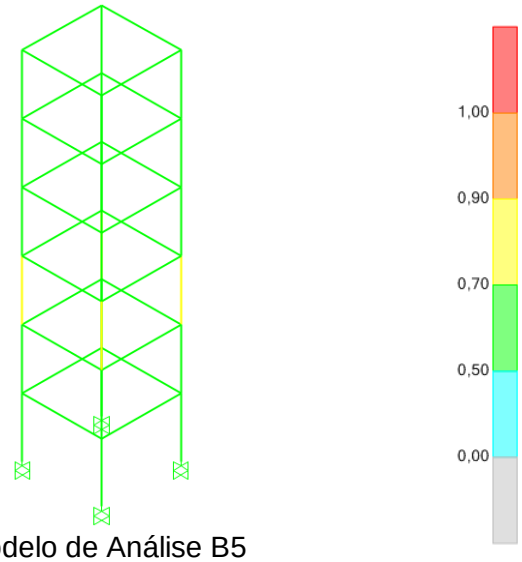
- Modelos Classe B:



Modelo de Análise B1 Modelo de Análise B2

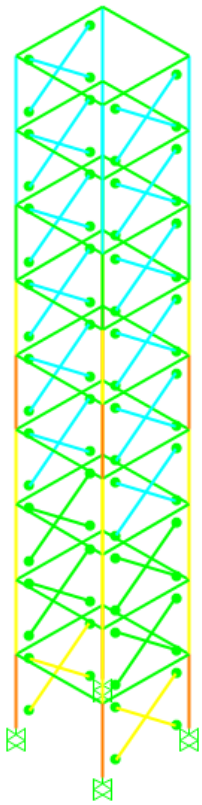


Modelo de Análise B3 Modelo de Análise B4

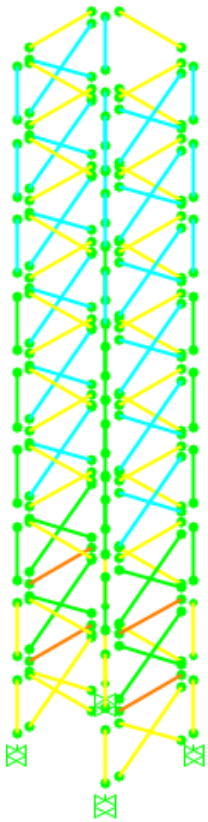


Modelo de Análise B5

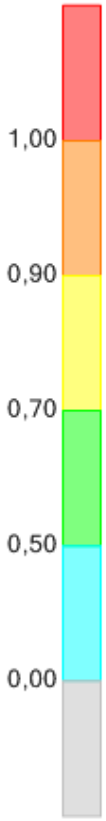
- Modelos Classe C:

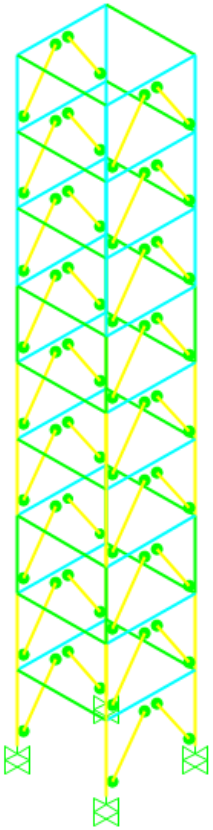


Modelo de Análise C1

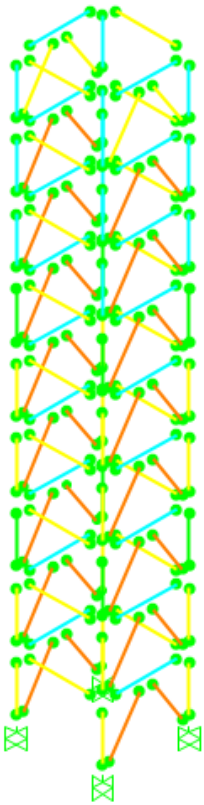


Modelo de Análise C2

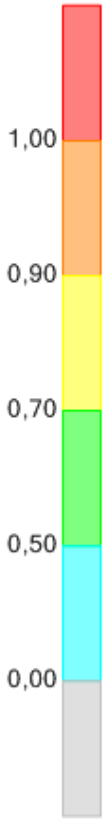


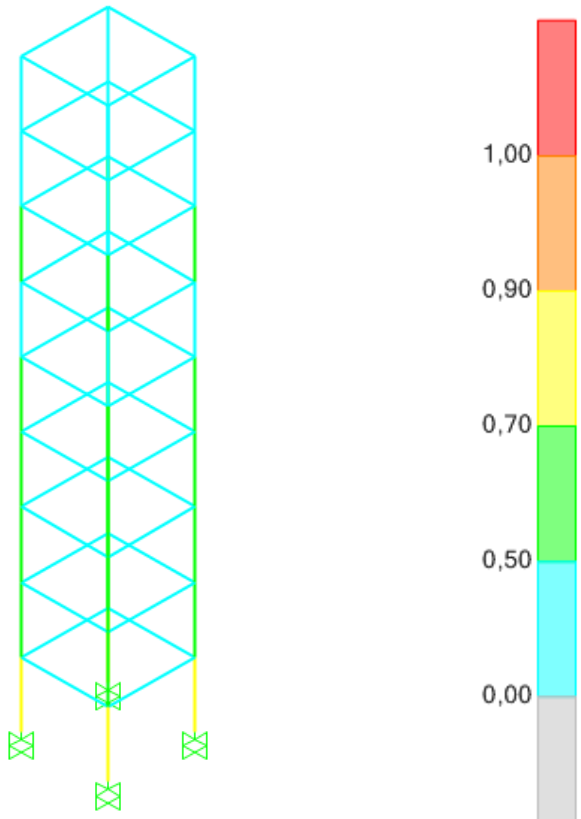


Modelo de Análise C3



Modelo de Análise C4





Modelo de Análise C5

Comparando-se o diagrama de cores para cada um dos elementos, com a escala de cores plotada ao lado, verificou-se que todos os perfis passam as verificações conforme critérios da ANSI/AISC 360-10, estando assim liberados para a realização da análise dinâmica.

10 APENDICE II – MODELOS DE CALIBRAÇÃO SAP200 – ANÁLISE MODAL

Neste apêndice serão apresentados dois modelos de cálculo para verificação e calibração da análise modal pelo SAP2000. Ao fim de cada modelo será verificado qual a porcentagem de erro entre as duas soluções, fincando dentro de 5% é considerável aceitável.

10.1 Modelo de um grau de liberdade:

10.1.1 Método Teórico:

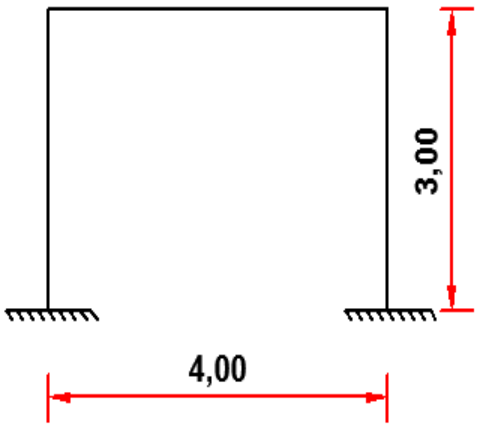
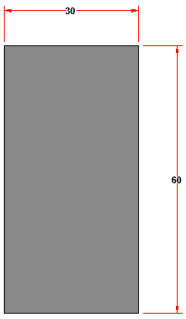


Figura 10.1 - Modelo de Análise (Dimensão em metros)

Seção Transversal das Colunas: (30x60)



Seção Transversal da Viga: (30x70)

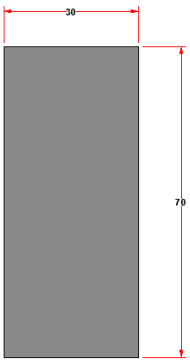


Tabela 10.1 - Propriedades dos Materiais

Propriedade do Material: Concreto	
Modulo de Elasticidade (*E*):	$2350\ kN/cm^2$
Resistencia a Compressão (fck):	25 Mpa = 2,5 kN/cm²
Peso/Massa Especifica:	24 kN/m³/2,446 kN/m³

Para a determinação da frequência natural e os modos de vibração foi considerado apenas a possibilidade de deslocamento na direção horizontal. Adotou-se o modelo simplificado de “Shear Building”, onde as massas do sistema são consideradas concentradas na região do pavimento. Abaixo se apresenta o modelo teórico.

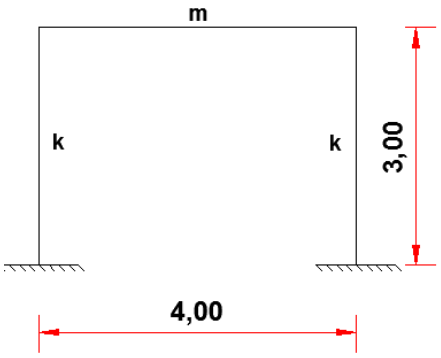


Figura 10.2 - Modelo de Cálculo de Edificação com 1 Grau de Liberdade

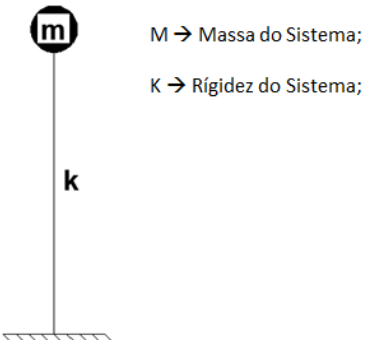


Figura 10.3 - Modelo Teórico para Determinação da Frequência Natural

. A determinação da massa do sistema se deu concentrou-se as massas dos pilares e viga nos nós 1, 2, 3 e 4, apresentados na Figura abaixo.

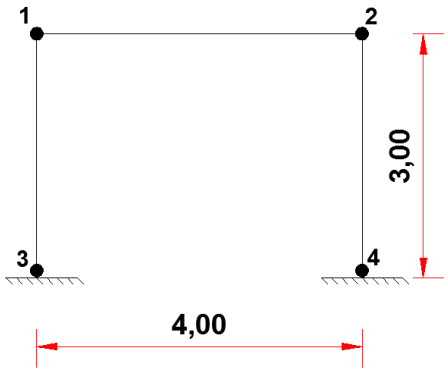


Figura 10.4 - Disposição da Numeração dos Nós

Os nós 1 e 2 iram receber as massa da viga mais a massa de cada pilar, respectivo. Os nós 3 e 4 receberam a metade restante da massa dos pilares, mas estes não participam da análise devido apresentarem restrição ao deslocamento (engaste perfeito). Abaixo é determinada as massas da viga e pilares.

$$m_v = (0{,}30 * 0{,}70 * 4{,}00) * 2{,}446 = 2{,}054\ kN \quad (132)$$

$$m_p = (0{,}30 * 0{,}60 * 3{,}00) * 2{,}446 = 1{,}3208\ kN \quad (133)$$

Onde:

m_v → Massa da Viga;

m_p → Massa de um Pilar;

A determinação da massa do sistema para cada nós é apresentada na tabela abaixo.

Tabela 10.2 - Massas Nodais

Nó	Massa (kN)
1=2	$\left(\frac{m_v}{2} + \frac{m_p}{2}\right) = 1{,}6874\ kN$
3=4	$\left(\frac{m_p}{2}\right) = 0.6604\ kN$

Para a determinação da rigidez (k) do sistema, foi adotada que a rigidez da viga não é levada em consideração, por esta ser menor que a dos pilares. A equação de rigidez foi a apresentada em teoria das estruturas para elementos em barras bi engastados.

$$k = 12\frac{E * I}{h^3} \quad (134)$$

Onde:

$E \rightarrow$ Modulo de Elasticidade do Material (23500000 kN/m²);

$I \rightarrow$ Momento de Inercia (Maior) da Seção →(ver equação abaixo).

$$I = \frac{b * h^3}{12} = \frac{0{,}30 * 0{,}60^3}{12} = 5{,}4x10^{-3}m^4 \quad (135)$$

Logo:

$$k = 2\left(12\frac{23500000 * 5{,}4x10^{-3}}{3^3}\right) = 112800\ kN/m \quad (136)$$

Conforme apresentado no subitem 2.3.1 apresentado no capitulo de revisão bibliográfica a frequência circular para um sistema de um grau de liberdade é determinado pela equação abaixo.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (137)$$

Sendo:

$m = 2 * 1{,}6874 = 3{,}3748\ kN$

$k = 112800\ kN/m$

Logo, a frequência circular natural é:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{112800}{3{,}3748}} = 182{,}823\ rad/s \quad (138)$$

Transformando em frequência de oscilação, tem-se:

$$f = \frac{\omega_n}{2\pi} = 29{,}097\ Hz \quad (139)$$

10.1.2 Análise modal pelo SAP2000:

Para verificação com a análise modal realizada no SAP2000, realizou-se o mesmo modelo de pórtico considerando-se apenas um grau de liberdade na direção horizontal (X). Na Figura abaixo é apresentado modelo.

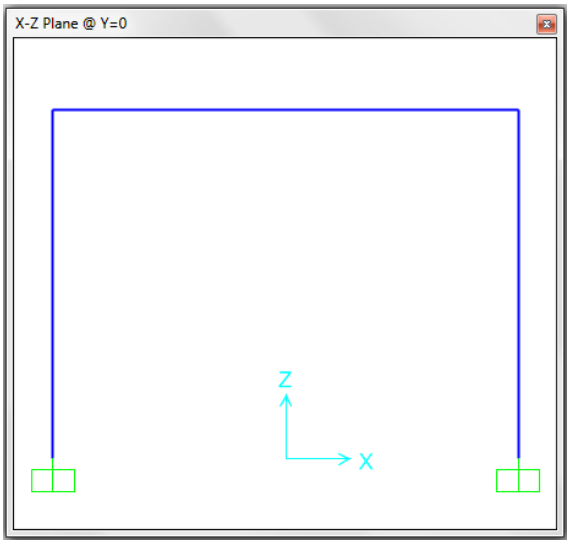


Figura 10.5 - Modelo de Análise (SAP2000)

A propriedade dos materiais (Concreto) definida no SAP2000 é apresentada na Figura abaixo.

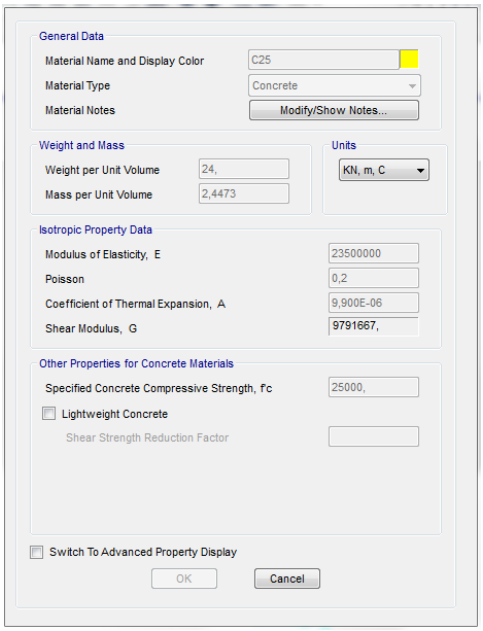


Figura 10.6 - Propriedades do Material (SAP2000)

As propriedades de cada uma das seções transversais (vigas e pilares) são apresentadas a seguir.

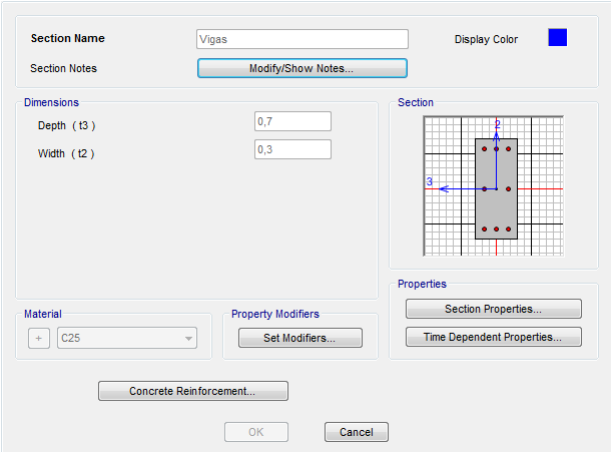


Figura 10.7 - Propriedades Geométricas - Vigas (SAP2000)

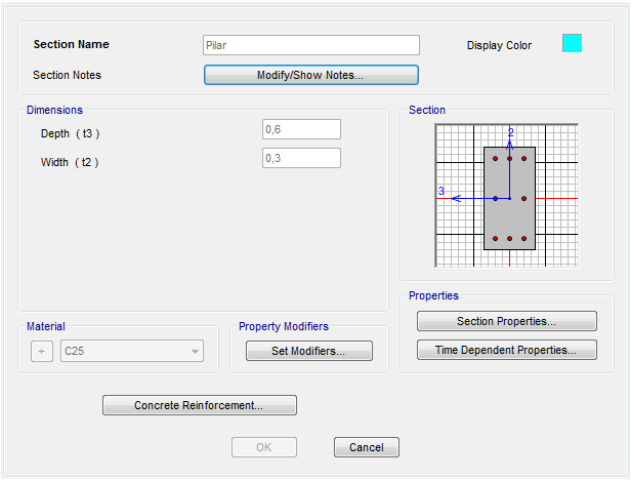


Figura 10.8 - Propriedades Geométricas - Pilares (SAP2000)

Abaixo é apresentado o modelo de análise com as cores respectivas de cada seção adotada acima.

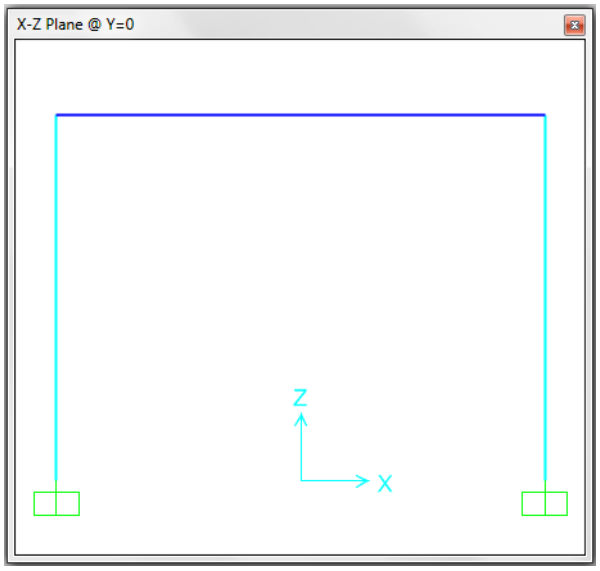


Figura 10.9 - Modelo de Análise - Seções Adotadas (SAP2000)

Para análise modal foi considerada o método por autovalores e autovetores (eigenvectors), aonde se considerou a massa do sistema apenas a massa vinda dos elementos, os quais dependem das propriedades geométricas, anteriormente definidas.

Foram adotados apenas o primeiro modo de vibração, devido o sistema apenas apresentar um grau de liberdade.

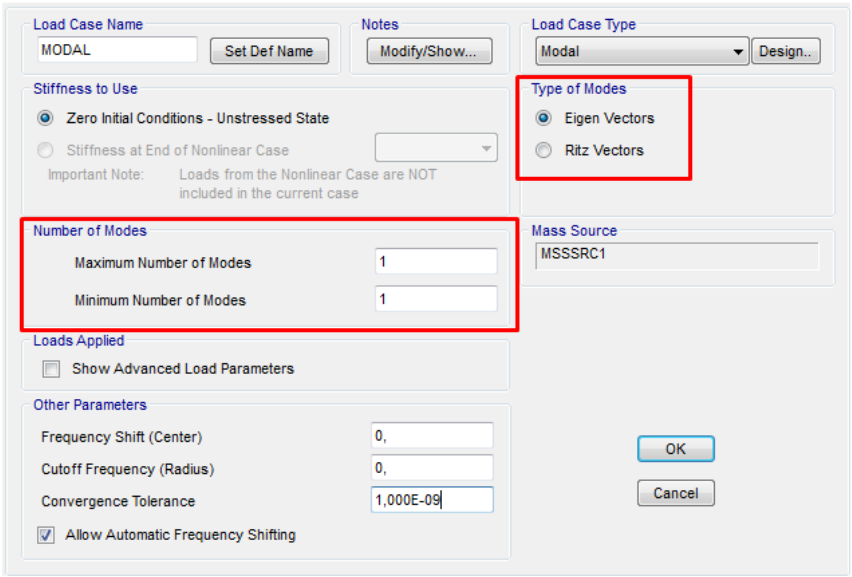


Figura 10.10 - Propriedades Consideradas para Análise Modal - SAP2000

10.1.3 Resultado (Frequência Natural):

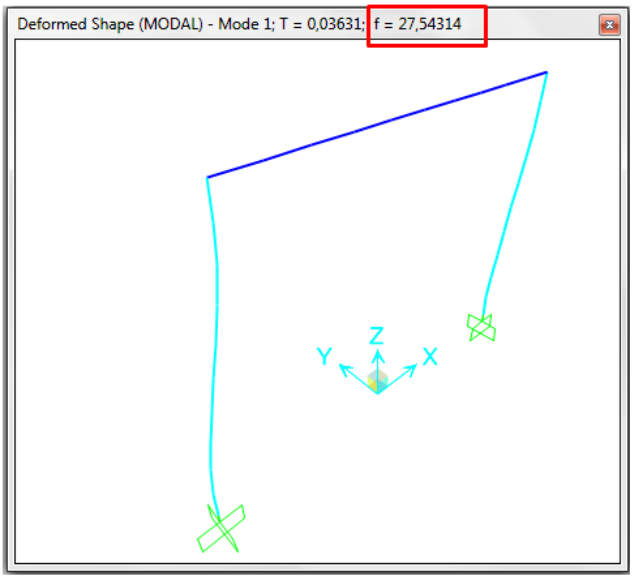


Figura 10.11 - Primeiro Modo de Vibração e Respectiva Frequência Natural de 27,54314 Hz - SAP2000

10.1.4 Comparação das Respostas Modais

Abaixo é apresentada a comparação entre as duas respostas:

$$E(\%) = \left(1 - \frac{f_{SAP2000}}{f_{Shear-Building}}\right) * 100 = \left(1 - \frac{27{,}54314}{29{,}097}\right) * 100 \cong 5{,}65\% \quad (140)$$

Verificou-se que o erro foi de aproximadamente 5,65% ficando próximo dos 5% estipulados como aceitáveis para este estudo.

10.2 Modelo de dois graus de liberdade

10.2.1 Modelo Teórico:

Para análise modal de sistemas de com dois graus de liberdade, será adotado o modelo de uma edificação com dois pavimentos, na qual será considerada apenas a possibilidade de deslocamentos na horizontal.

Abaixo é ilustrado o sistema considerado, como também as seções transversais referentes a cada um dos elementos.

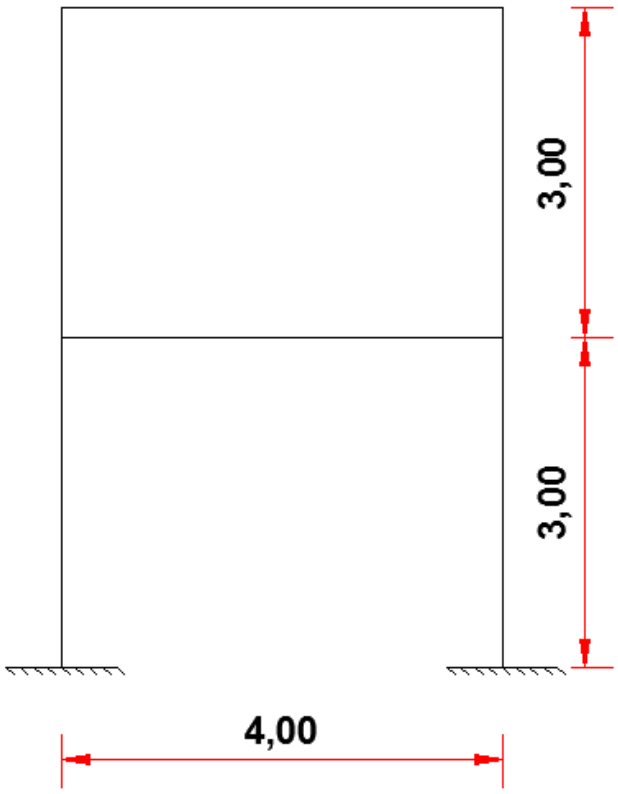
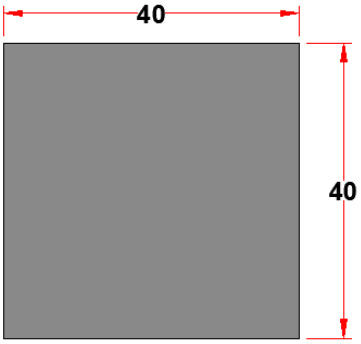
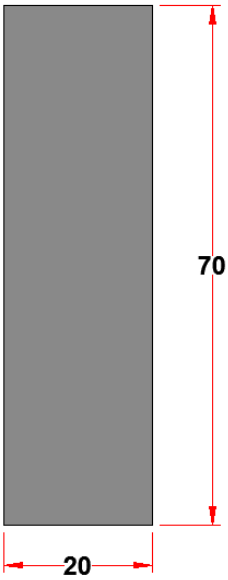


Figura 10.12 - Modelo de Análise (Dimensão em metros)

Seção Transversal das Colunas: (40x40)



Seção Transversal da Viga: (20x70)



Na Tabela abaixo é informado as informações referente os materiais constituintes dos elementos para a análise.

Tabela 10.3 - Propriedades dos Materiais

Propriedade do Material: Concreto	
Modulo de Elasticidade (*E*)	$2350\ kN/cm^2$
Resistencia a Compressão (fck)	25 Mpa = 2,5 kN/cm²
Peso/Massa Especifica:	24 kN/m³/2,446 kN/m³

Conforme informado anteriormente, será considerado apenas o grau de liberdade referente ao deslocamento na horizontal, além disso, será considerada as massa dos sistemas concentradas na região dos pavimentos e a rigidez devido os elementos dos pilares (modelo “Shear Building”).

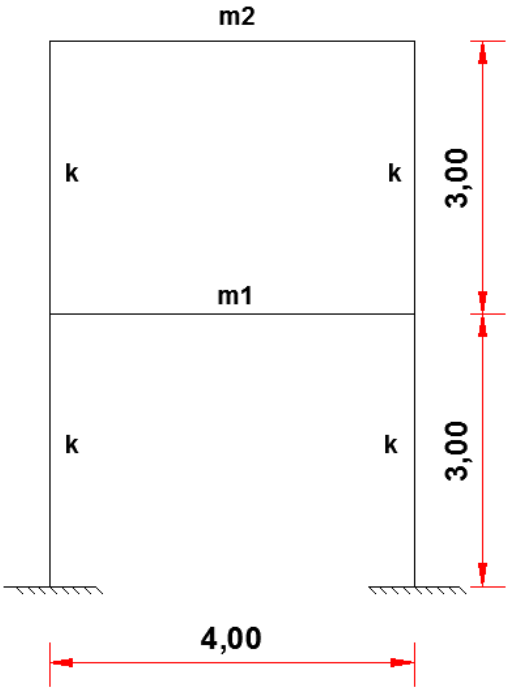


Figura 10.13 - Modelo de Cálculo de Edificação com 2 Graus de Liberdade

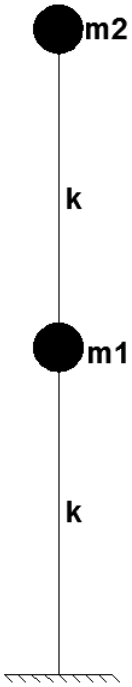


Figura 10.14 - Modelo Teórico para Determinação das Frequências Naturais

. A determinação da massa do sistema se deu concentrou-se as massas das vigas nos nós 1, 2, 3 e 4, apresentados na Figura abaixo. Não sendo considerada a massa dos pilares na análise.

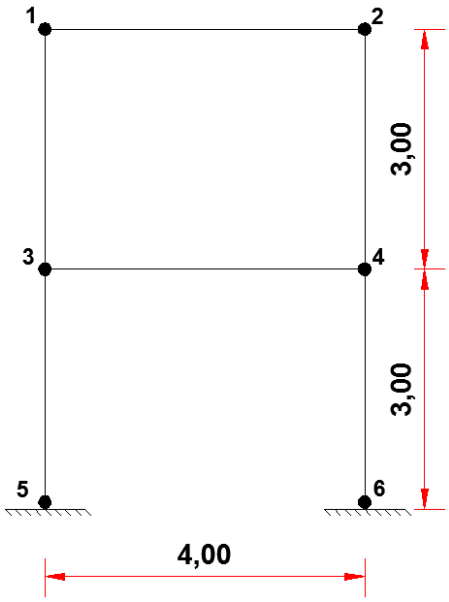


Figura 10.15 - Disposição da Numeração dos Nós

Os nós 1 e 2 iram receber as massa da viga do segundo pavimento, já os nós 3 e 4 iram recebem a massa da viga do primeiro pavimento. Os nós 5 e 6 serão desprezado na análise em vista de apresentarem restrição ao deslocamento horizontal (engaste perfeito).

Abaixo é calculada a massa de cada uma das vigas.

$$m_v = (0{,}20 * 0{,}70 * 4{,}00) * 2{,}446 = 1{,}36976\ kN \quad (141)$$

Onde:

$m_v \rightarrow$ Massa da Viga;

A determinação da massa do sistema para cada nós é apresentada na tabela abaixo.

Tabela 10.4 - Massas Nodais

Nó	Massa (kN)
1=2	$\left(\frac{m_{v2}}{2}\right) = 1{,}36976\ kN$
3=4	$\left(\frac{m_{v1}}{2}\right) = 1{,}36976\ kN$

5=6	$0\ kN$

Para a determinação da rigidez (k) do sistema, foi adotada que a rigidez da viga não é levada em consideração, por esta ser menor que a dos pilares. A equação de rigidez foi a apresentada em teoria das estruturas para elementos em barras bi-engastados.

$$k = 12\frac{E * I}{h^3} \quad (142)$$

Onde:

$E \rightarrow$ Modulo de Elasticidade do Material (23500000 kN/m²);

$I \rightarrow$ Momento de Inercia (Maior) da Seção →(ver equação abaixo).

$$I = \frac{b * h^3}{12} = \frac{0{,}40 * 0{,}40^3}{12} = 2{,}133x10^{-3}m^4 \quad (143)$$

Logo:

$$k = 2\left(12\frac{23500000 * 2{,}133x10^{-3}}{3^3}\right) = 22246{,}67\ kN/m \quad (144)$$

Para a construção da matriz de massa foi considerada uma matriz diagonal, conforme apresentada no subitem (Análise Modal). A matriz de rigidez será a apresentada por Soriano, 2014.

$$k = \begin{bmatrix} 4k & -2k \\ -2k & 2k \end{bmatrix} \quad (145)$$

Onde, k refere-se ao valor de rigidez obtido anteriormente, o qual é o mesmo todo o tempo, devido a seção e o material das colunas se manterem constantes.

Conforme apresentado no subitem 2.4.1.1 a determinação das frequências naturais de vibração se da através da seguinte equação.

$$\det[\mathrm{K} - \omega_{\mathrm{n}}^{2}\mathrm{m}] = 0 \quad (146)$$

Sendo,

$K \rightarrow$ Matriz de rigidez do sistema;

$m \rightarrow$ Matriz de massa do sistema;

$\omega_n \rightarrow$ Vetor de frequências circular natural (rad/s);

Logo, a equação acima pode ser escrita da seguinte maneira.

$$\det\left[\begin{bmatrix} 88986{,}67 & -44493{,}34 \\ -44493{,}34 & 44493{,}34 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega_{\mathrm{n1}}^{2} \\ \omega_{\mathrm{n2}}^{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1{,}36976 & 0 \\ 0 & 1{,}36976 \end{bmatrix}\right] = 0 \quad (147)$$

Resolvendo-se a equação anterior encontraram-se os seguintes valores:

Tabela 10.5 - Respostas Modais do Modelo de 2 Graus de Liberdade

Modo	$\boldsymbol{\omega_n}^{\mathbf{2}}$ **(rad²/s²)**	$\boldsymbol{\omega_n}$ **(rad/s)**	$\boldsymbol{f_n}$ **(Hz)**
1	12240,4	110,64	17,61
2	85190,28	291,87	46,45

10.2.2 Análise modal pelo SAP2000

Para verificação com a análise modal realizada no SAP2000, realizou-se o mesmo modelo de pórtico considerando-se apenas grau de liberdade apenas na direção horizontal (X). Na Figura 10.16 é apresentado o modelo.

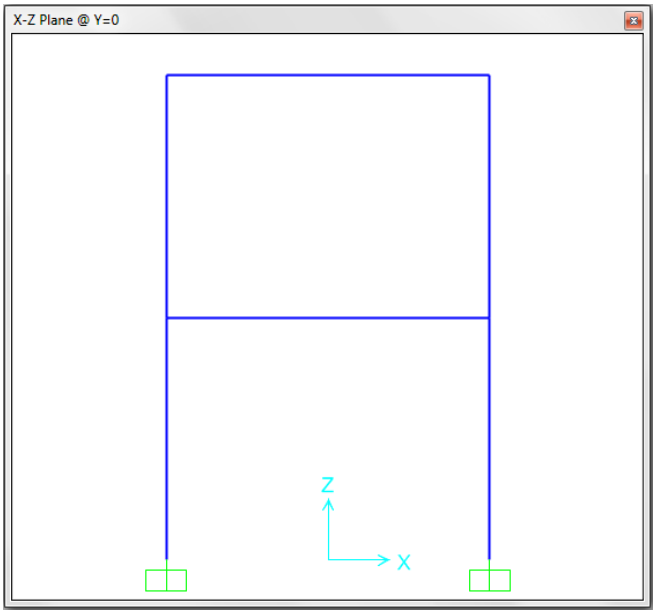


Figura 10.16 - Modelo de Análise (SAP2000)

As propriedades do material aplicados no SAP2000 são apresentadas na Figura 10.17.

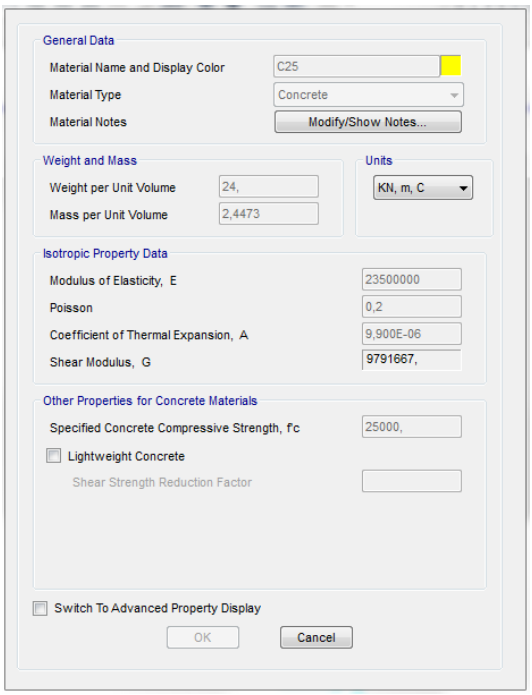


Figura 10.17 - Propriedades do Material (SAP2000)

As propriedades de cada uma das seções transversais (vigas e pilares) são apresentadas a seguir.

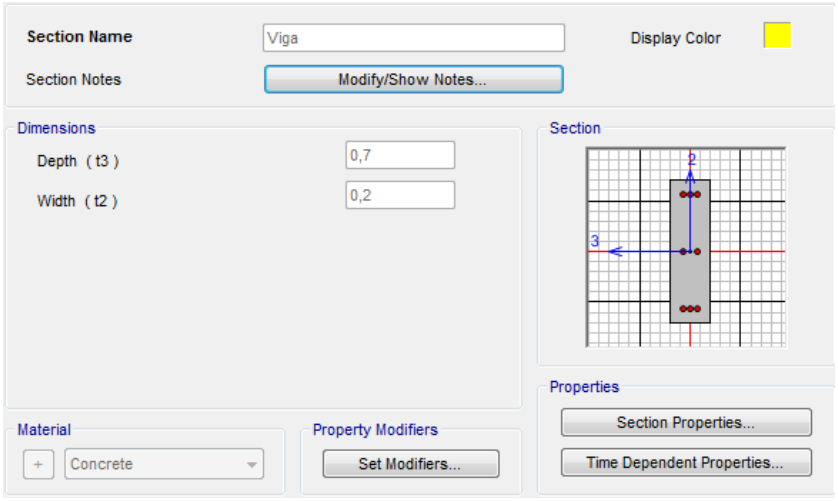


Figura 10.18 - Propriedades Geométricas - Vigas (SAP2000)

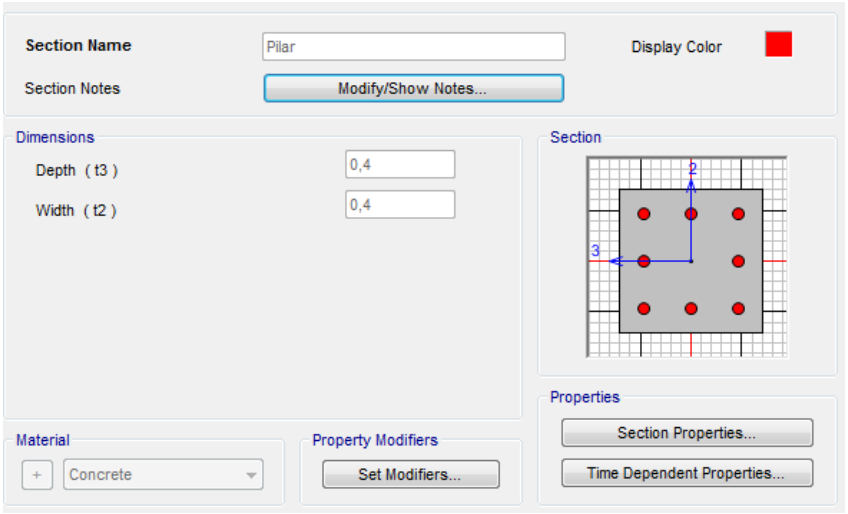


Figura 10.19 - Propriedades Geométricas - Pilares (SAP2000)

Abaixo é apresentado o modelo de análise com as cores respectivas de cada uma das seções adotadas acima.

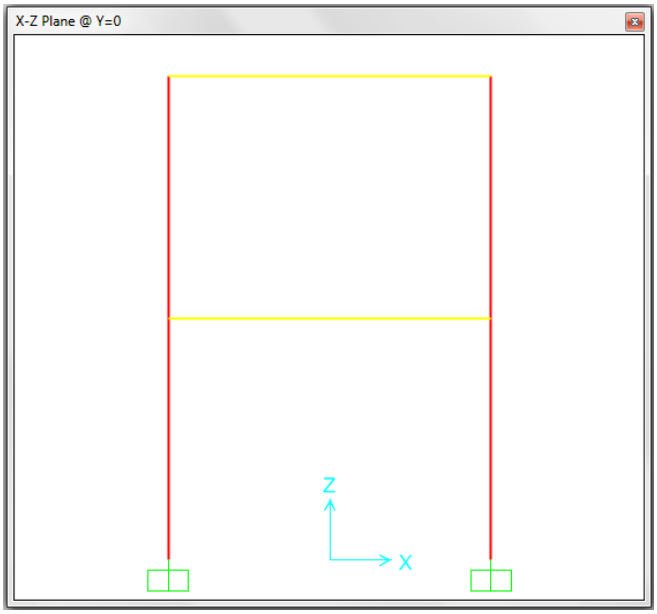


Figura 10.20 - Modelo de Análise - Seções Adotadas (SAP2000)

Para análise modal foi considerada o método dos autovalores e autovetores (eigenvectors), considerou-se a massa do sistema apenas a massa proveniente dos elementos das vigas, desprezando-se a dos pilares.

Foram adotados apenas os dois primeiros modos de vibração, devido o sistema apenas apresentar dois graus de liberdade.

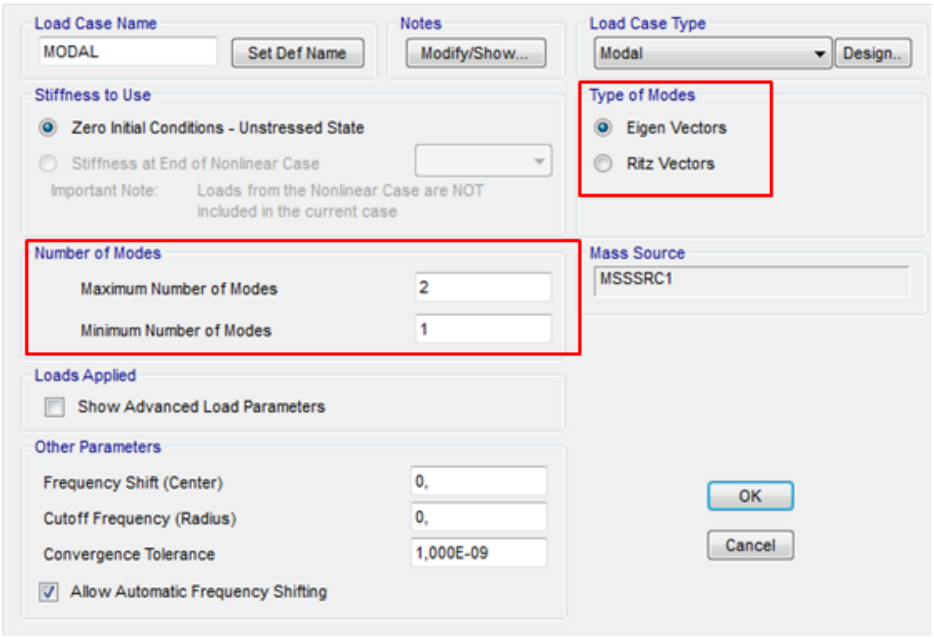
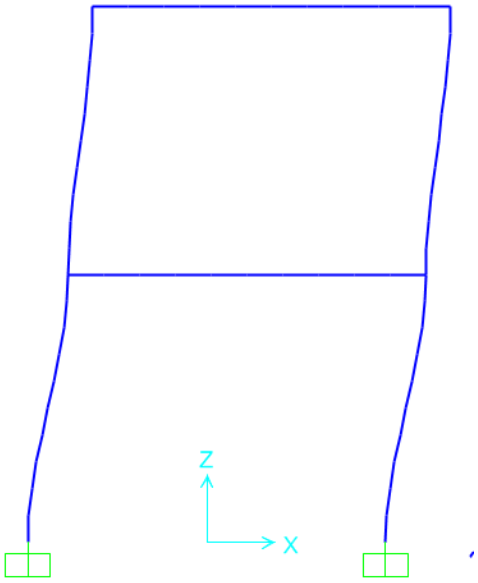
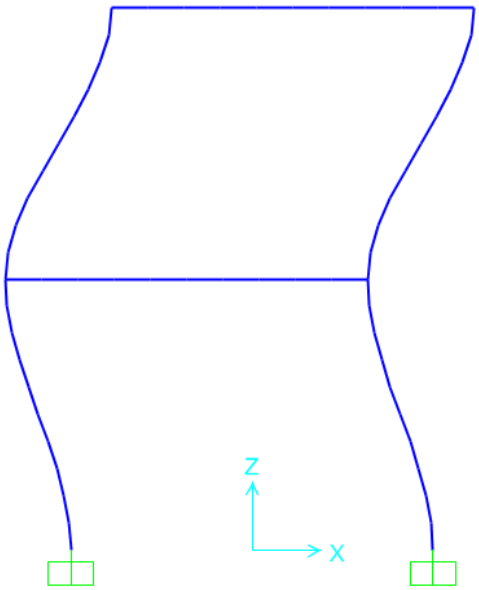


Figura 10.21 - Propriedades Consideradas para Análise Modal - SAP2000

10.2.3 Resultado (Frequência Natural):

Abaixo são plotados os modos e frequências naturais de vibração do modelo em estudo, no software SAP2000.

Tabela 10.22 - Modos e Frequência Naturais (SAP2000)

Modo	Deformação	f_n (Hz)
1		17,29966
2		49,29110

10.2.4 Comparação das Respostas Modais

Abaixo é apresentada a comparação entre as duas respostas:

$$E(\%) = \left(1 - \frac{f_{SAP2000}}{f_{Shear-Building}}\right) * 100 = \left(1 - \frac{17{,}29966}{17{,}61}\right) * 100 \cong 1{,}76\%$$

Verificou-se que o erro foi de aproximadamente 1,76% ficando abaixo dos 5% estipulados como aceitáveis para este estudo.

11 APENDICE III – MÉTODO DO ESPECTRO DE RESPOSTA

Neste apêndice será apresentada a ideia básica de utilização do método de resposta, conforme descrito por Newmark e Hall,1982. Considerando-se o exemplo abaixo, onde é adotado um pórtico de dois pavimentos (ver Figura 11.1). Será considerado que a estrutura ira possuir apenas graus de liberdade horizontais (na direção de u(t)).

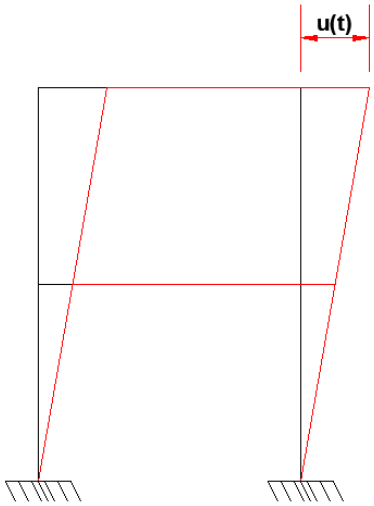


Figura 11.1 - Exemplo de pórtico com 2 pavimentos

Após realizada a análise modal para determinação das frequências e modos de vibração, foi obtida como resposta os seguintes dados, referente ao modo fundamental da estrutura (1˚ Modo).

Tabela 11.1 - Respostas modais do exemplo de aplicação do método do espectro de resposta

Período Fundamental (T)	0.20 sec
Frequência Fundamental (f)	5.00 Hz

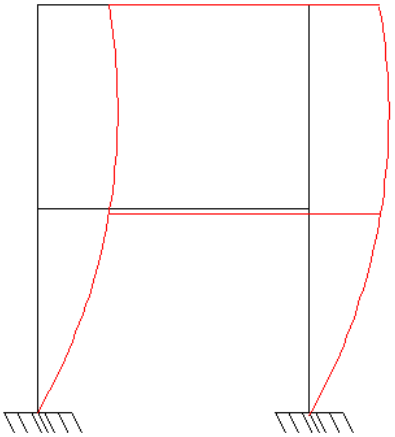


Figura 11.2 - Forma deformada do primeiro modo de vibração da estrutura

Considerando que esta estrutura esteja sujeita a eventos sísmicos, sendo a curva do espectro de projeto que descreve estes eventos é apresentada na Figura abaixo.

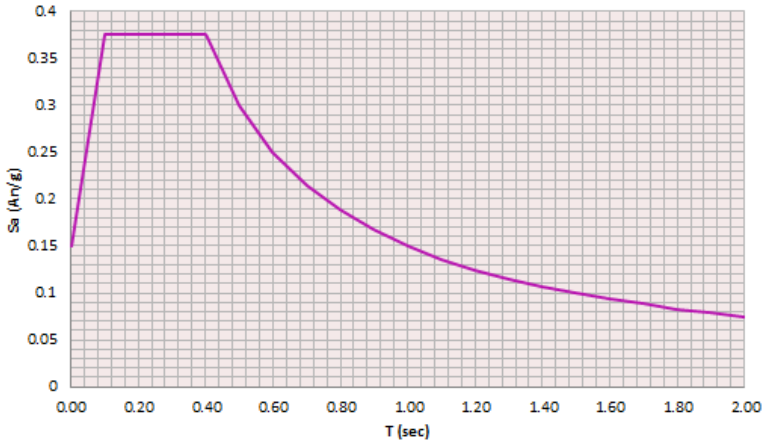


Figura 11.3 - Espectro de projeto de solo classe B de acordo com a NBR 15421

Como descrito anteriormente cada modo de vibração estará relacionado a uma determinada pseudo-aceleração do espectro de resposta, esta relação é dada através das propriedades naturais (períodos e frequências) da estrutura. Para este exemplo a pseudo-aceleração relacionada ao período fundamental é igual a 0.375g. Abaixo é plotada esta relação.

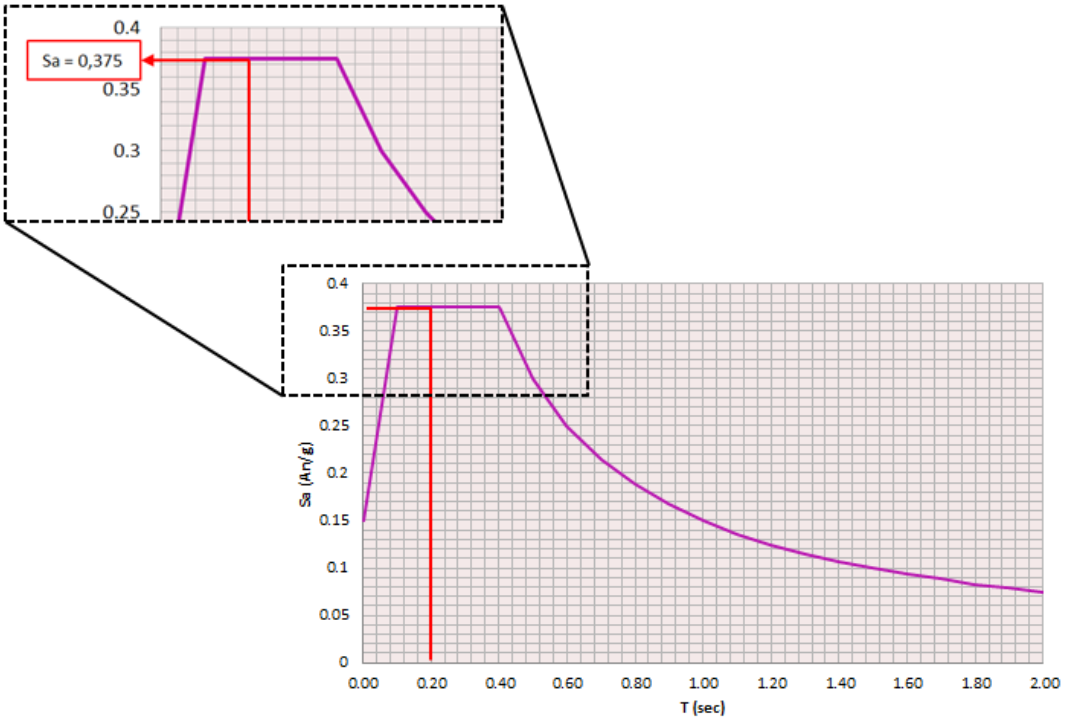


Figura 11.4 - Relação entre as propriedades naturais da estrutura e pseudo-aceleração

Conhecendo a pseudo-aceleração relacionado às propriedades naturais da estrutura, é possível obter a força cortante na base que ira solicitar o sistema. Isso é possível através da equação (58). Na Figura abaixo é ilustrada a força de corte na base para o pórtico em exemplo.

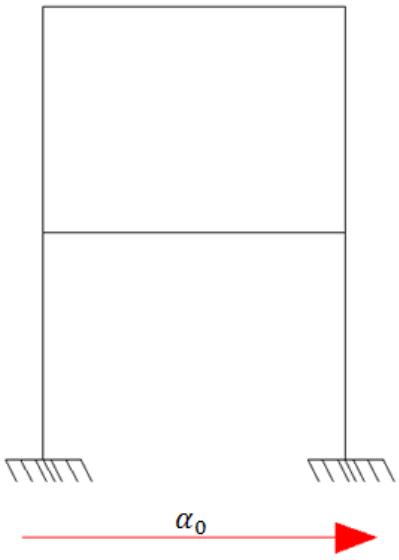


Figura 11.5 - Representação da atuação da força de corte na base do sistema

Através da força cortante na base e com a participação modal de cada pavimento, é determinada a força atuante ao longo da altura da estrutura, sendo através da equação (59), apresentada anteriormente.

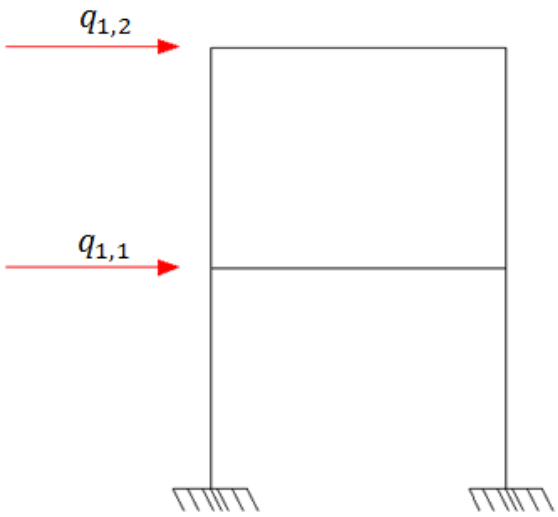


Figura 11.6 - Distribuição das força laterais em cada um dos pavimentos que compõem as estrutura

Logo, o deslocamento de cada pavimento pode ser escrito através da equação (94) (NEWMARK E HALL, 1982).

$$V_{in} = \frac{1}{{\omega_n}^2}\frac{g}{W_i}q_{in} \quad (148)$$